

УДК 629.735.051'622(045)

О.П. Кривоносенко, канд. техн. наук, доц.**Н.В. Білак**, канд. техн. наук, доц.**Н.А. Тимошенко**, асп.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ВЕРТОЛЬОТА ЧАСТОТНИМ ТА ЧАСОВИМ МЕТОДАМИ

Розглянуто результати дослідження системи стабілізації вертольота як нестійкого об'єкта, що підтверджує можливість виконання синтезу оптимальних структур систем стабілізації частотним та часовим методами.

The research of helicopter stabilization system, as unstable plant, which are directed to confirmation of possibility to carry out synthesis of optimal structures of stabilization system with the help of frequency and time methods, are fulfilled in this article.

Вступ

Останнім часом для вирішення багатьох нагальних народногосподарських завдань суттєво розширюються межі застосування вертольотів, у результаті чого швидко зростають і вимоги до характеристик їх руху на заданих траєкторіях польоту в тривалих стохастичних збурених режимах.

Вертольоти широко використовуються як для перевезень пасажирів і вантажів, так і для виконання будівельно-монтажних, рятувальних, розвідувальних робіт, гасіння пожеж, аерофотозйомок та ін.

Завдання створення систем стабілізації, які б забезпечували мінімальне відхилення вертольота від заданої траєкторії польоту, є актуальним і заслуговує на увагу багатьох спеціалістів.

Основний шлях досягнення потрібних точнісних характеристик полягає в розробленні науково обґрунтованих технічних пропозицій щодо створення оптимальних структур систем керування і стабілізації програмних рухів вертольота з урахуванням впливів на нього експлуатаційних стохастичних факторів. Доцільно визначати оптимальними як структуру, так і параметри систем стабілізації, досягаючи при цьому оптимальних меж точності стабілізації на програмних траєкторіях руху.

Польоти вертольота характеризуються тим, що більшість режимів виявляються тривалими, стаціонарними процесами без великих відхилень параметрів руху.

Синтез оптимальних структур регуляторів у контурі стабілізації в таких випадках можна виконувати двома методами:

- частотним з використанням методу Вінера – Колмогорова;
- часовим з використанням теореми розділення та розв'язання рівнянь Рікатті.

Популярність часових методів обумовлена, у першу чергу, їх високою ефективністю під час розв'язання нестационарних задач у детермінованих і стохастичних постановках.

Вирішуючи завдання кутової стабілізації та стабілізації літальних апаратів на заданій траєкторії польоту, враховують, що на об'єкт стабілізації безперервно діє маса малих стохастичних зовнішніх збурюючих факторів, що дозволяє виконувати синтез систем стабілізації спектральними (частотними) методами. У цих задачах алгоритми синтезу і аналізу виявляються простішими, а результати синтезу легше реалізуються апаратно.

Процедури синтезу наведеними методами виявляються нескладними, а отримані результати відрізняються лише за виглядом отриманих структур, а також простотою їх реалізації.

Виконаємо синтез оптимальної системи кутової стабілізації вертольота типу Мі-8 у каналі тангажа в режимі висіння, використовуючи частотний та часовий методи синтезу.

Вертолiт цього типу належить до одновинтових і розглядається як динамічна система, що є нестійкою практично на всіх режимах польоту.

Постановка задачі

Задачу синтезу оптимальної структури системи стабілізації вертольота як рухомого нестійкого об'єкта поставимо таким чином.

Структура системи стабілізації вертольота не відрізняється від узагальненої структури для багатьох систем стабілізації рухомих об'єктів і матиме два контури [1].

За допомогою алгоритмів зведення двоконтурних систем до еквівалентних одноконтурних систем стабілізації [2] шляхом структурних перетворень та розширення об'єкта, зведемо таку систему до загальної структури, зображеної на рис. 1.

