

### Список літератури

1. Корнейчук Г.П., Остапюк В.А., Болдырева Н.А. Безградієнтний реактор с раздельным вводом составляющих реакционной смеси в слой зернистого катализатора // Катализ и катализаторы. – 1984. – Вып. 22. – С.77–80.
  2. Eur. Pat. EP 233035.
  3. Киперман С.Л. Введение в кинетику гетерогенных катализитических реакций. – М.: Наука, – 1964. – 600 с.
  4. Fried C.M. Adsorption structure of organic molecules on molybdenum // Springer Scr. Surf. Sci. –1988. – Vol. 17. – P. 67–88.
  5. Identification of precursor states in dissociation of adsorbed benzene on osmium (001): a HREELS study H.H. Graen, M. Neumann, J. Wambach et al. // Chem.Phys.Lett. – 1990. – Vol.165, № 2–3. – P. 137–141.
  6. Bhattacharya A.K. Ultraviolet photoelectron spectroscopic and thermal desorption studies of the chemisorption and desorption of benzene, cyclohexadiene, cyclohexene and cyclohexane on tungsten (100) // J.Chem.Soc.Faraday Trans.I. – 1980. – Vol. 76, № 1. – P. 126.
  7. Belokopytov Yu.V., Grebennikov Yu.N., Korneichuk G.P. TPD studies of benzene adsorption over vanadium-molybdenum oxide catalysts // React. Kinet. Catal. Lett. – 1981. – Vol. 16, № 6. – P. 409–412.
  8. Garnett J.L., Sollich-Baumgartner W.D.  $\pi$ -Complex adsorption in hydrogen exchange on group VIII transition metal catalysts // Adv.in Catal. – 1966. – Vol.16. – P. 95–121.
  9. Dewar M.I.S., Thiel W. Ground states of molecules. 38. The MNDO method. Approximations and parameters // J. Amer.Chem.Soc. – 1977. – Vol. 99, № 15. – P. 4899–4907.
  10. Программа, реализующая метод МПДП/ВС с аналитическим вычислением первых производных и расчетом колебательных спектров /А.Т. Пилипенко, В.А. Заец, В.Д. Хаврюченко и др. // Ж. структурной химии. – 1987. – Т. 28, № 5. – С. 155–156.
  11. Занавескин Л.Н., Аверьянов В.А., Трегер Ю.А. // Успехи химии. – 1996. – Т. 65, № 7. – С. 667.
- Стаття надійшла до редакції 24.09.02.

УДК 539.4:539.3:539.375

*ББК В 251.04*

Т.І. Матченко, канд. техн. наук

## СТРУКТУРНА МОДЕЛЬ ПОШКОДЖЕНОСТІ ТВЕРДОГО ТІЛА, ЩО ДЕФОРМУЄТЬСЯ

*Розглянуто анізотропію механічних характеристик твердого тіла, які дозволяють описувати його пружно-деформований стан, і анізотропію міцнісних характеристик, які дозволяють описувати процес пошкодженості. Запропоновано моделювання пошкодження твердого тіла за допомогою структур з різною формою чарунок, які зображують системи осьових і діагональних зв'язків, що змінюють свої характеристики або вилучаються в процесі впливу. Показано моделювання структурами якісного характеру пошкодження і їх кількісних значень для ряду металів.*

Одна з основних задач механіки твердого тіла, що деформується, – визначення умови зміни того чи іншого якісного стану матеріалу або конструкції. Проте існує невідповідність між тим, що вимірюють в експерименті на зразках, і тим, що закладають у розрахунок у вигляді гіпотез і співвідношень, які в дійсності відповідають за якісний перехід матеріалу з одного стану в інший.

Зв'язок між орієнтованістю структур матеріалів з механічними властивостями і міцнісними характеристиками заслуговує уваги. Сумісний вплив таких структурних факторів, як механічна волокнистість, знижена схильність до деформаційного зміщення, остаточні напруги, створення попередньої пластичної деформації поблизу концентраторів, деформаційне старіння, внутрішнє розтріскування і виділення часток визначають міцнісні характеристики матеріалів [1].

