

Визначивши чисельність (частоти) вказаних чотирьох груп через $m_{AB}, m_{\bar{A}\bar{B}}, m_{\bar{A}B}, m_{A\bar{B}}$, запишемо результат цього групування у вигляді чотириклітинної табл. 4. Дані підсумкових стовпця і рядка, позначених символом Σ , характеризують результати за кожною з ознак.

Розділивши всі дані таблиці на n , отримаємо аналогічну чотириклітинну таблицю у відносних частотах. Між величинами правдивими є такі відношення:

$$m_A + m_{\bar{A}} = n;$$

$$m_B + m_{\bar{B}} = n;$$

$$m_{AB} + m_{\bar{A}\bar{B}} = m_A;$$

$$m_{\bar{A}\bar{B}} + m_{\bar{A}B} = m_{\bar{A}};$$

$$m_{\bar{A}\bar{B}} + m_{A\bar{B}} = m_{\bar{B}};$$

$$m_{AB} + m_{A\bar{B}} = m_B.$$

З цих шести рівнянь одне є наслідком інших, тобто незалежних серед них п'ять. Тому завдання будь-яких чотирьох величин однозначно визначає всю табл. 4. Але тільки частоти $m_{AB}, m_{\bar{A}\bar{B}}, m_{\bar{A}B}, m_{A\bar{B}}$ можуть задаватися довільно. Якщо ж задати значення будь-яких чотирьох частот, то під час визначення інших із рівнянь можна набути для деяких із них негативних значень. Це буде вказувати на несумісність початкових даних.

Отже, можна утворювати багатоступінчасті групування за трьома і більш ознаками.

У разі двох ознак A і B , кожний з яких характеризується декількома варіантами (A_1 – травма, A_2 – опік, A_3 – обмороження, A_4 – летальний кінець, ..., A_s , B_1 – гостре профзахворювання, B_2 – отруєння, B_3 – тепловий удар, ..., B_t), результатом угруповання першого порядку буде утворення s груп за ознакою A і t груп – за ознакою B . Дані цих групувань показують у вигляді таблиці, яка в статистиці отримала назву таблиці взаємоспряженості.

Таблиця 4

Ознака	B	\bar{B}	Σ
A	m_{AB}	$m_{\bar{A}\bar{B}}$	m_A
\bar{A}	$m_{\bar{A}\bar{B}}$	$m_{\bar{A}B}$	$m_{\bar{A}}$
Σ	m_B	$m_{\bar{B}}$	n

Список літератури

1. Четыркин Е.М., Калихман И.Л. Вероятность и статистика. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 319 с.

Стаття надійшла до редакції 18.12.02.

0530-015.6 + 0530-016.66641.0

УДК 629.7.02.001.2

КОЛЕБАНИЕ САМОЛЕТА, ВЕТЕР БОКОВОЙ

ПРОБЕГ САМОЛЕТА

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ (Державна льотна академія України, Кіровоград)

Б.М. Шифрин, канд. техн. наук, доц.

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ЛІТАКА ПРИ ПРОБІЖЦІ ПО ЗЛІТНО-ПОСАДКОВІЙ СМУЗІ З ПОПЕРЕДЖЕННЯМ НА БІЧНИЙ ВІТЕР

Розглянуто моделювання пружно-фрикційних коливань літака в напрямку його поперечної вісі при русі з високою швидкістю по злітно-посадковій смузі і нелінійному відведенні коліс шасі. Запропоновано метод визначення параметрів граничних циклів і з його допомогою вивчено питання про наявність автоколивань при скінченному і нескінченному відношенні мас корпусу літака і його опор.

Вступ. У роботі [1] запропоновано нелінійну математичну модель плоскопаралельного руху літака по злітно-посадковій смузі (ЗПС), спрямовану на вивчення пружно-фрикційних вібрацій у напрямку поперечної осі літака, і розглянуто питання стійкості стаціонарного режиму руху. Припущено, що літак рухається з постійним кутом ризикування, зокрема, кутом попередження на бічний вітер. Модель використовується для вивчення граничних циклів поперечних коли-

вань літака при синхронному русі головних опор шасі і значному відведенні коліс шасі з метою з'ясування причин, що знижують ресурс літака [1].