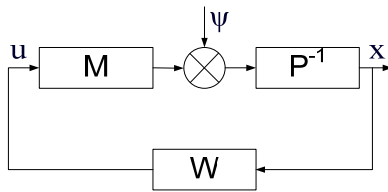


Рис.1. Структурна схема системи стабілізації нестійкого об'єкта під час «ідеальних» вимірювань

Рух нестійкого об'єкта стабілізації описується диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами:

$$P(s)x(s) = M(s)u(s) + \psi(s), \tag{1}$$

де $P(s)$ і $M(s)$ – поліноми аргумента $s = \sigma + j\omega$,

причому поліном $P(s)$ має корені як у лівій півплощині (ЛПП), так і у правій півплощині (ППП);

$x(s)$ – зображення вихідної реакції об'єкта за перетворенням Лапласа, (в нашому випадку це кут тангажа);

$u(s)$ – зображення сигналу керування (сигнал керування автоматом перекосу гвинта) за перетворенням Лапласа;

$\psi(s)$ – зображення збурень (турбулентний вплив вітру) за перетворенням Лапласа.

Рішення задачі частотним методом

Синтез оптимальної системи стабілізації вертольота в частотній області виконується з використанням методу Вінера – Колмогорова [2].

Задача полягає в тому, щоб вибором оптимальної структури регулятора $W(s)$ забезпечити стійкість замкненої системи та мінімум показнику якості стабілізації, який визначається виразом

$$e = \langle x^2 \rangle + \lambda \langle u^2 \rangle = \frac{1}{j} \text{tr} \int_{-j\infty}^{j\infty} [S_{xx}(s) + S_{uu}(s)] ds, \tag{2}$$

де λ – ваговий поліном, що дозволяє враховувати витрати потужності керування;

$S_{xx}(s), S_{uu}(s)$ – спектральні щільності сигналів виходу та керування;

$\langle \rangle$ символ математичного сподівання.

Визначення шуканої оптимальної структури W запишемо як

$$W = F_u (F_x)^{-1},$$

де передавальні функції F_u і F_x замкненої системи, визначаються у процесі синтезу за відомим алгоритмом [2] на підставі вихідної інформації про динаміку об'єкта керування і збурюючих впливів.

Функції F_u і F_x визначаємо так:

$$F_x = P^{-1}MB\Phi + P^{-1}(MA + E); \tag{3}$$

$$F_u = B\Phi + A,$$

де Φ – вибирається як варійована функція.

Поліноміальні функції B та A треба визначити на основі вхідної інформації за умов:

$$P^{-1}M = \tilde{M}B^{-1}; \tag{4}$$

$$(P^{-1}MA)_- = -P_-^{-1}.$$

Причому визначник $|B^{-1}|$ містить полюси тільки в ППП, B визначається за допомогою операції одностороннього видалення полюсів $P^{-1}M$ виразу (4).

Отже, після вибору за умов (4) поліноміальних матриць A і B , підставивши їх у вирази (3), можна визначити функцію F_u через варійовану функцію Φ , причому F_u завжди буде мати полюси тільки в ЛПП.

Для розрахунку оптимальної структури регулятора $W(s)$ був розроблений пакет прикладних програм для ПК.

Як модель динаміки вертольота у вигляді передавальної функції від відхилення кільця автомата перекосу до кута тангажа [1] подано вираз

$$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta\delta_z} = \frac{(s + \omega_2)}{(s + \omega_1)(s^2 - 2\xi\omega_0s + \omega_0^2)}, \tag{5}$$

де $\Delta\vartheta$ – відхилення кута тангажа;

$\Delta\delta_z$ – відхилення кільця автомата перекосу гвинта.

Для вертольота Мі-8 коефіцієнти передавальної функції (5) такі [1]:

$$k_0 = 12; \quad \omega_0 = 0,6 c^{-1}; \quad \omega_1 = 0,7 c^{-1};$$

$$\omega_2 = 0,018 c^{-1}; \quad \xi = 0,4.$$

Підставимо значення цих коефіцієнтів у модель (5) і запишемо рівняння (1) так:

$$MP^{-1} = \frac{12(s + 0,018)}{(s + 0,7)(s^2 - 0,48s + 0,36)};$$

$$x(s) = \vartheta; \quad u(s) = \delta_z.$$

Об'єкт стабілізації є нестійким, що ускладнює задачу синтезу оптимальних структур досліджуваного каналу стабілізації. Тому попереднє визначення структур матриць A і B має враховувати та компенсувати корені, що знаходяться у ППП [2].

Подальша процедура синтезу не відрізняється від послідовності дій під час синтезу оптимальної структури стійкого об'єкта стабілізації. Тобто як результати розв'язання задачі синтезу оптимальних структур системи стабілізації, потрібно отримати таку структуру регулятора $W(s)$, яка забезпечить виконання умов стійкості замкненої системи стабілізації та досягнення оптимального рівня якості (точності) стабілізації.