На сьогодні не існує єдиної теорії, яка пов'язує в'язкість руйнування зі складною структурою матеріалів. Причому оцінити вклад кожного фактору окремо важко.

Теорія пружності і пластичності потрапляє під вплив гіпотез, які роблять ці теорії зручними у використанні. Вказані теорії задовільняють умови рівноваги сил, граничні умови при ма-

лих деформаціях і закон збереження енергії. Проте це зовсім недостатньо для того, щоб визначити умови якісної зміни стану матеріалу, тому що задовільнити вказані умови можна, застосувавши й інші стани та інші параметри, наприклад, згинальні напруги. Крім того, вказані теорії мають істотні помилки. Теорії пружності і пластичності використовують лише два види деформування (осьову деформацію і деформацію зсуву), в той час як існує три простих види деформування (зміщення шарів матеріалу вздовж осі, яка перпендикулярна до цих шарів, зсув шарів по відношенню один до одного, поворот одного шару по відношенню до іншого шару). Відомо існування трансляційного ковзання шарів (смути ковзання), в яких деформації зсуву досягають сотні відсотків і які охоплюють області співвимірювані з розмірами зразка або виробу, тобто умова спільнотності деформацій Сен-Венана не виконується, і тензор деформацій не є інваріантом.

При знакозмінному навантаженні, іноді навіть з дуже малими ступенями деформацій, знижуються пластичність і в'язкість руйнування матеріалу. Тобто виникає хрупкість матеріалу. Для великих ступенів попереднього деформування хрупкість може бути анізотропною. Наприклад, зменшення пластичності заліза сильніше проявляється при прикладенні розтягуючого навантаження поперек напруження попередньої течії матеріалу [2].

Зміну механічних властивостей металів у результаті навантаження іноді називають механічною волокнистістю. Механічна волокнистість структури спостерігається суцільно і поряд в матеріалі, схильному до деформування, наприклад, ряди шлакових включень у деформованому залізі, смугастість перліту в стаях, витягнуті зерна, лінії ковзання на глибоко протравлених макроструктурних кованих деталях.

Структурна анізотропія цього типу, в свою чергу, визначає відмінності в міцності, пластичності і в'язкості, звичайно виявлення при орієнтуванні досліджуваних зразків вздовж і поперек напрямку течії металу при деформації. Волокнистість і пов'язані з нею ефекти в загальному випадку помітно проявляються після попередньої деформації з високим ступенем у результаті циклічного навантаження і менше виражаються при високих температурах.

Конкретний механізм впливу волокнистості структури на руйнування залежить від виду руйнування (в'язке, інтеркристалічне, руйнування склом). У структурах з лінійним напрямком зерен іноді може бути допущена міжзерниста крихкість внаслідок зменшення крихкості послаблених поверхонь при їх розташуванні перпендикулярно до поверхні руйнування. Загальною і характерною для всіх ситуацій є орієнтація найбільш послаблених поверхонь, яка визначає механічні властивості. Існування поверхонь зазвичай випливає з напрямку структури при течії металу в сполученні з низьким зцепленням поверхонь розділу матриць і часток другої фази. Тобто поряд з іншими видами пошкодження втоми металів характерне накопичення неоднорідності його механічних властивостей. Як наслідок цього, зміна якісного стану матеріалу повинна включати в себе величину критичного параметру, напрямок його дії і орієнтацію послабленої поверхні.

Тобто слід розділяти визначальні напружені деформовані стани (НДС) і моделі, які визначають пошкодження матеріалу.

