Список літератури

1. *Лаптев Г.Ф.* Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Теоретико-групповой метод дифференциально-геометрических исследований // Тр. Моск. матем. о-ва. – 1953. – Т.2. – С. 275–382.

2. *Косаренко М.Ф.* Поля геометрических объектов регулярной гиперполосы $SH_r \subset {}^lS_n$. Дифференциальная геометрия многообразий фигур // Сб. науч. тр. Калинингр. ун-та. – Калининград. – 1982. – Вып.13. – С. 38–44.

3. *Олоничев П.М.* Общеаффинная и центрально-проективная теория гиперполос // ДАН СССР. Математика. – 1951.– Т.80, №2. – С. 165–168.

4. *Чакмазян А.В.* Двойственная нормализация // Докл. АН Арм. ССР. Математика. – 1959. – Т.28, № 8. – С. 151–157.

5. *Василян М.А.* Проективная теория многомерных гиперполос // Изв. АН Арм. ССР. Математика.– 1971. – Т.6, №6. – С. 477–481.

6. *Василян М.А.* Об инвариантном оснащении гиперполосы // ДАН Арм. ССР. Математика. – 1970. – Т. 50, №2. – С. 65–70.

Стаття надійшла до редакції 10.06.02.

УДК 62-504.462

ББК 3965.6-02

С.Л. Мовчан, асп.

ОБЛАСТЬ СТІЙКОСТІ В ПРОСТОРІ ПАРАМЕТРІВ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАДАНИМИ ПОКАЗНИКАМИ ЯКОСТІ

Розглянуто питання побудови областей стійкості дискретних систем із заданими показниками якості в просторі параметрів, які нелінійно входять у коефіцієнти характеристичного рівняння. Завдяки використанню дискретного аналога метода D-розбиття та розробленого алгоритму, отримано область стійкості реальної дискретної системи з конкретно заданими показниками ступеня стійкості η та коливності μ. Запропонований підхід дає кращі показники точності визначення області стійкості та є більш ефективним і економічним з точки зору машинної реалізації, ніж існуючі універсальні числові методи.

Стійкість дискретних систем автоматичного керування є необхідною, але не достатньою умовою практичної придатності систем. Важливим є сам характер зміни перехідних процесів, тобто їх якість. Перехідні процеси характеризуються такими показниками якості: часом перехідного процесу $T_{п_{пер}}$, що характеризує швидкодію системи коливністю μ, яка визначається кількістю коливань за час перехідного процесу перерегулювання σ, та ін. [1].

Для визначення показників якості перехідних процесів використовується так званий прямий метод – визначення показників якості безпосередньо по кривій перехідного процесу. Більш ефективним і зручним у стадії проектування систем автоматичного керування є непрямі методи дослідження лінійних дискретних систем [1; 2; 3; 4; 5]. Для наближеної оцінки якості перехідних процесів у системі на z-площині або q-площині (q=ln z) виділяють область, в якій розміщують корені характеристичного рівняння. У роботі [1] були введені основні непрямі оцінки: ступінь стійкості η – відстань від уявної осі до ближнього кореня в q-площині – та ступінь коливності $\mu^* = \omega/\eta$ – абсолютна величина відношення уявної частини найближчого до осі кореня характеристичного рівняння q-площини до дійсної частини. У роботі [3] встановлено зв'язок коливності μ із ступенем коливності μ^* та розміщенням коренів характеристичного рівняння на площині коренів і розроблений непрямий метод оцінки коливності.

При заданому значенні ступеня коливності μ^* корені, які забезпечують заданий непрямий показник якості, розміщені в області, обмеженій лініями в q-площині і логарифмічною спіраллю в z-площині.

Коли задаються допустимі значення ступеня стійкості і ступеня коливності, область розміщення коренів характеристичного рівняння в q-площині одночасно обмежується лінією постійного затухання і лініями постійного значення ступеня коливності, а в z-площині – кривою постійного затухання і кривою постійного значення ступеня коливності.

Щоб визначити належність коренів характеристичного рівняння дискретної лінійної системи до області, обмеженої лініями постійного значення ступеня затухання в q-площині, або кривими постійного затухання в z-площині, необхідно одержати, зміщене рівняння, через введення в характеристичне рівняння системи нової змінної $q = q^* - \eta$.