Рух об'єкта, що досліджується, збурюється турбулентністю атмосфери, яка вважається випадковим стаціонарним процесом зі спектральною щільністю, заданою у вигляді

$$S'_{\psi\psi}(s) = \frac{-3,181}{(s+1)(s-1)}. \quad (6)$$

У результаті обчислень на ПК за вихідними даними отримано оптимальну структуру регулятора $W(s)$ у вигляді передавальної функції регулятора в каналі стабілізації тангажа за $\lambda = 1$:

$$W_{\text{opt}} = \frac{\text{num } W_{\text{opt}}}{\text{den } W_{\text{opt}}};$$

$$\text{num } W_{\text{opt}} = -0.4078(0.3668s - 1) \times$$

$$\times (0.4221s^2 + 1.0675s + 1);$$

$$\text{den } W_{\text{opt}} = (0.7582s + 1).$$

При цьому числове значення відносного показника якості стабілізації (2) дорівнює $e = 0,2440$. Логарифмічно-частотні характеристики отриманого регулятора зображено на рис. 2.

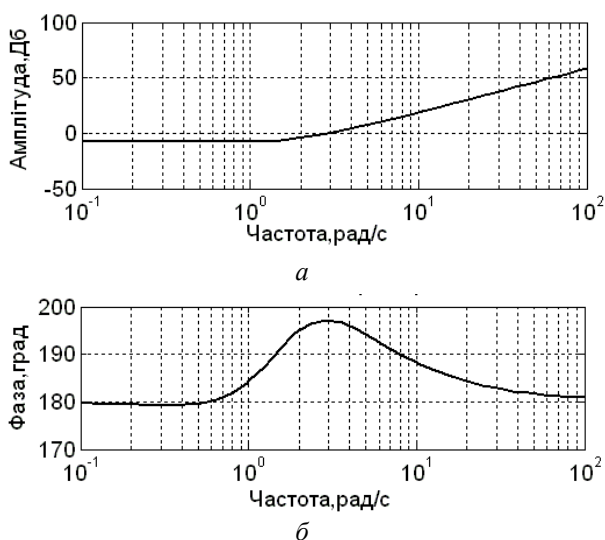


Рис. 2. Логарифмічні амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики регулятора в каналі стабілізації тангажа

Оптимальні передавальні функції замкненої системи стабілізації F_u та F_x мають вигляд

$$F_x(s) = \frac{2.9394(0.7581s + 1)}{(14.4781s + 1)(0.2646s^2 + 0.7272s + 1)}, \quad (7)$$

$$F_u(s) = \frac{1.1993(0.3668s - 1)(0.4221s^2 + 1.0675s + 1)}{(14.4781s + 1)(0.2646s^2 + 0.7272s + 1)}.$$

Як видно, вони задовольняють умову стійкості замкненої системи стабілізації.

Виконані дослідження реакції системи стабілізації на детерміновані впливи, зображені на рис. 3, свідчать про допустимі характеристики перехідного процесу у цьому каналі з використанням синтезованих оптимальних структур у каналі стабілізації за кутом тангажа.

Рішення задач часовим методом

Задачу синтезу оптимальної структури досліджуваної системи стабілізації нестійкого об'єкта при стохастичних впливах можна розв'язати також і часовим методом з використанням теореми розділення.