Постановка завдання. Нерухома система координат $OXYZ$ лежить у площині полотна ЗПС. Точка O збігається з початковим положенням центра мас літака. Система координат Cxz (рис. 1) пов'язана з літаком (C – центр мас літака; Cx і Cz – подовжня і поперечна осі) [2]. Лінія заданого шляху – вісь ЗПС – показана штриховою лінією.

Проекції швидкості точки C на осі OX , OZ позначимо V_x, V_z . Вважаємо, що

$$V_x = \text{const}; V_z = \text{const}; \psi = \text{arctg}(V_z / V_x)$$

і однойменні осі обох систем координат паралельні. При цьому тіла "1" і "2" рухаються поступально, шляхова швидкість центра мас літака протягом усієї пробіжки збігається з лінією заданого шляху, а кут ψ є кутом рискання. Беручи до уваги малість кута рискання ψ , вважаємо, що він дорівнює V_z / V_x .

Розглянемо два випадки. У першому випадку (модель "А") вважаємо масу корпусу скінченною, характеристичний параметр

$$p^2 = (1 + M_2 / M_1)^{-1},$$

де M_2 – маса опор шасі; M_1 – маса корпусу.

Маса опор шасі M_2 дорівнює 0,975, що відповідає реальним конструкціям літаків. У цьому випадку літак будемо розглядати як пружну зв'язку двох різновеликих тіл.

У другому випадку (модель "Б") вважаємо, що маса корпусу настільки перевищує масу опор шасі, що відношенням M_2 / M_1 можна знехтувати в порівнянні з одиницею, а $p^2 = 1$. При цьому корпус виконує заданий рівномірний рух зі швидкістю точки C , а опори шасі коливаються відносно нього. Такий підхід використовують під час вивчення коливань шімі [3]. Отже, в другому випадку корпус і опори літака будемо розглядати як несуче тіло і тіло, яке несуть.

Запишемо вихідні рівняння поперечного руху літака для першого випадку:

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{Z}_1 + c(Z_1 - Z_2) &= F_1; \\ M_2 \ddot{Z}_2 + c(Z_2 - Z_1) &= -F_2 \text{sgn}(\dot{Z}_2), \end{aligned} \quad (1)$$

де Z_1, Z_2 – координати корпусу й опор шасі на зазначеній осі; c – жорсткість внутрішньої в'язі корпусу й опор шасі; F_1 – рушійна сила; F_2 – сила тертя; "·" – диференціювання за часом t .

Рушійну силу вважатимемо сталою (у роботі [1] $F_1 \neq \text{const}$), а силу тертя

$$F_2 = \mu_* N F(\varphi_2), \quad (2)$$

μ_* – максимальне значення коефіцієнта ефективного поперечного тертя, що досягається при критичному куті відведення φ_* , $F(\varphi_*) = 1$ (рис. 1); N – нормальна реакція ЗПС; $F(\varphi_2)$ – нелінійна функція кута відведення коліс шасі:

$$\varphi_2 = \dot{Z}_2 / V_x, F \in [-1, 1].$$

Маючи на увазі пробіжку літака зі сталим (як на стоянці) кутом атаки, будемо вважати нормальну реакцію сталою. Обмежимося конкретним виглядом функції $F(\varphi_2)$, показаним на рис. 1 [4–6], і подамо аналітичний вираз для $F(\varphi_2) \text{sgn}(\dot{Z}_2)$:

$$F(\varphi_2) \text{sgn}(\varphi_2) = \mu_1 \varphi_2 + \mu_3 \varphi_2^3 + \mu_5 \varphi_2^5 + \mu_7 \varphi_2^7,$$

де μ_i ($i = 1, 3, 5, 7$) – відомі сталі.

Для розглянутого випадку

$$\mu_1 = 10,9051, \mu_3 = -245,470, \mu_5 = 2759,45, \mu_7 = 10791,2, \varphi_* = 0,1571 \text{ рад.}$$

Максимальне значення кута кривої (рис. 1) $\varphi_{\text{max}} = 0,23$ рад.