Розглянемо дискретну лінійну систему стабілізації, яка в загальному випадку описана різницевим рівнянням

$$a_0 y[(n+l)T] + a_1 y[(n+l-1)T] + \ldots + a_{l-1} y[(n+1)T] + a_l y[nT] =$$

$$= b_0 x[(n+m)T] + b_1 x[(n+m-1)T] + \ldots + b_{m-1} x[(n+1)T] + b_m x[nT]. \tag{1}$$

Характеристичне рівняння системи має вигляд

$$D(z) = a_0 e^{lqT} + a_1 e^{(l-1)qT} + \ldots + a_{l-1} e^{qT} + a_l = 0\,, \tag{2}$$

або

$$D(z) = a_0 z^l + a_1 z^{(l-1)} + \ldots + a_{l-1} z + a_l = 0\,. \tag{3}$$

Час перехідного процесу в таких дискретних системах стабілізації буде тривати не довше ніж тривалість складової перехідного процесу, що відповідає кореню характеристичного рівняння (2), який лежить найближче до уявної осі q-площини і визначає найбільш тривалу складову перехідного процесу системи. Коливність перехідного процесу системи буде не більша ніж коливність складової процесу з найбільшим значенням $\mu^* = \omega / \eta$ [6].

Зміщені характеристичні рівняння, які є характеристичними рівняннями в новій системі координат (після переміщення уявної осі в q-площині вліво на величину η), записуємо у вигляді:

$$D(e^{q^*}) = a_0 e^{-l\eta T} e^{lq^* \cdot T} + a_1 e^{-(l-1)\eta T} e^{(l-1)q^* \cdot T} + \ldots + a_{l-1} e^{-\eta T} e^{q^* \cdot T} + a_l =$$

$$= A_0 e^{-lq^* \cdot T} + A_1 e^{-(l-1)q^* \cdot T} + \ldots + A_{l-1} e^{q^* \cdot T} + A_l = 0\,; \tag{4}$$

$$D(z^*) = A_0 z^{*l} + A_1 z^{*(l-1)} + \ldots + A_{l-1} z^* + A_l = 0\,, \tag{5}$$

де

$$A_k = a_k e^{-(l-k)\eta T},\ z^* = e^{q^* \cdot T}.$$

Якщо дискретна система, якій відповідає зміщене характеристичне рівняння (4), стійка, то ступінь стійкості вихідної дискретної системи (1) більше η, а якщо нестійка, то ступінь стійкості менше η. Нарешті, якщо система є на границі стійкості, то ступінь стійкості дорівнює η. У першому випадку час перехідного процесу системи $T_{n_{\text{пер}}} \le 3/\eta$, у другому – $T_{n_{\text{пер}}} \ge 3/\eta$, а в третьому – $T_{n_{\text{пер}}} = 3/\eta$.

Для оцінки ступеня коливності необхідно ввести в характеристичне рівняння нову змінну $q = jq^* \cdot e^{-j\varphi}$, що відповідає повороту уявної осі в q-площині на кут $(\pi/2 - \varphi)$. Але в результаті цієї заміни одержане, фіктивне характеристичне рівняння досить складне для проведення аналізу стійкості. Тому для перевірки умови стійкості можна використати відомі критерії стійкості неперервних систем. Для цього попередньо з допомогою перетворення

$$z = \frac{1+w}{1-w}, \tag{6}$$

відображаємо середину одиничного кола z-площини на ліву півплощину змінної w. При цьому корені z_i, що лежать всередині одиничного кола, переходять у корені w_i, які розміщені в лівій півплощині w-площини.

Після підстановки змінної (4) у характеристичне рівняння (3) одержуємо

$$D(w) = C_0 w^l + C_1 w^{l-1} + \ldots + C_{l-1} w + C_l = 0,$$

де $C_0 = \sum_{i=0}^{l} a_i$, $C_r = \sum_{i=1}^{l} a_i \sum_{\nu=0}^{l} \binom{i}{\nu}\binom{l-i}{r-\nu}(-1)^{\nu}$, $\nu = 1,2,\ldots,n-1$;

$C_l = \sum_{i=0}^{l} (-1)^i a_i$ і $\binom{i}{r} = \frac{i}{r!(i-r)!}$ – біномні коефіцієнти.

Тоді для оцінки ступеня коливності в характеристичному рівнянні вводять заміну

$$w = jw^* e^{-j\varphi}.$$

У результаті одержуємо фіктивне характеристичне рівняння

$$D(w^*) = B_0 w^{*l} + B_1 w^{*l-1} + \ldots + B_{l-1} w^* + B_1 = 0, \tag{7}$$

де $B_i = j^{l-1} e^{-j(l-i)\varphi} C_i$.

