Наведений алгоритм має властивість повноти. Це обумовлено тим, що ні одна з підмножин варіантів, що виділяється в процесі обчислювань, не виключається з поля розгляду до встановлення факту несумісності системи рівнянь, що їй відповідає.

Алгоритм реалізований у середовищі Delphi 3.0 з використанням мови Object Pascal.

Список літератури

1. *Курочкин Ю.А., Смирнов А.С., Степанов В.А.* Надежность и диагностирование цифровых устройств и систем. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1993. – 320 с.

2. *Мироновский Л.А.* Функциональное диагностирование динамических систем. – М.: Наука, 1998. – 256 с.

3. *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. – СПб.: Политехника, 2000. – 248 с.

4. *Попов Э.В.* Экспертные системы: решение неформализованных задач в диалоге с ЭВМ. – М.: Наука, 1987. – 288 с.

5. *Искусственный* интеллект. Кн. 2. Модели и методы: Справочник // Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Радио и связь, 1990. – 304 с.

6. *Вагин В.Н.* Дедукция и обобщение в системах принятия решений. – М.: Наука, 1988. – 384 с.

7. *Литвиненко А.Е.* Определение класса истинности логических формул методом направленного перебора // Кибернетика и системный анализ. – 2000. – № 5. – С. 23–31.

Стаття надійшла до редакції 03.12.02.

УДК 629.7.018:519.87(045)

характеристика аэродинами. ЛА, процесс случа
повреждение ЛА, система управления,
поверхность ЛА, повреждение поверхости
поверхность аэродинамическая

С.В. Ліпіхін, старш. виклад.
(Національний авіаційний університет)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВХІДНИХ ДЕГРАДУЮЧИХ ФАКТОРІВ

Розглянуто завдання визначення співвідношень між виходами заданої лінійної стаціонарної багатовимірної системи з певною множиною стаціонарних випадкових вхідних впливів. Показано можливість заміни випадкових процесів на вході системи керування еквівалентними детермінованими впливами при побудові математичної моделі вхідних деградуючих факторів.

Еквівалентні вхідні впливи являють собою деякий набір детермінованих функцій часу, що визначаються спектральною матрицею випадкових вхідних впливів і не залежать від лінійної стаціонарної багатовимірної системи у разі припущення, що система не може сама впливати на свої входи. За наявності окремої моделі атмосферної турбулентності і моделі динаміки літального апарата (ЛА) з'являється можливість протабулювати еквівалентні вхідні впливи для ЛА, що має пошкодження елементів конструкції, які викликані механічними впливами. У разі відповідної зміни масштабів часу й амплітуд сигналів ці вхідні впливи можуть бути послідовно використані при будь-яких аеродинамічних формах ЛА.

Під час дослідження впливу випадкових пошкоджень на поверхню ЛА як аналізовані параметри можуть використовуватися обчислені ймовірності помилки, період відновлення, довговічність, відношення сигнал/шум, ступінь комфортності, запас міцності від утомленості і т.п. Приймаючи як випадковий процес гауссівский його розподіл, можливо для будь-якої конкретної змінної d_k, яка може бути лінійною комбінацією фазових змінних, що визначають стан системи, одержання зазначених характеристик за наявності середньоквадратичних значень: $\langle d_k^2 \rangle$ і $\langle \dot{d}_k^2 \rangle$. Так, визначення реакції системи часто адекватно визначенню кожної з цих двох величин.

Маючи кореляційну матрицю $C_{dd}(\tau)$ або спектральну матрицю $\Phi_{dd}(\omega)$ виходу, можна одержати обидва середньоквадратичних значення. Оскільки $C_{dd}(\tau)$ і $\Phi_{dd}(\omega)$ є пов'язаними між собою інтегралами Фур'є, значення одного з них обумовлює знання іншого [1].

Метод, використовуваний для знаходження бажаних вихідних характеристик, залежить від виду математичної моделі системи.

У процесі польоту ЛА спостерігаються відхилення його траєкторії від розрахункової через вплив різноманітних дестабілізуючих факторів на аеродинамічні поверхні. У спрощеному виді простір факторів, що призводять до відхилення траєкторії польоту, можна зобразити у вигляді матричної залежності

$$G = g_{н.с} + g_{м.ц} + g_{п.а} + g_{р.у} \tag{1}$$

де $g_{н.с}$ – зміни навколишнього середовища; $g_{м.ц}$ – маневр цілі; $g_{п.а}$ – механічні пошкодження аеродинамічної поверхні; $g_{р.у}$ – зміни в роботі рухової установки.