Для визначення механічних характеристик, які необхідні для розрахунку реальних конструкцій, випробовують зразки кінцевих розмірів на найпростіші види деформування. Властивості, отримані на зразках кінцевих розмірів, ототожнюють з властивостями матеріалу в малому об'ємі, що не завжди правомірно. Оскільки відомо існування масштабного ефекту, тобто існує невідповідність між тим, що вимірюють в експерименті й визначають в розрахунку, і тим, що в дійсності є критерієм тієї або іншої якісної зміни стану матеріалу.

Теорії пружності і пластичності добре апробовані для малих деформацій і задовільняють основні закони механіки (граничні умови, умови рівноваги і закону збереження енергії), тому пропонується:

— визначити НДС на достатньому віддаленні від концентраторів і тріщин за рівняннями теорій пружності і пластичності (якщо потрібно, то з урахуванням властивостей анізотропії);

— застосовувати структурні або дискретні моделі матеріалу для визначення умов якісних змін в матеріалі його пошкодженості і НДС у безпосередній близькості від концентраторів.

Суть запропонованої структурної моделі складається з того, що деформування матеріалу моделюється більшою кількістю лінійних або нелінійних пружних осьових і діагональних зв'язків, шарнірно з'єднаних у вузлах. Якщо подовження (стиснення) будь-якого зв'язку перевишило допустиму величину, то цей зв'язок змінює свою жорсткість або перестає існувати. Це дозволяє у процесі навантаження вилучити деякі зв'язки і отримати модель неоднорідного матеріалу. Застосування дискретних моделей у теорії пружності не є новим. Так, відомо моделювання конструкцій стрижневими кінцевими елементами, моделювання конструкцій у вигляді рамних систем і у вигляді ферм. Тобто у концентратора структуру можна сприймати як модель деформування матеріалу в заданому полі навантажень, які нам відомі з розрахунку конструкції з континуальних теорій пружності або пластичності. Застосування структурних моделей трохи наближує розрахунок до фізики металів. Так, за рідким винятком усі технічні метали є агрегатами великої кількості зерен — полікристалами, кожне з яких є кристалітом. Не зважаючи на хаотичне розташування кристалів, деякі властивості їхнього деформування впливають на характер деформування полікристала, і ще більше на характер пошкодження, особливо при розгляді малих об'ємів. У зв'язку з цим не тільки кристаліти, але і метали (полікристали) розділяють на кубічно-гранецентровані, кубічно-об'ємоцентровані, гексагональні щільноупаковані та інші гратки.

У кристалічній гратці дужки  $\langle u, v, w \rangle$  відносяться до певного напрямку  $P$ , яке визначається співвідношенням

$$P = ua_1 + va_2 + wa_3,$$

де  $a_1, a_2, a_3$  — одиничні вектори базису гратки;  $u, v, w$  — скалярні коефіцієнти (індекси зони).

Зігнуті дужки  $\langle u, v, w \rangle$  позначають систему еквівалентних кристалографічних напрямків. Круглі дужки  $(h, k, l)$  відносяться до кристалографічної площини з індексами Мілера  $h, k, l$ . Фігурні дужки  $\{h k l\}$  означають систему еквівалентних кристалографічних площин. Для позначення члена цієї системи іноді використовують символи  $\langle u v w \rangle, \{h k l\}$ .

У кубічній системі, до якої відносяться також кристали, такі, як NaCl, LiF, MgO, NaBrO<sub>3</sub>, сім'ї напрямків  $\langle 100 \rangle, \langle 110 \rangle$  і  $\langle 111 \rangle$  є відповідно ребрами, діагоналями граней і просторовими діагоналями куба. Від'ємні напрямки позначають рисочкою зверху, наприклад, обернений або від'ємний напрямок по осі  $a_2$  зображується  $[0\bar{1}0]$ . Площини  $\{100\}, \{110\}$  і  $\{111\}$  перпендикулярні напрямкам  $\langle 100 \rangle, \langle 110 \rangle, \langle 111 \rangle$  кубічних кристалах. Грань куба зображує собою площини  $\{100\}, \{110\}$  і  $\{111\}$ . У гексагональних кристалах кристалографічні площини, які мають індекси Мілера  $h, k, l$ , позначаються чотирма індексами  $\{h, k, i, l\}$ . Характер кристалічної гратки полікристала впливає на критерії мікропластичності металу, на характер анізотропії властивостей металу в пластичній зоні та ін.