Якщо всі корені характеристичного рівняння (7) розташовані в лівій півплощині w^*-площини, тобто система стійка, то вихідна система (1) має ступінь коливності

$$\mu^* = \frac{\omega}{\eta} = tg\varphi,$$

а коливність системи

$$\mu \le K\mu^* = K\frac{\omega}{\eta} = Ktg\varphi,$$

де $K = \ln\frac{1}{\Delta}\Big/2\pi$.

Для одночасної оцінки ступеня коливності і ступеня стійкості в характеристичному рівнянні вводять заміну

$$w = j(w^* - \eta)e^{j\varphi}$$

і одержують зміщене фіктивне характеристичне рівняння

$$D(w) = N_0 w^{*l} + N_1 w^{*l-1} + \ldots + N_{l-1} w^* + N_l = 0, \tag{8}$$

де $N_i = j^{l-i} e^{-j(l-i)\varphi} \frac{1}{(l-i)!}\left[\frac{\partial^{l-i} D}{\partial w^{l-i}}\right]_{w=-\eta}$.

По стійкості системи з заданими параметрами, якій відповідає характеристичне рівняння (8), оцінюють непрямі показники якості перехідного процесу системи (1). Додержання умови стійкості означає, що система (1) має ступінь стійкості η і час перехідного процесу $T_{n_{\text{пер}}}$, ступінь коливності μ^* і коливність μ не гірші заданих.

Параметри реального об'єкта керування можуть змінюватися в процесі роботи системи, тому важливим є побудова області стійкості в просторі параметрів, для якої система є роботоздатною і має показники якості не гірші вибраних. Відомо, що параметри дискретних систем входять нелінійно в коефіцієнти передаточної функції, тому традиційні методи визначення границі області стійкості не завжди є ефективними і економічними з точки зору машинної реалізації.

Для визначення області стійкості з заданим ступенем стійкості в просторі параметрів, що входять нелінійно в характеристичне рівняння (5) використаємо підхід, розглянутий у роботі [7]. Виділяється один із параметрів системи, який входить в характеристичне рівняння лінійно. Як правило, це коефіцієнт коректуючої ланки або коефіцієнт передачі об'єкта керування k. Тоді, використовуючи дискретне D-розбиття за одним параметром k, визначаємо вплив цього параметра на стійкість системи, за умови, що інший параметр, наприклад ν, який входить у характеристичне рівняння нелінійно, змінюється від 0 до ν_{max}, а інші параметри фіксовані.

У цьому випадку характеристичне рівняння (5) зводимо до вигляду

$$D(z) = k\,H(z) - L(z) = 0,$$

де поліном $L(z)$ не залежить від k, а $H(z)$ містить цей параметр.

Границя D-розбиття визначається рівнянням

$$D(e^{j\overline{\omega}}) = kH(e^{j\overline{\omega}}) - L(e^{j\overline{\omega}}) = 0\,,$$

звідки, враховуючи, що

$$e^{jk\overline{\omega}} = \cos(k\overline{\omega}) + j\sin(k\overline{\omega})\,, \qquad (9)$$

отримуємо вираз

$$k = \frac{L(e^{j\overline{\omega}})}{H(e^{j\overline{\omega}})} = U(\overline{\omega}) + jV(\overline{\omega}).$$

Змінюючи значення $\overline{\omega}$ від 0 до π, будуємо сім'ю границь дискретного D-розбиття в комплексній площині для значень ν від 0 до ν_{max}.

Параметр k є дійсною, фізично реальною величиною, тому точну границю області стійкості, використовуючи правило штрихування Ю.І. Неймарка, визначають для різних значень параметра ν відрізками дійсної осі. Граничні значення параметрів k в конкретних точках при значеннях ν від 0 до ν_{max} визначаємо для різних значень ω, які знаходять із виразу $V(\overline{\omega}) = 0$, що відповідає точкам переходу кривої D-розбиття через вісь абсцис. Сукупність одержаних граничних значень параметра k для різних значень параметра ν, що нелінійно входить у коефіцієнти характеристичного рівняння дозволяє побудувати область стійкості дискретної системи в площині двох параметрів k і ν.