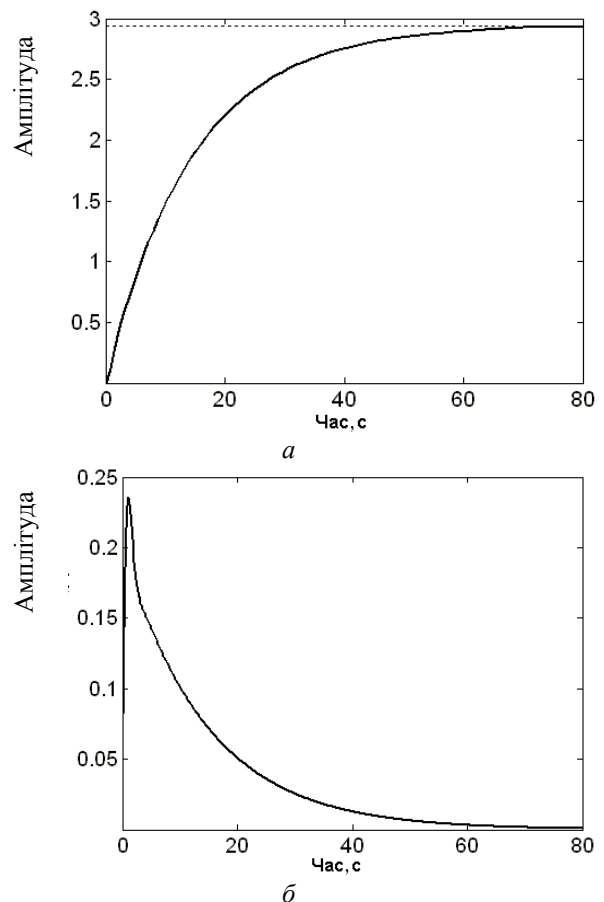


Рис. 3. Реакція оптимальної системи (частотний метод) на детерміновані впливи:

a – перехідна характеристика;

b – імпульсна перехідна характеристика

Для розв'язання задачі синтезу часовим методом модель досліджуваної системи (1) подамо у вигляді моделі у просторі станів:

$$\dot{x} = Ax + Bu + \omega_1;$$

$$y = Cx + \omega_2,$$

де A – матриця стану системи;

x – вектор змінних стану системи;

B – матриця керування системи;

u – вектор змінних керування;

ω_1 – кольоровий шум, який збуджує стан системи, спектральна щільність якого описує турбулентність атмосфери;

y – вектор змінних, що вимірюються;

C – матриця спостережень;

ω_2 – шум спостереження чи вимірювання.

Задача полягає в тому, щоб побудувати оптимальний регулятор F , який мінімізує показник якості – інтегральний квадратичний критерій:

$$\sigma = E \left\{ \int_0^{\infty} [x^T R_1 x + u^T R_2 u] dt \right\}, \quad (8)$$

де R_1, R_2 , – невід'ємно визначені симетричні вагові матриці:

$$R_1 = C^T R_3 C,$$

E – математичне сподівання.

У критерії (8) перша складова $x^T R_1 x$ є мірою відхилення від нульового стану системи у момент часу t . Другий член критерію (8) $u^T R_2 u$ враховує витрати потужності на керування.

Розв'язання задачі побудови оптимального регулятора є комбінацією розв'язань задачі детермінованого оптимального регулятора та задачі оптимального стохастичного спостерігача в разі дії на систему випадкових збурень. Цей результат відомий як теорема розділення [3], її реалізація виконується в декілька послідовних етапів. Причому на першому етапі синтезується оптимальний стохастичний спостерігач (фільтр Калмана), а вхідними даними для синтезу є збурений (розширений) об'єкт (рис. 4) та матриці коваріації шумів стану та вимірювань.

У результаті отримуємо модель спостерігача в просторі стану. Стан системи збурюється турбулентністю атмосфери, яка є кольоровим шумом. Оскільки стандартна задача синтезу оптимального стохастичного спостерігача передбачає, що на систему діє білий шум, то для зведення поставленої задачі до стандартного вигляду потрібно

включити формуючий фільтр (рис. 4) у структуру об'єкта, тобто розширити об'єкт, причому модель формуючого фільтра буде подана також у просторі станів матрицями $[A_f, B_f, C_f, D_f]$.

Для синтезу використовуватимемо об'єкт з розширеним простором стану, який описується матрицями $[A_{ex}, B_{ex}, C_{ex}, D_{ex}]$.

На другому етапі здійснюється синтез оптимального детермінованого регулятора. Вхідними даними для синтезу є матриця стану розширеного об'єкта (вибираємо тільки ті стовпці, які відповідають керованим входам) та матриці вагових коефіцієнтів. У результаті отримуємо коефіцієнти підсилення регулятора.

З метою отримання спрощеного регулятора на третьому етапі поєднують спостерігач з регулятором (рис. 4).