Кожний із перерахованих факторів має певну ймовірність проявлення і відповідно посвоєму змінює траєкторію польоту ЛА. Знаходження спільного впливу даних чинників можливо за допомогою визначення кореляційної залежності їхнього впливу на аеродинамічні поверхні.

Під час влучення в ЛА механічного об'єкта, що призводить до появлення вм'ятини на аеродинамічній поверхні, змінюється картина обтікання ЛА повітряним потоком, що може призвести до зміни програми польоту. Для відновлення нормальної роботи необхідно виробити компенсуючий вплив на основі оцінки вхідного сигналу. Припустимо, що в результаті даного впливу система буде мати на вході два сигнали: зміна роботи двигуна і зміна роботи системи керування.

Знаючи передавальні функції системи, перетворення Фур'є для еквівалентних вхідних функцій часу, що є парними функціями частоти ω, а так само вхідні парні функції часу $u_{ij}(t)$, можливо обчислення реакції $y_{ij}(t)$ системи на ці вхідні впливи.

Для доведення даного твердження скористаємося методом еквівалентного вхідного впливу, застосовуваним тільки до систем з єдиним входом [2]. Середньоквадратичне значення на виході σ_r^2 утворюється у вигляді інтеграла від вихідної змінної, що знаходиться внаслідок впливу сигналу на систему "еквівалентного детермінованого входу" u(t), у нашому випадку влучення в ЛА механічного об'єкта. Для визначення перетворення Фур'є U(t) функції u(t) у цьому методі використовується спектральна щільність потужності $\Phi_{nn}(\omega)$ шуму, що діє на вході системи. Якщо u(t) – вхідний сигнал заданої системи, то вихідний сигнал y(t) системи пов'язаний із шуканим результатом за допомогою рівності

$$\int_{-\infty}^{\infty} y^2(t)dt = \sigma_d^2 .$$

У разі використання системи з декількома входами застосовується модель системи у вигляді лінійної, асимптотичної стійкої, стаціонарної детермінованої системи (ЛАССДС). У даному випадку простір чинників, що призводять до відхилення траєкторії польоту ЛА, можна зобразити у вигляді залежності (1).

Вхідні впливи системи мають нульові середні значення і характеризуються кореляційними і спектральними матрицями:

$$C_{nn}(\tau) = \langle n(t+\tau)n^T(t) \rangle ;$$

$$\Phi_{nn}(\omega) = \frac{1}{2\Pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{nn}(\tau)\, e^{-i\omega\tau} d\tau .$$

За умови ергодичності випадкових процесів символ $\langle \ \rangle$ означає середнє за часом або середнє за ансамблем. Випадкові функції n(t) є вхідними впливами для ЛАССДС, яка характеризується матричною передавальною функцією G(s). Виходи u(t) також мають нульові середні значення. Спектральна матриця виходу d(t) пов'язана зі спектральною матрицею входу рівнянням

$$\Phi_{dd}(\omega) = -G(i\omega)\Phi_{nn}(\omega)G^H(i\omega) .$$

Кореляційна матриця виходу являє собою інверсію інтеграла Фур'є функції Φ_{dd}:

$$C_{ddr}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G(i\omega)\Phi_{nn}(\omega)G^H(i\omega)e^{i\omega\tau}\,d\omega. \qquad (2)$$

Це одне з основних властивостей теорії ЛАССДС.

Оптимальність застосування даного методу для визначення реакції ЛА на зовнішні впливи полягає в тому, що за наявності випадкових вхідних сигналів у вигляді змін параметрів навколишнього середовища або зіткненні з механічними об'єктами можливий варіант заміни стохастичних сигналів детермінованими сигналами.

Для виявлення еквівалентності стохастичним сигналам вводять у розгляд детерміновані входи u(t), що впливають на таку саму систему, і мають виходи y(t). Співвідношення між входами і виходами може бути виражене в такий спосіб:

$$Y(\omega) = G(i\omega)U(\omega), \qquad (3)$$

де $Y(\omega)$ і $U(\omega)$ – перетворення Фур'є від виходів y(t) і входів u(t) відповідно.