Рівняння (1), доповнені залежністю (2), є нелінійною математичною моделлю для вивчення коливань літака (модель "А") при пробіжці по ЗПС із попередженням на бічний вітер. Розглянемо питання про існування і параметри режиму руху:

$$Z_1(t) = V_z t + A_1 \sin \omega t + Z_{10}; \quad Z_2(t) = V_z t + A_2 \sin \omega t + Z_{20}, \quad (3)$$

де A_1, A_2 і ω – сталі амплітуди та частота коливань корпусу і шасі; Z_{10}, Z_{20} – їхні початкові координати.

Вважаємо, що тіла механічної системи беруть участь у рівномірному переносному русі і виконують гармонійні коливання у відносному русі. Стійкі періодичні рухи (3) є поперечними пружно-фрикційними автоколиваннями.

Тепер запишемо вихідне рівняння руху опор для другого випадку (модель “Б”):

$$M_2 \ddot{Z}_2 + c(Z_2 - Z_1) = -F_2(\dot{\varphi}_2). \quad (4)$$

Відповідно до поставленої задачі варто покласти, що Z_1 дорівнює $V_z t$, і вивчити розв’язок $Z_2(t)$ виду (3).

Метод розв’язання задачі. Змінимо вигляд вихідних рівнянь (1). Продиференціюємо їх за часом і перейдемо до нових змінних $\varphi_i = \dot{Z}_i / V_x$ (“i” тут і далі дорівнює 1 і 2), φ_1 – кут рискання корпусу, φ_2 – кут відведення або кут рискання коліс шасі. При додатному значенні відведення коліс одержимо:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 + \omega_2^2 (M_2 / M_1) (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0; \\ \ddot{\varphi}_2 + \omega_2^2 (\varphi_2 - \varphi_1) &= -(\partial F_2 / \partial \varphi_2) \dot{\varphi}_1, \end{aligned} \quad (5)$$

де ω_2 – парціальна частота опор шасі; $\omega_2 = (c / M_2)^{1/2}$.

Відповідно до поставленої задачі і введених позначень розв’язок системи (5) шукаємо у вигляді

$$\varphi_i(t) = \psi + a_i \cos \omega t, \quad a_i = A_i \omega / V_x. \quad (6)$$

Початкові значення такі:

$$\varphi_i(t=0) = \psi + a_i = \varphi_{0i}, \quad \dot{\varphi}_i(t=0) = 0; \quad (7)$$

З умови $\dot{Z}_C = V_z$ одержимо

$$\begin{aligned} M_1 \varphi_1 + M_2 \varphi_2 &= (M_1 + M_2) \psi; \\ a_1 &= -(M_2 / M_1) a_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Зазначимо, що

$$a_1 = -(M_2 / M_1) (\varphi_{02} - \psi). \quad (9)$$

Підставимо формули (5) і (7) у перше рівняння системи (4). Одержимо

$$\omega^2 = \omega_2^2 / p^2.$$

У випадку моделі “А” $p^2 = 0,975$, у випадку моделі “Б” $p^2 = 1$. Узагальнивши рівняння (8) і (9), приходимо до формули

$$a_1 = (1 - p^{-2}) (\varphi_{02} - \psi). \quad (10)$$

Будемо розглядати безрозмірний час $\tau = \omega t$. Замість формул (5) і (6) одержимо відповідно:

$$\begin{aligned} \varphi_1'' + (1 - p^2) (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0; \\ \varphi_2'' + p^2 (\varphi_2 - \varphi_1) &= -\varepsilon f \varphi_2', \end{aligned} \quad (11)$$

де $\varepsilon = (\mu \cdot N) (M_2 V_x \omega)$; $f = f(\varphi_2) = \partial F / \partial \varphi_2$;

$$\varphi_i(\tau) = \psi + a_i \cos \tau. \quad (12)$$

Символ диференціювання за безрозмірним часом τ , позначено штрихом.