Тобто, при застосуванні в дискретній моделі деформування матеріалу в ту або іншу форму вихідної чарунки, можна частково врахувати вихідні механічні властивості матеріалу, які залежать від її фізичної кристалічної гратки.

Якщо чарунка володіє статичною невизначеністю, то можливо врахувати масштабний ефект від фактора зв'язків полікристала.

Застосування дискретних моделей дозволяє усунути невідповідність між дослідженнями зразків кінцевих розмірів і необхідністю судити про НДС у малому об'ємі матеріалу у концентратора в конструкції. Зразок кінцевих розмірів можна розглядати як конструкцію, яка складається зі структурних чарункових зразків малих розмірів заданої форми. Тобто для заданого характеру деформування за даними дослідження конструкції-зразка можна судити про механічні властивості структурних чарункових зразків дискретної моделі даного матеріалу. Моделювати жорсткості властивості зв'язків в чарунках зразка конструкції можна методом кінцевих елементів, задаючи за вихідну інформацію навантаження і деформацію зразка.

Проте для ефективного використання дискретної форми необхідно розробити:

– критеріальні рівняння, які дозволяють визначати зміни закону деформування зв'язків, порядок порушення зв'язків дискретної моделі на кожному рівні досліджуваного об'єму (макро-/ або мікроструктура);

– форму, розміри і орієнтацію чарунок;

– рівняння переходу від дискретної до континуальної моделі матеріалу і навпаки.

**Структурна модель чистого зсуву.** У роботах [3–6] висувається припущення, що при переході матеріалу з пружного стану в пружно-пластичний дотичні напруги в площині ковзання (на поверхні зразків-смуг ковзання) повністю або частково релаксують, потім починає знову зростати опір зсуву. Зокрема, в роботі [6] проведено дослід на закручування зразка із швидкоріжучої сталі Р6М5 ( $\sigma_t=2000$  МПа) з м'яким прошарком зі сталі 20 ( $\sigma_t=210$  МПа). З'ясувалося, що для закручування зразка на кут  $\varphi=\pi/6$  не потрібно ніяких зусиль – момент крутіння, який вимірюється з точністю 0,5 Н·м, дорівнює нулю. При  $\varphi \geq \pi/6$  зразки починають опиратися закручуванню. Якщо момент закручування стає більше нуля, крутіння припиняється, причому деформація закручування залишається постійною. Через деякий час (10–20 с) момент закручування зростає (при  $\varphi = \text{const}$ ), а напруга розтяги зменшується. При  $\sigma = \sigma_t$  виникає повна або часткова релаксація дотичних напруг [6].

Відомо, що пружність однорідного матеріалу зумовлена властивостями його кристалічної гратки або зерен. При деформації гратки виникає реакція, яка намагається повернути атоми в попереднє положення. Якщо деформація перевищує допустиму величину, то порушуються деякі зв'язки кристалічної гратки, і тіло стає піддатливим або пластичним. Для описання пошкодженості матеріалу доцільно побудувати структурну модель матеріалу. У роботах [7–11] застосовувалися структурні моделі для моделювання анізотропії, радіаційних ефектів та ін.

Нехай матеріали зображують собою структуру в площині, яка має вигляд, показаний на рис. 1, а. Вузли цієї структури пов'язані між собою пружними зв'язками, тоді діагональні зв'язки виявляють опір деформаціям і зусиллям зсуву, а горизонтальні і вертикальні зв'язки моделюють осьові деформації і зусилля для даної системи координат. Очевидно, що для такої структурної моделі матеріалу виконуються умови сумісності деформацій, умови рівноваги і справедливі рівняння теорії пружності. Припустимо, що при перевищенні відстані між вузлами допустимої величини зв'язки можуть пошкоджуватися. Це характерно для осьових зв'язків при  $N=N^*$ , де  $N^*$  – граничне зусилля в зв'язках.