Для синтезу оптимального спостерігача використовується об'єкт з розширеним простором стану, описуваний матрицями $[A_{ex}, B_{ex}, C_{ex}, D_{ex}]$, та створюється, виходячи з інформації про динаміку об'єкта керування вигляду (5) – матриці $[A, B, C, D]$ та моделі у просторі станів формуючого фільтра збурень вигляду (6) – матриці $[A_f, B_f, C_f, D_f]$:

$$A = \begin{bmatrix} -0.22 & -0.024 & -0.25 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = [1 \ 0 \ 0]^T, C = [0 \ 12 \ 0.216]; D = [0];$$

$$A_f = [-0.6667], B_f = [1];$$

$$C_f = [0.5642], D_f = [0]. \quad (9)$$

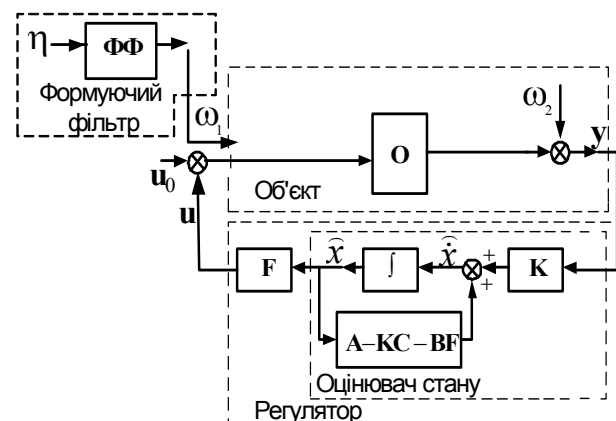


Рис. 4. Оптимальна система керування

Синтезована оптимальна структура об'єднаного регулятора (стохастичний спостерігач та оптимальний детермінований регулятор) забезпечує мінімальне значення показника якості (8) та стійкість замкненої системи.

Задачу синтезу оптимальної системи стабілізації каналу тангажа вертольота в часовій області для вихідних даних (9) було вирішено за допомогою пакета програм MatLab, у результаті чого було отримано:

– чотири матриці $[A_r, B_r, C_r, D_r]$, що описують поєднання оптимального стохастичного спостерігача (фільтра Калмана) та оптимального детермінованого регулятора вигляду

$$A_r = \begin{bmatrix} -1,992 & 0 & 12 & 0,216 \\ -1,153 & -6,745 & -14,74 & -0,3804 \\ -0,1447 & 1 & 0 & 0 \\ -0,1138 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_r = [2,348 \quad 0,02281 \quad 0,2565 \quad 0,2017];$$

$$C_r = [-1,14 \quad -6,525 \quad -14,72 \quad -0,1284];$$

$$D_r = [0];$$

– передавальна функція синтезованого узагальнювального регулятора в каналі стабілізації тангажа:

$$F(s) = \frac{\text{num} F(s)}{\text{den} F(s)}; \quad (10)$$

$$\text{num} F(s) = -0,02564 (1,37099s + 1)(1,5s + 1) \times \\ \times (14,2146s - 1);$$

$$\text{den} F(s) = (0,1776 s + 1)(6,2735 s + 1) \times \\ \times (0,1393 s^2 + 0,4636 s + 1);$$

– передавальна функція замкненої системи стабілізації (рис. 4), корені характеристичного рівняння якої знаходяться у ЛПП:

$$G(s) = \frac{\text{num} G(s)}{\text{den} G(s)}; \quad (11)$$

$$\text{num} G(s) = 0,739 (0,1776 s + 1)(6,2735 s + 1) \times \\ \times (55,5556 s + 1)(0,1393 s^2 + 0,4636 s + 1);$$

$$\text{den} G(s) = (0,1886 s + 1)(1,5 s + 1) \times \\ \times (6,4475 s^2 + 3,6119 s + 1) \cdot (0,9234 s^2 + \\ + 1,4912 s + 1) \times (0,5587 s^2 + 1,0397 s + 1);$$

– числове значення показника якості системи за стохастичних впливів і обраних значень вагових коефіцієнтів R_1 і R_2 та без включення формувального фільтра в послідовне з'єднання регулятора з об'єктом: $H_2 = 1,9808$.

Логарифмічно-частотні характеристики синтезованого регулятора (10) у каналі стабілізації тангажа вертольота зображено на рис. 5.

Логарифмічні характеристики передавальних функцій оптимальних систем стабілізації синтезованих частотним $F_x(s)$ (7) та часовим $G(s)$ (11) методами показано на рис. 6.