Взявши до уваги формулу (10), вираз для кута рискання корпусу перепишемо у вигляді:

$$\varphi_1(\tau) = \psi + (1 - p^{-2}) (\varphi_{02} - \psi) \cos \tau. \quad (13)$$

Вирази (12) точно задовольняють перше рівняння системи (11) при довільних φ_{0i} . Перепишемо друге рівняння системи (11) з урахуванням виразу (13):

$$\varphi_2'' + p^2 \varphi_2 = -\varepsilon f \varphi_2' + p^2 \psi + (p^2 - 1) (\varphi_{02} - \psi) \cos \tau. \quad (14)$$

Маємо неавтономне нелінійне диференціальне рівняння другого порядку щодо функції $\varphi_2(\tau)$. З'ясуємо, чи існують значення φ_{02} , за яких наближений розв'язок рівняння (14) має вигляд (12). Для цього запишемо рівняння (14) у вигляді системи двох рівнянь першого порядку:

$$\begin{aligned} \varphi_2' &= v_2; \\ v_2' &= p^2(\psi - \varphi_2) + (p^2 - 1)(\varphi_{02} - \psi) \cos \tau - \varepsilon f v_2. \end{aligned} \quad (15)$$

Рівняння (15) проінтегруємо методом Рунге-Кутта з кроком $1/500$ при $\tau \in [0, 2\pi]$. Варіюючи початковий кут відведення коліс шасі, будемо шукати кут, що задовольняє умови:

$$\begin{aligned} \varphi_2(\tau = 0) &= \varphi_2(\tau = 2\pi); \\ v_2(\tau = 0) &= v_2(\tau = 2\pi) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

У випадку моделі "Б" одержимо, що рівняння відносно $\varphi_2(\tau)$ має вигляд (14), якщо $p^2 = 1$. Значення φ_{02} , тобто початкові значення, при яких функція $\varphi_2(\tau)$ задовольняє умови (16), будемо шукати, як і у випадку моделі "А".

Результати обчислень і їхній аналіз. У випадку моделі "А" зробимо три зауваження.

1. Для оцінки порядку реалізованих значень параметра ε запишемо його інакше, ніж у формулах (11):

$$\varepsilon = \mu_*(N/G)p^2(1-p^2)^{-1}(g/V_X/\omega_2),$$

де G – вага літака; g – прискорення вільного падіння.

Осереднене значення ω_2 при $V_X = 40$ м/с дорівнює 17 Гц [7]. Для оцінок одержимо

$$\varepsilon = \mu_*(N/G)[0,975/(1-0,975)][9,8/(40 \times 2\pi \times 17)] = 0,0895 \mu_*(N/G).$$

Коефіцієнт μ_* залежно від наявності вологи на ЗПС, виду і стану покриття ЗПС і пневмошин має порядок $0,1 \dots 1$, $N/G < 1$. Отже, $\varepsilon < 0,1$.

2. Розмірну амплітуду коливань шасі в метрах можна визначити за формулою

$$A_2 = (\varphi_{02} - \psi)V_X/\omega = (\varphi_{02} - \psi)[40/(2\pi \times 17)] = 0,375(\varphi_{02} - \psi).$$

3. Рівняння (11) запишемо у вигляді системи чотирьох рівнянь першого порядку:

$$\begin{aligned} \varphi_1' &= v_1; \\ v_1' &= -(1-p^2)(\varphi_1 - \varphi_2); \\ \varphi_2' &= v_2; \\ v_2' &= -p^2(\varphi_2 - \varphi_1) - \varepsilon f v_2'. \end{aligned} \quad (17)$$

Із системи (17) видно, що існує режим руху досліджуваного виду (6) при $a_i = 0$. Це стаціонарний неколивальний режим руху тіл механічної системи (рис. 1). При вивченні його стійкості по першому наближенню одержимо, що в числі коренів характеристичного рівняння є нульовий, отже, судити про стійкість по першому наближенню не можна [8]. Керуючись цим, після визначення φ_{02} проінтегруємо рівняння (17) методом Рунге-Кутта, переконаємося в існуванні періодичного розв'язку системи (6) і вивчимо його стійкість.

У випадку моделі "Б", замість рівняння (4) одержимо:

$$\begin{aligned} \varphi_2' &= v_2; \\ v_2' &= \psi - \varphi_2 - \varepsilon f v_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Результат вивчення стійкості за критерієм Рауса-Гурвіца показує, що стаціонарний неколивальний режим $\varphi_2(\tau) = \text{const} = \psi$ стійкий при $\psi < \varphi$, і нестійкий при $\psi > \varphi$. У другому випадку у разі малого відхилення від точки рівноваги система прагне до періодичного розв'язку системи (6), тобто – до граничного циклу.