Уведемо гіпотезу – зміна жорсткості або розрив діагональних зв'язків відбувається при  $N=N_t$ , де  $N_t$  – зусилля, при якому виникає течія металу в розтягнутому зв'язку. Після цього матеріал стає пластичним і зовсім нестичним (коєфіцієнт Пуассона  $\mu=0,5$ ). На підставі цієї гіпотези модель пластичної структури має вигляд, як показано на рис. 1, б. Якщо закріпити грань  $AB$  елемента структури (рис. 1, б) нерухомо, то під дією зсувних зусиль грань  $CD$  зсунеться паралельно  $AB$  так, щоб об'єм елемента залишився незмінним, так як  $\mu=0,5$ . При цьому довжина ребра або діагоналі  $n$  збільшиться на  $\Delta n$ . Тоді

$$\Delta n/n = \varepsilon,$$

де  $\varepsilon$  – осьова деформація діагонального зв'язку внаслідок зсуву.

Ця деформація приведе до реакції зсуву за формулою

$$N=A\varepsilon^n, \quad (1)$$

де  $A$  – модуль опору зв'язку осьовому деформуванню;  $n$  – показник деформаційного зміщення.

Зусилля зсуву урівноважується реакцією  $N$  і реакцією  $M$ , яка перешкоджає зміні об'єму. Будемо називати реакцію  $T$  на зсув тій, що викликає другорядні дотичні напруги  $\bar{\tau}$ , так як первинні дотичні напруги  $\tau$  перетворилися на нуль в континуальному матеріалі внаслідок пошкодження зв'язків в площині ковзання шарів.

Знайдемо залежність  $\varepsilon$  і  $\gamma$ . Очевидно

$$\frac{n + \Delta n}{n} = \cos ec \gamma, \quad \text{де } \cos ec \gamma = \sqrt{1 + \frac{2}{\gamma^2}}.$$

де  $\gamma$  – відносний зсув або кут зсуву.

Тоді

$$n \operatorname{cosec} \gamma - n = \Delta n;$$

$$n (\operatorname{cosec} \gamma - 1) = \Delta n;$$

$$\operatorname{cosec} \gamma - 1 = \Delta n / n = \varepsilon;$$

$$\gamma = \arccosec(\varepsilon + 1).$$

З урахуванням виразу (2) можна записати:

$$N = A_n \varepsilon^n = A_N (\operatorname{cosec} \gamma - 1)^n.$$

Оскільки величина  $A$  при  $\gamma = \pi/2$  дорівнює нулю, то для реакції зсуву  $T$  модуль зсуву  $A_T$  змінюється за законом

$$A_T = A_N \cos \gamma.$$

Тоді

$$T = N \sin \gamma = A_N \sin \gamma \cos \gamma (\operatorname{cosec} \gamma - 1)^n.$$

Знайдемо залежність між осьовими деформаціями і деформаціями зсуву.

На розглянуту ділянку тіла можна нанести структуру двох видів, як показано на рис. 2, *a*. Елементарну чарунку структури на рис. 2, *a* можна розглядати як ромб. Одна з його діагоналей дорівнює  $2h$ , друга –  $2a$ . Елементарну чарунку структури на рис. 2, *b* можна розглядати як квадрат зі стороною  $m$ . Нехай  $h=m=a$ . Для прийнятої моделі пластичне тіло не змінює свого об'єму, тому повинна виконуватися рівність

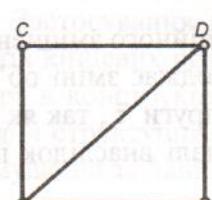
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right) = \frac{h + \Delta h}{a - \Delta a} = \frac{m + \Delta m}{m - \Delta m / 2}. \quad (4)$$