Для визначення області стійкості з заданим ступенем коливності і одночасно заданими ступенями коливності і стійкості в просторі параметрів, що входять у характеристичні рівняння (7) і (8), використовуємо дещо видозмінений підхід, враховуючи, що стійкість систем з даними характеристичними рівняннями забезпечується належністю коренів лівій комплексній півплощині w^*-площини. Аналогічно виділяємо один із параметрів k, який входить лінійно. Тоді, використовуючи класичне D-розбиття за лінійним параметром, визначаємо вплив цього параметра на стійкість системи, за умови, що інший параметр, який входить у характеристичне рівняння нелінійно, змінюється від 0 до ν_{max}, а інші параметри фіксовані.

У цьому випадку характеристичне рівняння приводимо до вигляду

$$D(w^*) = k\,H(w^*) - L(w^*) = 0,$$

де поліном $L(w^*)$ не залежить від k, а $H(w^*)$ містить цей параметр.

Границя D-розбиття після підстановки

$$w^* = jT\lambda / 2\,,$$

визначається рівнянням

$$D(j\lambda) = kH(j\lambda) - L(j\lambda) = 0,$$

звідки отримуємо

$$k = \frac{L(j\lambda)}{H(j\lambda)} = U(\lambda) + jV(\lambda).$$

Змінюючи значення λ від 0 до ∞, будуємо аналогічно як і для попереднього випадку, сім'ю границь дискретного D-розбиття в комплексній площині для значень ν від 0 до ν_{max} і, визначаючи граничні значення параметра k для різних значень параметра ν, що нелінійно входить у коефіцієнти характеристичного рівняння (7), (8), будуємо область стійкості дискретної системи в площині двох параметрів k і ν. Для всіх значень параметрів k і ν цієї області дискретна система автоматичного керування, яка описується рівнянням (1) буде мати ступінь коливності μ^*, коливність μ і ступінь стійкості η не гірші заданих.

Для ілюстрації викладеної методики розглянемо побудову області асимптотичної стійкості в просторі параметрів дискретної системи стабілізації по куту тангажа літака з заданими показниками якості (час перехідного процесу $T_{п_{пер}}$ і коливність μ) для конкретного 34-го режиму польоту [8].

Структурну схему дискретно-аналогової системи стабілізації літака по куту тангажа наведено на рис. 1.

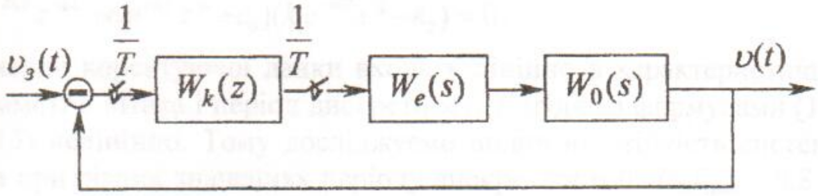

Рис. 1

Коректуюча ланка, яка забезпечує задані характеристики точності і якості процесу стабілізації, має передавальну функцію

$$W_k(z) = \frac{k_1 z - k_2}{k_4 z - k_3} = \frac{0{,}342z - 0{,}239}{z - 0{,}998}.$$

Передавальна функція екстраполятора нульового порядку має вигляд:

$$W_k(z) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}.$$

Передавальна функція літака при керуванні по куту тангажа має вигляд:

$$W_0(s) = \frac{\dfrac{k_{\omega z}}{\omega_{1П}}(s + \omega_{1П})}{s\left[\left(\dfrac{s}{\omega_П}\right)^{2^2} + \left(\dfrac{2\xi_П}{\omega_П} + \mu\dfrac{k_{\omega z}}{\omega_П}\right)s + (1 + \mu k_{\omega z})\right]} = \frac{\alpha(s + d)}{s(s + a)(s + b)},$$

де α, d, a, b – подані через аеродинамічні параметри літака у вигляді:

$$\alpha = \frac{k_{\omega z}}{\omega_{1П}}\omega_П^{\,2};$$

$$d = \omega_{1П};$$

$$a=\left(\xi_П\omega_П+\mu_\nu\frac{k_{\omega z}\omega_П{}^2}{2\omega_{1_П}}\right)-\sqrt{\left(2\xi_П\omega_П+\mu_\nu\frac{k_{\omega z}\omega_П}{2\omega_{1_П}}\right)^2-(1+\mu_\nu k_{\omega z})\omega_П{}^2};$$

$$b=\left(\xi_П\omega_П+\mu_\nu\frac{k_{\omega z}\omega_П{}^2}{2\omega_{1_П}}\right)+\sqrt{\left(2\xi_П\omega_П+\mu_\nu\frac{k_{\omega z}\omega_П}{2\omega_{1_П}}\right)^2-(1+\mu_\nu k_{\omega z})\omega_П{}^2},\tag{10}$$