Результати обчислень для корпусу скінченної маси (модель "А") і масивного корпусу (модель "Б") для трьох значень кута ризикування літака наведено в таблиці. Значення для скінченного і нескінченного корпусів розділено знаком ":",

Параметри граничного циклу

ε	φ_{02} , рад	$v_2(\tau = 2\pi)$	A_2 , см
$\psi = 1,01\varphi_*$			
0.02	0.18478;0.18334	-0.000015;-0.000015	0.9791;0.9252
0.04	0.18476;0.18335	0.000004;0.000001	0.9785;0.9253
0.06	0.18475;0.18335	0.000035;0.000028	0.9780;0.9255
0.08	0.18474;0.18336	0.000078;0.000065	0.9775;0.9257
0.10	0.18473;0.18336	0.000133;0.000113	0.9770;0.9259
$\psi = 1,03\varphi_*$			
0.02	0.20431;0.20315	-0.000012;-0.000013	1.5938;1.5500
0.04	0.20430;0.20316	0.000055;0.000050	1.5933;1.5505
0.06	0.20430;0.20318	0.000167;0.000156	1.5931;1.5512
0.08	0.20430;0.20320	0.000323;0.000303	1.5931;1.5521
0.10	0.20430;0.20323	0.000524;0.000494	1.5933;1.5532
$\psi = 1,05\varphi_*$			
0.02	0.21775;0.21678	-0.000007;-0.000008	1.9800;1.9435
0.04	0.21774;0.21680	0.000100;0.000096	1.9800;1.9253
0.06	0.21775;0.21684	0.000279;0.000270	1.9800;1.9456
0.08	0.21777;0.21688	0.000530;0.000513	1.9806;1.9473
0.10	0.21780;0.21694	0.000852;0.000827	1.9816;1.9493

У діапазоні $\varphi_2 \in [\varphi_*, \varphi_{\max}]$ існують значення φ_{02} , що приблизно задовольняють умови (16), значення параметрів для моделей "А" і "Б" близькі, величини амплітуд значні і, отже, досліджувані коливання можуть істотно вплинути на ресурс літака. У діапазоні $\varepsilon \in (0,02;0,04)$ існує значення ε , при якому умови (16) виконуються точно.

На рис. 2 наведено функції $\varphi_2(\tau)$, отримані числовим інтегруванням методом Рунге-Кутта з кроком 1/500 вихідних рівнянь (17) і (18), для випадку $\varepsilon = 0,1$, $\psi = 1,03\varphi_*$ і початкового кута відведення, що дорівнює 0,19 рад, тобто трохи меншого за кут φ_{02} . Початкові значення φ_{0i} пов'язані співвідношенням

$$\varphi_{01} = \varphi_{02} + (\psi - \varphi_{02}) / p^2.$$

Верхня і нижня пунктирні лінії відповідають значенням φ_{\max} і φ_* , суцільна лінія – значенню ψ . Як видно з рис. 2, поведінка системи істотно залежить від того, скінченною чи нескінченною є маса корпусу літака. У першому випадку граничний цикл нестійкий (рис. 2, а), у другому – стійкий (рис. 2, б).

Для математичного моделювання поперечних пружно-фрикційних коливань літака, які слід очікувати при русі літака з високою швидкістю по ЗПС і попередженням на бічний вітер,