Проведене зіставлення свідчить про збіг робочих частотних діапазонів отриманих оптимальних систем.

Результати дослідження реакції системи стабілізації (часовий метод) на детерміновані впливи свідчать про допустимі характеристики перехідного процесу в цьому каналі (рис. 7).

Для перевірки еквівалентності отриманих результатів було виконано дослідження якості системи в частотному поданні в разі включення оптимальної структури регулятора, синтезованого за часовим методом у замкнену систему.

Отримані передавальні функції замкненої системи мають вигляд

$$F_x(s) = \frac{\text{num} F_x(s)}{\text{den} F_x(s)};$$

$$\text{num} F_x(s) = 4,06557 (0,1679 s + 1)(9,5147 s + 1) \times \\ \times (0,0923 s^2 + 0,3646 s + 1);$$

$$\text{den} F_x(s) = (0,1253 s + 1)(1,3528 s + 1)(5,3619 s + 1) \times \\ \times (12,2729 s^2 + 1,0917 s + 1)(0,0553 s^2 + 0,0682 s + 1);$$

$$F_u(s) = \frac{\text{num} F_u(s)}{\text{den} F_u(s)};$$

$$\text{num} F_u(s) = 0,2542 (1,1651 s + 1) \times \\ \times (1,8288 s + 1)(9,4073 s - 1);$$

$$\text{den} F_u(s) = (0,1253 s + 1)(1,3528 s + 1)(5,3619 s + 1) \times \\ \times (12,2729 s^2 + 1,0917 s + 1)(0,0553 s^2 + 0,0682 s + 1).$$

Перехідна та імпульсна перехідна характеристики такої замкненої системи стабілізації зображено на рис. 8.

При цьому відносний показник якості стабілізації (2) дорівнює $e = 5,0615$.

Зокрема, стійкість системи зберігається, незважаючи на розбіжність проведених процедур.

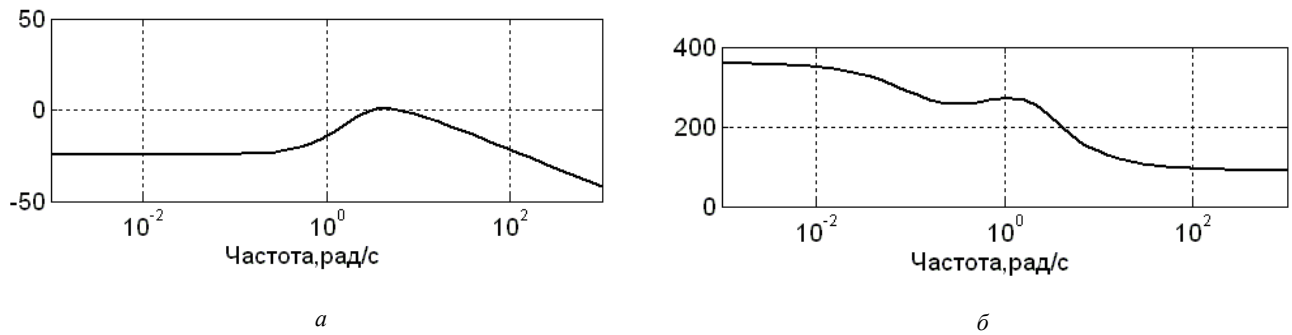


Рис. 5. Логарифмічні амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики синтезованого регулятора в каналі стабілізації тангажа