а передавальний коефіцієнт між кутовою швидкістю тангажа і кутом відхилення рулів висоти – у вигляді:

$$k_{\omega z}=\frac{n_\delta z_\alpha-n_\alpha z_\delta}{n_\alpha+n_{\omega z}z_\alpha}.$$

Аеродинамічні параметри літака F-101B, які входять нелінійно в коефіцієнти передавальної функції для 34-го режиму дорівнюють [5]:

$n_{\omega z}$=0,684;

n_α = 6,48;

n_s = 12,046;

z_a = 0,480;

z_δ = 0,0666;

$\omega_П$ = 2,61;

$\xi_П$ = 0,25;

$\omega_{1П}$ = 0,44;

μ_ν = 0,39.

Дискретна передавальна функція зведеної неперервної частини визначається з використанням z-перетворення:

$$W_0(z)=\frac{z-1}{z}Z\left(\frac{W(s)}{s}\right)=\frac{c_0z^2+c_1z+c_3}{d_0z^3+d_1z^2+d_2z+d_3}.\tag{11}$$

Коефіцієнти дискретної передаточної функції визначаються за формулами:

$c_0=[-(N+M+1)A+TB-(M+2)C-(N+2)D]$;

$c_1=[(NM+N+M)A-(N+M)BT+(2M+1)C+(2N+1)D]$;

$c_3=[-NMA+NMTB-MC-ND]$;

$d_0=1,\ d_1=-(1+N+M),\ d_2=(N+M+NM),\ d_3=-NM$;

де $A=\dfrac{\alpha}{a^2b^2}(ab-ad-bd)$;

$$B=\frac{\alpha d}{ab};$$

$$C=\frac{\alpha}{a^2}\frac{(a-d)}{(a-b)};\tag{12}$$

$$D=\frac{\alpha}{b^2}\frac{(d-b)}{(a-b)};$$

$N = e^{-aT}$;

$M = e^{-bT}$,

T – період дискретності (квантування).

Коефіцієнти α, a, b, d визначаються з виразів (10).

Дискретна передавальна функція замкнутої системи стабілізації літака по куту тангажа, з врахуванням рівняння (11) має вигляд:

$$W(z) = \frac{(c_0 z^2 + c_1 z + c_3)(k_1 z - k_2)}{(d_0 z^3 + d_1 z^2 + d_2 z + d_3)(k_4 z - k_3) + (c_0 z^2 + c_1 z + c_2)(k_1 z - k_2)}. \quad (13)$$

Характеристичне рівняння замкнутої системи є знаменником передавальної функції (13):

$$D(z) = (d_0 z^3 + d_1 z^2 + d_2 z + d_3)(k_4 z - k_3) + (c_0 z^2 + c_1 z + c_2)(k_1 z - k_2) = 0. \quad (14)$$

Щоб визначити область стійкості в просторі параметрів із заданим ступенем стійкості $\eta = 0{,}6$, тобто область, що містить параметри k_1 і T, при яких тривалість перехідного процесу системи буде не більшою $T_{п_{пер}} \approx \frac{3}{\eta} = 5$ с, записуємо зміщене характеристичне рівняння:

$$D(z^*) = (d_0 e^{-3\eta T} z^{*3} + d_1 e^{-2\eta T} z^{*2} + d_2 e^{-\eta T} z^* + d_3)(k_4 e^{-\eta T} z^* - k_3) +$$
$$+ (c_0 e^{-2\eta T} z^{*2} + c_1 e^{-\eta T} z^* + c_0)(k_1 e^{-\eta T} z^* - k_2) = 0. \quad (15)$$

Тільки параметри коректуючої ланки входять лінійно в характеристичне рівняння, а всі аеродинамічні параметри літака і період дискретності T згідно з формулами (10), (12) – у коефіцієнти рівняння (15) нелінійно. Тому досліджуємо вплив на стійкість системи коефіцієнта k_1 коректуючої ланки при різних значеннях періоду дискретності $0<T<T_{\max} = 0{,}8$ с. Для цього спочатку характеристичне рівняння записуємо у вигляді

$D(z^*) = k_1 H(z^*) - L(z^*) = 0$,

де $H(z^*)$ – поліном, в який входить k_1:

$H(z^*) = C_0 z^{*2} + C_1 z^* + C_2$

$C_0 = c_0 e^{-2\eta T}$;