Оскільки

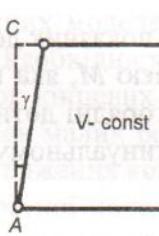
$$\frac{\Delta m}{m} = \varepsilon,$$

то, виконуючи перетворення, вираз (4) можна записати у вигляді

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right) - 1}{0,5 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right) + 1}.$$

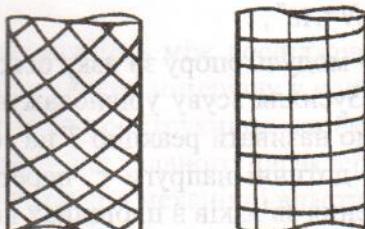


*a*



*b*

Рис. 1. Структурні моделі пружного (*a*) і пластичного (*b*) матеріалу



*a* – ромб; *b* – квадрат

Рис. 2. Способи нанесення структур:

Для перевірки запропонованої структурної моделі в розрахунках пошкодженості пластичних зон необхідно вміти визначати коефіцієнт пропорційності  $A$  і показник зміщення  $n$  матеріалу за діаграмою осьового деформування  $\sigma - \varepsilon$ . Із формул (1) і (3) отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} N = A_N \varepsilon^n; \\ T = A_n \sin \gamma \cos \gamma (\cosec \gamma - 1)^n. \end{cases} \quad (5)$$

Перейдемо тепер до моделювання процесу початку ковзання (пошкодження) структурами. Енергія, що вивільняється при розриві діагональних зв'язків чарунки, затрачується на пружнопластичний перехід. Це відповідає прийнятій структурній моделі, в якій діагональні зв'язки лежать у площині головних дотичних напруг.

Якщо викладена модель вірна, то вона повинна добре описувати діаграму  $\sigma - \varepsilon$  будь-якого матеріалу. Для зручності розглянемо випалювальну бронзу, в якої показник деформаційного зміщення в області допустимих значень для малих пластичних деформацій  $n=1$ , і литу сталь, в якої для малих пластичних деформацій  $n=0$ . Діаграми навантаження цих матеріалів наведено в роботі [12]. Із рис. 3 видно, що діаграма  $\sigma - \varepsilon$  для бронзи має один екстремум, де  $\sigma = \sigma_b$ . Тоді звичайно припущення, що в цій же точці екстремум дотичних напруг. Запишемо умову екстремуму для функції  $T$ , з урахуванням формули (3) для структурної моделі матеріалу:

$$\frac{dT(\gamma)}{d\gamma} = 0.$$

Тоді при  $n=1$  для бронзи випалювальної

$$\frac{dT}{d\gamma} = [A_N \sin \gamma \cos \gamma (\cosec \gamma - 1)] = -A_N \cos^2 \gamma + A_N \cos^2 \gamma - A_N \sin^2 \gamma = 0. \quad (6)$$

Вираз (6) дорівнює нулю, якщо  $\gamma = 14^\circ$ . Тоді осьова деформація в площині ковзання, як показано на рис. 4, дорівнює

$$\varepsilon_y = \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} 14^\circ = 0,25; \quad (7)$$

$$\varepsilon_\gamma = \operatorname{cosec}(\pi/4) \varepsilon_y = \sqrt{2} \varepsilon_y;$$

$$\gamma = \operatorname{arctg}(\varepsilon_y).$$

При  $\mu = 0,5$  для пластичного матеріалу структурної моделі  $\varepsilon_x = 2 \varepsilon_y$ , тоді

$$\varepsilon_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \varepsilon_y. \quad (8)$$

Із виразу (8) видно, що  $\varepsilon_x = 0,354$ , що абсолютно точно збігається з даними експерименту [12], який проводився з випалювальною бронзою (рис. 3).