З теореми Парсеваля [3] відомо (для випадку декількох змінних), що

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t+\tau)y^T(t)dt = \frac{1}{2\Pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega)Y^H(\omega)\,e^{i\omega\tau}\,d\omega.$$

Тому враховуючи вираз (3) матричний інтеграл квадрата вихідного сигналу буде мати вигляд

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t+\tau)y^T(t)dt = \frac{1}{2\Pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)U(\omega)U^H(\omega)G^H(i\omega)e^{i\omega\tau}\,d\omega. \qquad (4)$$

Очевидно, що якщо можна записати рівність

$$UU^H = 2\Pi\Phi_{nn}, \qquad (5)$$

то для будь-якої функції G праві частини виразів (2) і (4) будуть ідентичні, і тоді коваріації C_{dd} можна буде знайти інтегруванням детермінованих вихідних сигналів у лівій частині рівняння (4).

Рівність (5) правдива тільки при єдиному вході (N=1). Для збільшення вхідних сигналів можливо модифікування рівняння (5), що показано в роботі [1]. Результатом модифікування є залежність

$$\sum_{k=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} y(t+\tau)y_k^{\,T}(t)dt = \frac{1}{2\Pi}\int_{-\infty}^{\infty} GWW^H G^H e^{i\omega\tau}\,d\omega. \qquad (6)$$

При порівнянні залежностей (2), (6) одержимо, що для будь-якої функції G правдиво співвідношення

$$\sum_{k=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} y(t+\tau)\,y_k^{\,T}(t)\,dt = C_{ddr}(\tau), \qquad (7)$$

якщо

$$WW^H = 2\Pi\Phi_{nn}.$$

У деяких випадках під час статистичного аналізу потрібно визначити середньоквадратичні значення величин d_i [4]. Тому для величин d_i використовують залежність [1]

$$\sum_{k=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} y_k(t+\tau)\,y_k^T(t)\,dt = C_{dd}(\tau). \qquad (8)$$

Таким чином, обчислення величин, таких, як $\langle d_i^2 \rangle$, що характеризують оцінку діагональних елементів із рівняння (8) при $\tau = 0$, може виконуватися одночасно з розрахунком елементів матриці C_{dd}.

Отже, застосувавши рівняння (7) і (8), можливо обчислення реакції $y_{ij}(t)$ системи на вхідні випадкові впливи, у нашому випадку визначення реакції на пошкодження аеродинамічної поверхні ЛА.

При побудові математичних моделей застосовують методи, що визначають реакції системи на вхідні впливи.

Метод, що використовує передавальну функцію. Якщо математична модель системи задається матричною передавальною функцією $G(i\omega)$ [1], то спектри вихідної величини $d(t)$ і вхідної величини $n(t)$ пов'язані співвідношенням виду (1).

Шукані середньоквадратичні значення визначаються за діагональними елементами [1]:

$$\left\langle dd^T \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{dd}(\omega)\, d\omega\,; \tag{9}$$

$$\left\langle \dot{d}\dot{d}^T \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{dd}(\omega)\, d\omega\,. \tag{10}$$

Точна оцінка з використанням виразів (9) і (10) може викликати деякі труднощі за наявності в системі багатьох слабкодемпфірованих мод (гострих піків амплітудної характеристики $|G|$).

Метод, що використовує імпульсну перехідну функцію. Матрична імпульсна перехідна функція $H(t)$ – перетворення Фур'є для функції $G(i\omega)$ – пов'язує вихід із входом перетворенням згортки. З використанням матриці H коваріаційна матриця виходу може бути записана як [1]

$$C_{dd}(\tau) = \left\langle d(t+\tau)\, d^T(\tau) \right\rangle = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} H(\alpha)\, C_{nn}(\beta - \alpha + \tau)\, H^T(\beta)\, d\alpha\, d\beta\,.$$

Шукані середньоквадратичні значення визначаються розмірами $G_{dd}(0)$.

Даний метод може бути використаний для визначення реакції ЛА на впливи, що деградують, але вимагає складної математичної моделі.

Метод, що використовує матриці системи. Зв'язок виходу і входу завжди може бути описаний (для лінійних систем) за допомогою диференціального рівняння першого порядку:

$$\dot{d} = Ad + Bn. \tag{11}$$

Диференціальне рівняння для вектора стану X літака з вектором керування U при турбулентному збуренні на вході g має вигляд [4]

$$\dot{x} = Ax + Bu + C_1 g + C_2 \dot{g}. \tag{12}$$

У роботі [4] показано, як у рівнянні (12) звільнитися від доданка з $\dot{g}$, щоб одержати рівняння у формі Коші без похідних у правій частині. З рівняння (11) легко можна одержати диференціальне рівняння для коваріацій [5]:

$$D(t) = \left\langle d(t)\, d^T(t) \right\rangle = C_{dd}(0)\,. \tag{13}$$

Рівняння (13) має вигляд

$$\dot{D} = AD + DA^T + B\left\langle n(t)\, d^T(t) \right\rangle + \left\langle d(t)\, n^T(t) \right\rangle B^T\,. \tag{14}$$