$C_1 = c_1 e^{-\eta T}$;

$C_2 = c_2$

$L(z^*)$ – поліном, що не залежить від k_1:

$L(z^*) = M_0 z^{*4} + M_1 z^{*3} + M_2 z^{*2} + M_3 z^* + M_4$;

$M_0 = -k_4 d_3 e^{-4\eta T}$;

$M_1 = (k_4 d_3 - k_4 d_2)\, e^{-3\eta T}$;

$M_2 = (k_2 c_2 - k_4 d_1 + k_3 d_2)$;

$M_3 = (k_2 c_1 - k_4 d_0 + k_3 d_2)\, e^{-\eta T}$;

$M_4 = c_0 k_2 + k_3 d_0$.

Границя дискретного D-розбиття при фіксованому значенні T визначається за рівнянням

$D(e^{j\bar{\omega}}) = k_1 H(e^{j\bar{\omega}}) - L(e^{j\bar{\omega}}) = 0$,

звідки, враховуючи формулу (9), одержуємо

$$k_1 = \frac{L(e^{j\overline{\omega}})}{H(e^{j\overline{\omega}})} = \frac{L_1(\overline{\omega})H_1(\overline{\omega}) + L_2(\overline{\omega})H_2(\overline{\omega})}{H_1(\overline{\omega})^2 + H_2(\overline{\omega})^2} + j\frac{L_2(\overline{\omega})H_1(\overline{\omega}) - L_1(\overline{\omega})H_2(\overline{\omega})}{H_1(\overline{\omega})^2 + H_2(\overline{\omega})^2} = U(\overline{\omega}) + jV(\overline{\omega}).$$

Змінюючи значення $\overline{\omega}$ від 0 до π, будуємо сім'ю границь дискретного D – розбиття на комплексній площині k_1 при різних значеннях T від 0 до 0,8 с.

Параметр k_1 є дійсною, фізично реальною величиною, тому точну границю області стійкості, використовуючи правило штрихування Неймарка, визначають для різних значень параметра Т відрізками дійсної осі. Граничні значення параметрів k_1 в конкретних точках при значеннях Т від 0 до 0,8 с визначаємо для різних значень ω, які знаходять із виразу $V(\overline{\omega})=0$, що відповідає точкам переходу кривої D-розбиття через вісь абсцис. Сукупність одержаних граничних значень параметра k_1 для різних значень параметра Т, що нелінійно входить у коефіцієнти характеристичного рівняння, дозволяє побудувати область стійкості дискретної системи в площині двох параметрів k_1 і Т (рис. 2, де *1* – границя області стійкості при $\eta = 0$, *2* – границя області стійкості при $\eta = 0{,}6$).

Очевидно, що досліджувана система для всіх значень параметрів k_1 і Т, які лежать в границях області стійкості (рис. 1), має час перехідного процесу не більший ніж 5 с.

Для визначення області стійкості з заданим ступенем коливності використовуємо білінійне перетворення (6) і в одержане рівняння вводимо нову змінну

$$w = jw^* e^{-j\varphi},$$

де $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{2\pi\mu}{\ln\dfrac{1}{\Delta}}$.

У результаті одержуємо фіктивне характеристичне рівняння

$$D(w^*) = k_1 H(w^*) - L(w^*) = 0. \tag{16}$$

Границя D-розбиття визначається рівнянням (16) при заміні в ньому

$$w^* = jT\lambda/2,$$

де λ – відносна псевдочастота.

У результаті отримуємо

$$k_1 = \frac{L(j\lambda)}{H(j\lambda)} = U(\lambda) + jV(\lambda),$$

де $H(j\lambda) = H_1(\lambda) + jH_2(\lambda) =$

$$= \left(B_0\frac{T^4}{16}\lambda^4\cos 4\varphi - B_1\frac{T^3}{8}\lambda^3\cos 3\varphi + B_2\frac{T^2}{4}\lambda^2\cos 2\varphi - B_3\frac{T}{2}\lambda\cos\varphi + B_4\right) +$$

$$+ j\left(-B_0\frac{T^4}{16}\lambda^4\sin 4\varphi + B_1\frac{T^3}{8}\lambda^3\sin 3\varphi - B_2\frac{T^2}{4}\lambda^2\sin 2\varphi + B_3\frac{T}{2}\lambda\sin\varphi\right);$$