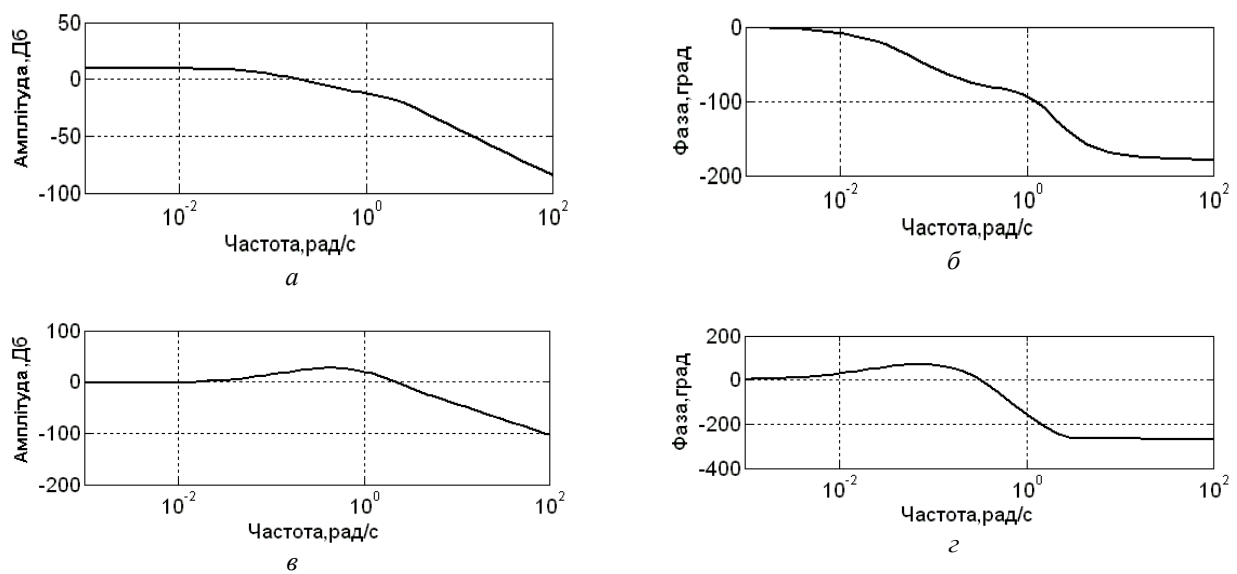


Рис. 6. Логарифмічні амплітудно-частотні (а, в) та фазочастотні (б, г) характеристики оптимальних систем стабілізації:

а, б – частотний метод F_x ;
в, г – часовий метод G

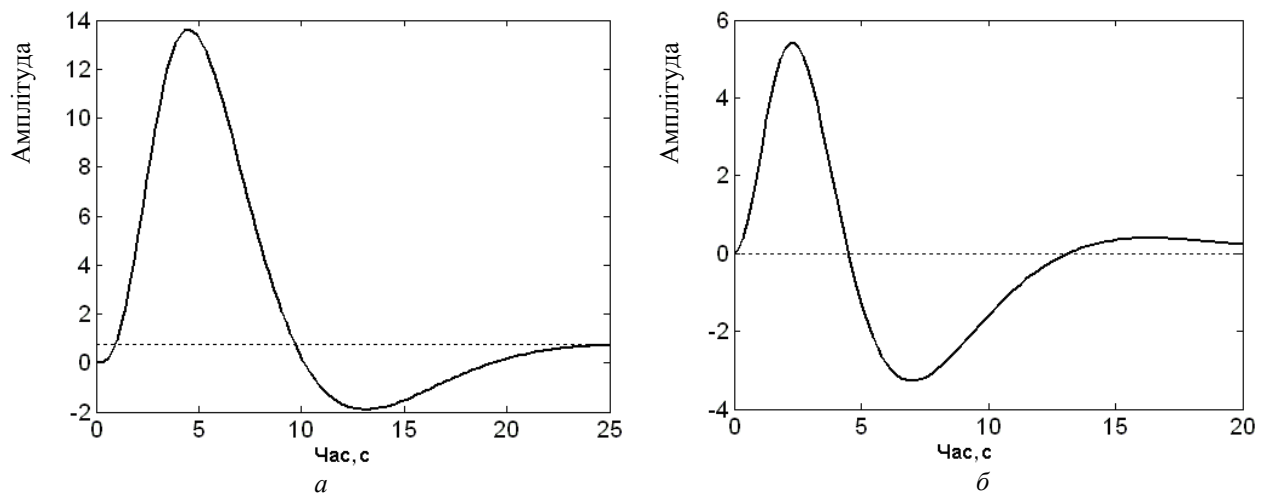


Рис. 7. Реакція оптимальної системи (часовий метод) на детерміновані впливи:

а – перехідна характеристика;
б – імпульсна перехідна характеристика

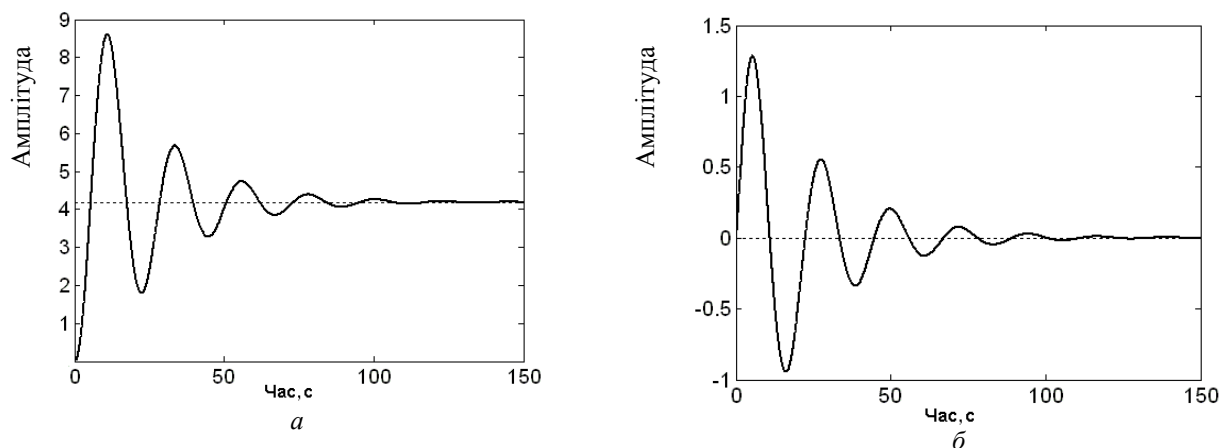


Рис. 8. Реакція оптимальної системи (частотно-часовий метод) на детерміновані впливи:

a – перехідна характеристика;

b – імпульсна перехідна характеристика

Висновки

Проведені дослідження свідчать про можливість виконання синтезу оптимальних структур систем стабілізації частотним методом з використанням методу Вінера – Колмогорова та часовим методом за теоремою розділення.

Синтезовані оптимальні структури в обох випадках виявляються стійкими на відміну від досліджуваного об'єкта стабілізації, забезпечують стійкість замкненої системи та достатній рівень якості (точності) стабілізації.

Аналізуючи реакції отриманих оптимальних систем стабілізації на детерміновані впливи, наочно видно, що система, структура якої отримана в разі синтезу за теоремою розділення, має коротший перехідний процес та меншу статичну похибку (рис. 7). Це забезпечує синтезований оптимальний детермінований регулятор, що входить до складу узагальненого оптимального регулятора.

Оптимальна система, синтезована за методом Вінера – Колмогорова, має довший перехідний процес та більшу статичну похибку (рис. 3), але дисперсія похибки стабілізації є на порядок меншою. Причиною цього є те, що структура оптимального регулятора синтезується, якщо врахована лише випадкова складова збурюючих факторів, яка є головною в розв'язанні задач стабілізації.

Удосконалити отримані результати не становить труднощів, для цього необхідно виконати синтез оптимального регулятора за детермінованих впливів за відомим алгоритмом [2] та побудувати узагальнювальний двоканальний регулятор, кожний канал якого буде реагувати (обробляти) окремо детерміновану та випадкову складові, розділення яких можливе використанням розділювальних фільтрів.

Цей підхід дасть можливість поліпшити як перехідні процеси в системі, так і точність системи стабілізації за стохастичних впливів.

Література

1. *Вертолет как объект управления* / С.Ю. Есаулов, О.П. Бахов, И.С. Дмитриев и др. – М.: Машиностроение, 1977. – 191 с.
2. *Блохін Л.М., Буриченко М.Ю.* Статистична динаміка систем керування: підруч. – К.: НАУ, 2003. – 208 с.
3. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления – М.: Мир, 1977. – 464 с.
4. *Краснопрошина А.А., Репнікова Н.Б., Ільченко А.А.* Сучасний аналіз систем керування з застосуванням MatLab, Simulink, Control System. – К.: Вид-во Корнійчук, 1999. – 141 с.
5. *В.М. Азарсков, Т.А. Галагуз, О.О. Абрамович, А.А. Тунік.* Оптимальне стохастичне керування боковим рухом безпілотної літальної апаратури при неповному вимірюванні вектора стану в неперервних системах // Зб. пр. МНТК “Авіа-2003”. – К.: НАУ, 2003. – Т. 2. – С. 66–69.

Стаття надійшла до редакції 12.12.07.