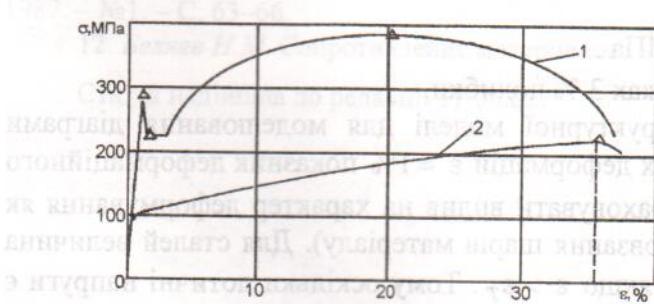


Рис. 3. Діаграми розтягу:  
1 – ливарна сталь; 2 – бронза;

$\Delta$  – дані розрахунку за структурною моделлю;

--- – дані експерименту

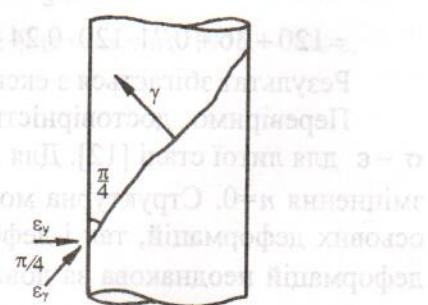


Рис. 4. Осьова деформація  
в площині ковзання

Випал дозволяє відновити регулярність структури матеріалу, вилучивши остаточні напруги і залежність діаграми деформування дроту від технологічних деформацій при її створенні. Побудуємо структурну модель, яка апроксимує напругу випаленого бронзового дроту. Відомо, що в одновісно навантаженому зразку смуги ковзання розташовані під кутом 45 % до осі стержня. Оскільки при дослідженні на осьовий розтяг зразок зображує собою циліндричну гантель, то поверхня ковзання утвориться у вигляді конічних поверхонь. Для задоволення умови рівноваги і врахування поверхні ковзання, в яких виникає накопичення пошкоджень від зсуву, слід розглядати рівновагу конуса.

Нехай  $S_x$  – площа поверхні, яка перпендикулярна осі  $x$ ;  $S_y$  – площа поверхні конуса.

Площа поверхні конуса дорівнює

$$S_{\text{бок}} = \pi R L.$$

Якщо кут  $\alpha = \pi / 4$ , то  $H=R$ , тоді

$$L = \sqrt{H^2 + R^2} = \sqrt{2}R;$$

$$S_{\text{бок}} = \pi R \sqrt{2}R;$$

$$S_{\text{кр}} = \pi R^2;$$

$$\frac{S_{\text{бок}}}{S_{\text{кр}}} = \sqrt{2}.$$

Для матеріалу, який знаходиться в пластичному стані, ковзання шарів виникає по боковій поверхні конуса. Із умови рівноваги проекція сил на вісь  $y$  дає

$$P = P_N + P_T, \quad (9)$$

де  $P_N$  – збалансоване зусилля  $N_V$ ;  $P_T$  – збалансоване зусилля опору зсуву:

$$P_T = \frac{\sqrt{2}}{2} T_V.$$

Для випалюваної бронзи проекцію сил з конуса пошкоджень можна записати з урахуванням системи (5)

$$P = P_N + P_T - A_N + A_N \varepsilon^n + \frac{\sqrt{2}}{2} A_N \sin \gamma \cos \gamma (\operatorname{cosec} \gamma - 1)^n.$$

Для бронзи  $A_n = 120 \text{ МПа}$ , коефіцієнт зміщення  $n = 1$ . Підставляємо ці значення у вираз (5).

Для екстремуму  $\gamma = 14^\circ$  (див. вираз (7))  $\varepsilon_x = 0,36$ .

Тоді

$$p + 100 + 100 \cdot 0,36^1 + \frac{\sqrt{2}}{2} 100 \sin 14 \cos 14 (\operatorname{cosec} 14 - 1)^1 = \\ = 120 + 36 + 0,71 \cdot 120 \cdot 0,24 \cdot 0,97(3)^1 = 215,5 \text{ МПа}.$$

Результат збігається з експериментом у межах 3 % похибки.