$$L(j\lambda) = L_1(\lambda) + jL_2(\lambda) =$$

$$= \left(M_0\frac{T^4}{16}\lambda^4\cos 4\varphi - M_1\frac{T^3}{8}\lambda^3\cos 3\varphi + M_2\frac{T^2}{4}\lambda^2\cos 2\varphi - M_3\frac{T}{2}\lambda\cos\varphi + M_4\right) +$$

$$+ j\left(-M_0\frac{T^4}{16}\lambda^4\sin 4\varphi + M_1\frac{T^3}{8}\lambda^3\sin 3\varphi - M_2\frac{T^2}{4}\lambda^2\sin 2\varphi + M_3\frac{T}{2}\lambda\sin\varphi\right);$$

$$B_0 = c_1 - c_2 - c_0;$$

$B_1 = 2(c_2 - c_0)$;

$B_2 = -2c_1$;

$B_3 = 2(c_0 - c_2)$;

$B_4 = c_2 - c_1 - c_0$;

$M_0 = m_0 - m_1 + m_2 - m_3 + m_4$;

$M_1 = 4m_0 - 2m_1 + 2m_3 - 4m_4$;

$M_2 = 6m_0 - 2m_2 + 6m_4$;

$M_3 = 4m_0 + 2m_1 - 2m_3 - 4m_4$;

$M_4 = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4$.

Змінюючи значення λ від 0 до ∞, будуємо, як і для попереднього випадку, сім'ю границь дискретного *D*-розбиття в комплексній площині для значень T від 0 до T_{max}=0,8 с. Визначаючи граничні значення параметра k_1 для різних значень параметра *T*, що нелінійно входить у коефіцієнти характеристичних рівнянь (7), (8), будуємо область стійкості дискретної системи в площині двох параметрів k_1 і *T*. Для всіх значень параметрів k_1 і *T* цієї області дискретна система автоматичного керування, яка описується рівнянням (1), буде мати ступінь коливності μ^*, коливність μ не гірші заданих (рис. 3. *1* – границя області стійкості при $\mu = 0$, *2* – границя області стійкості при $\mu = 1$,).

Щоб визначити область стійкості в площині параметрів k_1 і *T* при заданому ступені стійкості η і ступені коливності μ^*(коливність μ), необхідно ввести заміну $w = j(w^* - \eta)e^{-j\varphi}$. У результаті одержуємо зміщене фіктивне характеристичне рівняння і, як і в попередньому випадку, виділяємо параметр k_1, який входить лінійно, та, використовуючи класичне *D*-розбиття за лінійним параметром, визначаємо вплив цього параметра на стійкість системи за умови, що параметр *T* змінюється від 0 до T_{max}=0,8 с, а інші параметри фіксовані. Сукупність значень k_1 для всіх значень *T* від 0 до T_{max} = 0,8 с є границею області стійкості в площині [k_1, *T*]. Можливий інший підхід для визначення даної області. Якщо в одній області параметрів [k_1, *T*] сумістити область стійкості при заданому ступені стійкості η (рис. 2) і область стійкості при заданій коливності μ (рис. 3), то, очевидно, що область, яка містить множину всіх значень параметрів k_1, *T*, спільних для зазначених областей, є областю стійкості в площині параметрів k_1, *T* при одночас-

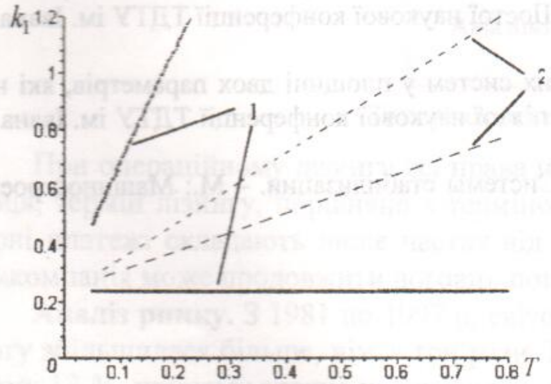

Рис. 2

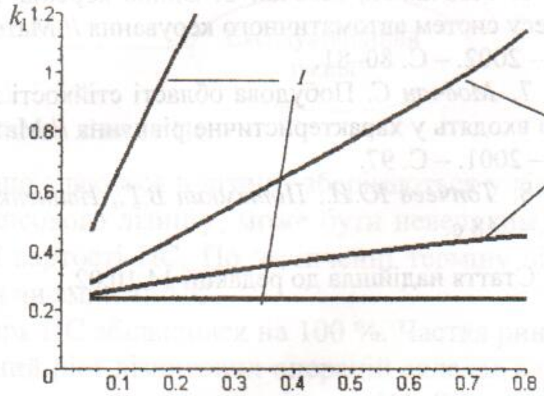

Рис. 3

но заданих ступені стійкості і ступені коливності (рис. 4, де *1* – границя області стійкості при $\eta = 0$, $\mu = 0$, *2* – границя області стійкості при $\eta = 0{,}6$, $\mu = 0$, *3* – границя області стійкості при $\eta = 0$, $\mu = 1$, *4* – границя області стійкості при $\eta = 0{,}6$, $\mu = 1$).