З рівняння (14) при $t \to \infty$ утворюється рівняння для визначення сталого значення коваріації:

$$0 = AD + DA^T + BC_{nd}(0) + C_{nd}^T(0) B^T, \tag{15}$$

де

$$C_{nd}(\tau) = \left\langle n(t+\tau)\, d^T(t);\, t \to \infty \right\rangle.$$

Рівняння (15) може бути використане для обчислення шуканої матриці коваріацій D. Однак для виконання таких обчислень необхідно мати матрицю коваріації входу і виходу $C_{nd}(0)$. Її можна знайти з виразу

$$C_{nd}^T(0) = C_{dn}(0) = \int_0^{\infty} e^{A\upsilon} BC_{nn}(-\upsilon)\, d\tau\,.$$

Дане вирішення не вимагає, щоб випадковий процес на вході був білим шумом, тому що середньоквадратичні значення $\langle d_k^2 \rangle$ є діагональними елементами матриці D [1]. При необхідності отримання похідних від вихідного сигналу їх додають до компонентів вихідного вектора, наприклад [1]:

$$d_{k+1} = \dot{d}_k .$$

Застосування даного методу можливо для аналізу впливів, що деградують, на аеродинамічну поверхню ЛА.

Випадок білого шуму. Якщо припустити, що на вхід системи подається білий шум $\omega(t)$ (використовуючи формувальний фільтр), то вектор стану системи "розширюється" на розмір додаткових змінних, застосованих для завдання формувального фільтра. У даному випадку вираз для коваріаційної матриці D аналогічний виразу (15), але більш простий, а вираз для діагональних елементів матриці кореляції має вигляд [1]:

$$0 = AD + DA + BQB^T;$$

$$C_{dd}(\tau) = De^{-A\tau}, \quad \tau > 0;$$
$$C_{dd}(\tau) = e^{A\tau} D, \quad \tau < 0.$$

Діагональна матриця інтенсивностей білого шуму Q така, що

$$C_{ww}(\tau) = Q\delta(\tau).$$

Для застосування більш простих формул, що відповідають випадку білого шуму на вході, необхідно мати можливість задати формувальний фільтр, який складає частину розширеної системи. Холей і Брайсон [6] розробили наближений метод знаходження матриць фільтрів, який може бути використаний для аналізу деградуючих впливів, у разі припущення, що визначувані з рівнянням (1) вхідні впливи є білим шумом.

Моделювання вхідних впливів. Прямий метод знаходження реакцій систем перебуває в моделюванні випадкових процесів на вході систем безпосереднім генеруванням необхідних випадкових функцій (в аналоговій або цифровій формі) і використанням їх як вхідні впливи під час моделювання системи за допомогою ПЕОМ або в реальних системах. Наприклад, можливе моделювання механічних пошкоджень аеродинамічної поверхні ЛА. Цю процедуру також можна полегшити, якщо використовувати формувальний фільтр.

Отже, проаналізувавши відомі методи обчислень характеристик реакцій системи, можна зробити висновок про те, що, маючи інформацію про характер можливих пошкоджень ЛА, внаслідок впливу на нього деградуючих чинників можлива розробка алгоритмів, що реконфігурують, на борту ЛА з використанням методу еквівалентних впливів.

Список літератури

1. *Эткин Б., Хьюз П.К., Жу С.* Аэрокосмическая техника. Т. 3. – М.: Мир, 1985. – 172 с.
2. *Etkin B.* A Simple Method for the Analogue Computation of the Mean-Square Response of Airplanes to Atmospheric Turbulence // Journal of the Aeronautical Sciences. – 1961. – Vol. 28. – № 10. – P. 825–826.
3. *Papoulis A.* Tne Fourier Itegral and Its Applications. McGrawhill Co. – New York, 1973. – P. 85–86.
4. *Etkin B.* Tne Turbulent Wind and Its Effect on Flight, UTIAS Reuiew, № 44, 1980, Journal of Aircraft. – 1981. –Vol. 18. – №5. – P. 327–345.
5. *Bryson A.E., Ho Y.C.* Applied Optimal Control. Sec. 11.4, Ginn & Co., Waltham, Mass., 1969. – P. 59–62.
6. *Holley W.E., Bryson A.E.* Wind Modeling and Lateral Control for Automatic Landing // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1977. – Vol. 14. – Mar.-Apr. – P. 66–72.

Стаття надійшла до редакції 13.11.02.