Перевіримо достовірність викладеної структурної моделі для моделювання діаграми  $\sigma - \varepsilon$  для літої сталі [12]. Для малих пластичних деформацій  $\varepsilon \approx 1\%$  показник деформаційного зміщення  $n=0$ . Структурна модель дозволяє враховувати вплив на характер деформування як осьових деформацій, так і деформацій зсуву (ковзання шарів матеріалу). Для сталей величина деформацій неоднакова за довжиною стрижня, якщо  $\varepsilon > \varepsilon_T$ . Тому оскільки дотичні напруги є реакцією на зсув, то відповідно до запропонованої моделі після переходу  $\tau$  через максимум опору зсуву зменшується і утворюється «шиїка». Якщо показник деформаційного зміщення  $n=0$ , то можна записати:

$$T_V = A_N \sin \gamma \cos \gamma. \quad (10)$$

Тоді максимум  $T$  відповідає  $\gamma = \pi/4$ . Оскільки  $A_N = N/\varepsilon = \sigma/\varepsilon$  при  $\varepsilon < 1\%$ , то  $A_N = 215 \text{ МПа}$ .

Із виразу (10) випливає, що

$$T_V = A \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4} = A \frac{1}{2} = 107,5 \text{ МПа}.$$

Відповідно до формули (9) можна записати

$$P_N = A; P_T = T_V \sqrt{2};$$

$$P = P_N + P_T = 215 \text{ МПа} + 107\sqrt{2} = 365 \text{ МПа}.$$

Результати, які отримані моделюванням структурною моделлю, збігаються з результатами експериментів.

Структурна модель апробована на контактному зразку з тріщиною для реальних сплавів.

**Висновок.** Якісну і кількісну пошкодженість матеріалів моделювати з високою точністю зручно структурами.

### Список літератури

1. Allen N.P., Earley C.C., Hale R.F., Rendall J.H. J.Iron Steel Inst. London. – 202. – 1964. – 808 р.
2. Инглиши А.Т., Бакофен У.А. Влияние технологии обработки металлов на разрушение. Разрушение. Т. 6. – М.: Металлургия, 1976. – 496 с.
3. Бурак Я.И., Подстригач Я.С. О релаксации напряжений, обусловленных дислокацией Пайерса вследствие образования облака Коттрела //ФХММ. – 1966. – №1. – С. 45–50.
4. Упругость и неупругость материалов: Сб. ст. Под ред. С.В. Вожовского – М.: Изд-во иностр. лит., 1954. – 396 с.
5. Годунов С.К. Элементы механики сплошной среды. – М.: Наука, 1978. – 304 с.
6. Похмурский В.И., Гапулик Б.К., Иваницкий Я.Л. О релаксации касательных напряжений в металлах //ФХММ. – 1987. – №3. – С. 124–125.
7. Зарубин В.С., Кузьмин М.А. Расчетная модель изотермического деформирования конструкционных материалов // Изд. вузов. – 1967. – №8. – С. 31–35.
8. Бесселинг Дж.Ф. Теория упруго-пластических деформаций и деформаций ползучести первоначально изотропного материала, обнаруживающего анизотропию деформационного упрочнения, последствие и ползучесть // Механика. – 1959. – №5. – С.48–53.
9. Афанасьев Н.Н. Статическая теория усталостной прочности металлов. – К.: АН УССР, – 1953. – 128 с.
10. Садаков О.С. Анализ напряженно-деформированного состояния элементов на основе структурной модели среды //Материалы Всесоюз. симпоз. по малоцикловой усталости при повышенных температурах. – 1974. – Вып. 3. – С. 95–126.
11. Матушкин В.А., Милосердин Ю.В., Семенов Б.Д. Описание радиационных эффектов деформирования конструкционных материалов с помощью структурных моделей среды // Пробл. прочности.– 1987. – №1. – С. 63–66.
12. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1976. – 608 с.

Стаття надійшла до редакції 17.06.02.