Аналогічно можна визначити області стійкості з заданими показниками якості $\eta = 0{,}6$ і $\mu = 1$ в площині будь-яких аеродинамічних параметрів, наприклад, k_1 і ξ.

Використовуючи результати обчислень при побудові областей стійкості досліджуваної дискретної системи в площинах параметрів $[k_1, T]$ і $[k_1, \xi]$, одержуємо область стійкості в просторі параметрів $[k_1, T, \xi]$ при $\eta = 0{,}6$ (рис. 5, де *1* – границя області стійкості при $\eta = 0$, *2* – границя області стійкості при $\eta = 0{,}6$).

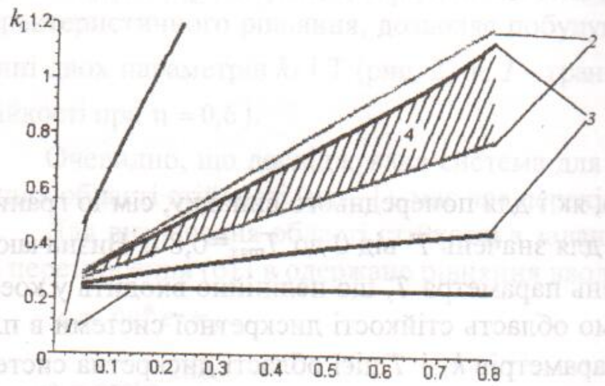

Рис. 4

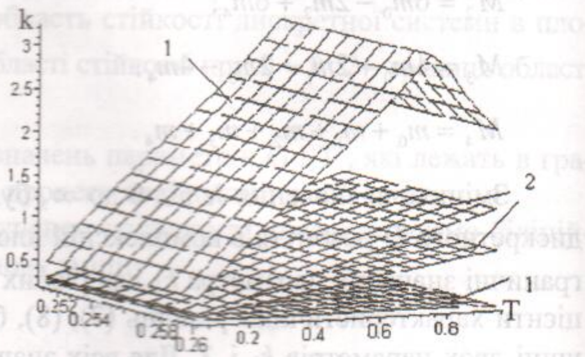

Рис. 5

Очевидно, що використовуючи дану методику можна побудувати область стійкості дискретної системи в просторі трьох параметрів при одночасно заданих ступені стійкості і ступені коливності.

Список літератури

1. *Ципкин Я.З.* Теория линейных импульсных систем. – М: Физматгиз, 1963. – 968 с.

2. *Шевелев А.Г.* Оценка колебательности и других показателей качества переходных процессов в дискретных системах автоматического управления // Проблемы управления и информатики. – 1996. – Вып.3. – С. 52-60.

3. *Шевелев А.Г.* Анализ колебательности переходного процесса дискретных линейных систем автоматического управления // Кибернетика и вычислительная техника. – 1985. – Вып. 67. – С. 33–36.

4. *Шевелев А.Г.* Оценка качества переходных процессов импульсных систем управления // Кибернетика и вычислительная техника. – 1974. – Вып. 24. – С. 15–19.

5. *Куо Б.* Теория и проектирование цифровых систем управления. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.

6. *Мовчан Л., Мовчан С.* Вплив коренів чисельника передаточної функції на якість перехідного процесу систем автоматичного керування // Матеріали Шостої наукової конференції ТДТУ ім. Івана Пулюя. – 2002. – С. 80–81.

7. *Мовчан С.* Побудова області стійкості цифрових систем у площині двох параметрів, які нелінійно входять у характеристичне рівняння // Матеріали п'ятої наукової конференції ТДТУ ім. Івана Пулюя. – 2001. – С. 97.

8. *Топчеев Ю.И., Потемкин В.Г., Иваненко В.Г.* Системы стабилизации. – М.: Машиностроение, 1974. – 248 с.

Стаття надійшла до редакції 14.10.02.