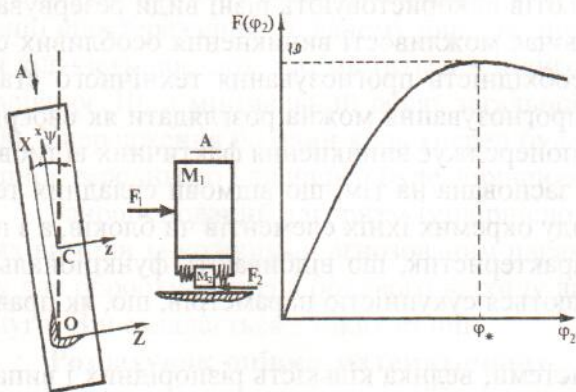


Рис. 1

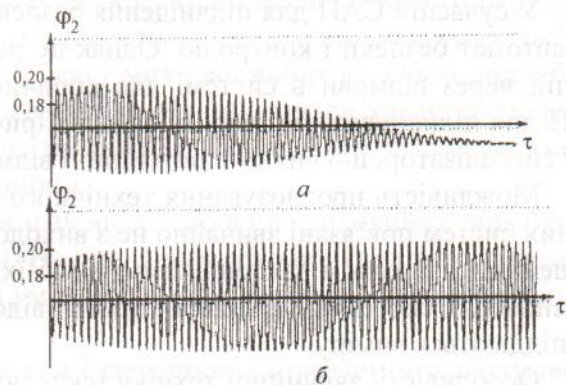


Рис. 2

взаємодію полотна ЗПС і пневмошин розглянуто в рамках гіпотези нелінійного відведення. Врахування скінченності відношення мас опор шасі і корпусу може принципово вплинути на висновки про наявність автоколивань. Запропонований метод визначення параметрів граничних циклів може застосовуватися при вивченні одночастотних режимів коливань багатоступеневих нелінійних систем зі слабким зв'язком.

Список літератури

1. Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М. Поперечные упруго-фрикционные вибрации движущегося по взлетно-посадочной полосе самолета // Прикладная механика. – 2001. – Т. 37, № 5. – С. 136–143.
2. Микеладзе В.Г., Тутов В.М. Основные геометрические и аэродинамические характеристики самолетов и ракет. – М.: Машиностроение, 1990. – 144 с.
3. Лобас Л.Г., Вербицкий В.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин. – К.: Наук. думка, 1990. – 232 с.
4. Malcolm J. Abzug. Directional stability and control during landing rollout // J. of Aircraft. – 1999. – Vol. 36, №3. – P. 584–590.
5. Davis P.A., Martinson V.J., Yager T.J., Stubbs S.M. 26x6.6 radial-belted aircraft tire performance // SAE Techn.Pap.Ser. – 1991. – 912157. – P. 9.
6. Лигум Т.И., Скрипниченко С.Ю., Шимарев А.В. Аэродинамика самолета Ту-154Б. – М.: Транспорт, 1985. – 263 с.
7. R. van der Valk, Pacejka H.B. An analysis of a civil aircraft main gear shimmy failure // Vehicle system dynamics. – 1993. – Vol. 22. – P. 97–121.
8. Батъ М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2. – М.: Наука, 1964. – 663 с.

Стаття надійшла до редакції 14.10.02.

0571-521.9-023

УДК 629.735.33

Посадка самолета
система автоматической посадки
характеристика системы посадки

Б.Г. Масловський, доц.
(Національний авіаційний університет)

О.А. Зеленков, канд. техн. наук, проф.
(Національний авіаційний університет)

ПРОГНОЗУВАННЯ ТОЧІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОЇ ПОСАДКИ ЛІТАКІВ

Розглянуто питання організаційного і математичного забезпечення прогнозування стану систем автоматичної посадки літаків за реалізаціями визначальних параметрів приземлення. Наведено алгоритм визначення прогнозних характеристик.

Вимір визначальних вихідних параметрів процесу автоматичного приземлення в точці дотику дозволяє судити про якість посадки чи технічний стан системи автоматичної посадки (САП).

У сучасній САП для підвищення безпеки польотів використовують різні види резервування, автомат безпеки і контролю. Однак це не виключає можливості виникнення особливих ситуацій через відмови в системі, що спричиняє необхідність прогнозування технічного стану САП для підвищення безпеки польотів. Причому прогнозування можна розглядати як своєрідний сигналізатор, що виявляє потенційні відмови і попереджує виникнення фактичних відмов.

Можливість прогнозування технічного стану заснована на тім, що відмови складних технічних систем пов'язані звичайно не з виходом з ладу окремих їхніх елементів чи блоків, а з погіршенням і виходом за припустимі межі їхніх характеристик, що відбивають функціональне призначення системи. Характеристики ці відображаються сукупністю параметрів, що, як правило, піддаються виміру.

Особливість авіаційної техніки (складність системи, велика кількість різномірних і випадкових впливів, що не спостерігаються) при розв'язанні задач прогнозування утрудняє викорис-