

УДК 621.396:621.372

**Е.О.Ковалевський**, канд. техн. наук, старш. наук. співроб.**В.В.Конін**, д-р техн. наук, проф.**О.С.Погурельський**, мол. наук. співроб.**ВИКОРИСТАННЯ СИГНАЛІВ РІЗНИХ ЧАСТОТ СУПУТНИКА  
ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ НАВІГАЦІЙНИХ ВИЗНАЧЕНЬ***Проаналізовано можливість підвищення точності навігаційних визначень за рахунок обробки сигналів супутника, що передаються на різних частотах. Наведено результати моделювання.**The possibility for positioning accuracy increase due to processing satellite signal that is transmitted at different frequencies is analyzed. The simulation data is shown.***Постановка проблеми**

Упровадження технологій супутникової радіонавігації в повсякденну практику має масштабний характер. Свідченням цьому є використання систем GPS, ГЛОНАСС та проекти, запроваджені EGNOS, Galileo.

В Україні роботи в цьому напрямі як концептуально [1; 2; 3], так і у сфері наукових досліджень проводять науково-виробничі структури Києва, Харкова, Сміли.

Проблемні питання – підвищення завадостійкості, точності навігаційних визначень, забезпечення контролю достовірності інформації, що передається користувачеві.

У цій роботі досліджується можливість підвищення точності навігаційних визначень (НВ) за рахунок обробки сигналів супутника, що передаються на різних частотах.

**Аналіз точнісних характеристик навігаційних визначень**

Як відомо з роботи [4], завдання НВ математично зводиться до розв'язання системи лінеаризованих рівнянь:

$$X = X_0 + A \cdot D, \quad A = (H^T \cdot H)^{-1} \cdot H^T, \quad (1)$$

де  $X$  – вектор оцінюваних параметрів;

$X_0$  – початкова оцінка вектора  $X$ ;

$D$  – вектор відхилень виміряних псевдовіддалей до супутника від їх початкової оцінки;

$H$  – матриця напрямляючих косинусів.

Система (1) передбачає обробку сигналів від усіх навігаційних супутників (НС), що перебувають у зоні видимості. Кількість НС, що спостерігаються, визначає кількість рядків матриці  $H$ .

Якість НВ прийнято характеризувати геометричним фактором, який за певного нормування визначають виразом [4]:

$$K_G = \left\{ \text{tr}[H^T \cdot H]^{-1} \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

де  $\text{tr}[\cdot]$  – слід матриці.

Відомо, що геометричний фактор поліпшується зі збільшенням кількості видимих НС. Система рівнянь (1) формується виходячи з припущення незалежності сигналів НС під час їх обробки. Ідея використання сигналу НС на іншій частоті як незалежного джерела ґрунтується на таких засадах:

– рефракція сигналу НС в іоносфері залежить від частоти;

– шуми в радіоканалах навігаційного приймача для сигналів різних частот незалежні.

Обґрунтуємо твердження про поліпшення якості НВ у разі використання сигналу НС іншої частоти. Дослідимо квадратичну форму виразу (2):

$$B = H^T \cdot H.$$

Легко показати, що детермінант матриці  $B$  дорівнює

$$|B| = |H|^2. \quad (3)$$

Подамо матрицю  $H$  у вигляді

$$H = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix},$$

де  $a_{ij}$ ,  $i=1..4$ ,  $j=1..4$  – напрямні косинуси для чотирьох НС.

Введемо матрицю  $H_1$  розміром  $5 \times 4$ , в якій останній рядок – повторення останнього рядка  $H$ .

У блочному поданні

$$H_1 = \begin{bmatrix} H \\ S \end{bmatrix},$$

де  $S$  – рядок  $a_{4j}$ ,  $j=1..4$ .

Квадратична форма  $B_1$  дорівнює

$$B_1 = H_1^T \cdot H_1 = H^T \cdot H + S^T \cdot S. \quad (4)$$

З формул (3), (4) випливає, що

$$|B_1| > |B|. \quad (5)$$

Аналітичні розрахунки з матрицями

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, M_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

показали, що

$$L_1 = M_i^T \cdot M_i, i = 1, 2,$$

$$L_1 = 2|M|, L_2 = 3|M| \quad (6)$$

для будь-яких  $a_{ij}$ .

Результати розрахунків формул (6) підтвердили вираз (5) і показали, що для розглядуваної матриці додавання одного рядка, аналогічного останньому, збільшує детермінант вдвічі, а двох рядків – утричі. Це дозволяє припустити, що детермінант матриці збільшується з кожним рядком, який додається, на одне значення детермінанта початкової матриці для будь-якого вигляду матриці  $H$ :

$$|Mn| = |M| + n \cdot |M|, \quad (7)$$

де  $n$  – кількість рядків, що додаються в матрицю  $M$ .

Аналіз процедур обернення матриць  $B$  та  $B_1$  показує, що, з огляду на значне збільшення детермінанта  $|B_1|$ , порівняно з  $|B|$  та меншою мірою збільшення алгебричних доповнень обернених матриць

$$\text{tr}[B_1^T \cdot B_1]^{-1} < \text{tr}[B^T \cdot B]^{-1}. \quad (8)$$

Отже, згідно з виразом (2), зменшується  $K_T$ , що покращує якість НВ. Справедливість виразу (8) легко доводиться аналітично для матриць  $M$  та  $M_1$ .

Для апробації отриманих результатів проводимо розрахункові експерименти та математичне моделювання.

### Результати розрахункових експериментів та математичного моделювання

Як початкові дані візьмемо ефемеридну інформацію про супутники, що спостерігаються з відміткою часу GPS-тиждень 1414 секунда 131904. Обираємо чотири з дев'яти супутників, задаємо вектор  $X_0$ , власне місцезнаходження та розраховуємо матрицю напрямних косинусів  $A$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0.331 & 0.732 & -0.596 & 1 \\ -0.526 & -0.625 & -0.577 & 1 \\ -0.942 & -0.274 & -0.192 & 1 \\ -0.559 & -0.804 & -0.201 & 1 \end{bmatrix}.$$

Обираємо інші чотири супутники і для тих самих  $X_0$  знаходимо

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.667 & 0.021 & -0.512 & 1 \\ -0.211 & -0.534 & -0.836 & 1 \\ 0.222 & 0.794 & -0.790 & 1 \\ 0.749 & -0.493 & -0.596 & 1 \end{bmatrix}.$$

Розраховуємо відповідно до виразу (2) значення  $K_T$  для різних комбінацій матриць  $H$  та  $H_1$  і відповідні значення детермінантів  $|B|$  і  $|B_1|$ .

Розглядаємо такі приклади:

- 1) у матрицю  $H_1$  додається останній рядок матриці  $H = A$ ;
- 2) у матрицю  $H_1$  додається останній рядок матриці  $H = A_1$ ;
- 3) матриця  $H$  формується з перших двох рядків матриці  $A$  і останніх двох рядків матриці  $A_1$ , у матрицю  $H_1$  додається останній рядок матриці  $H$ ;
- 4) на відміну від прикладу 3 в матрицю  $H_1$  додається перший рядок матриці  $H$ ;
- 5) на відміну від прикладу 3 в матрицю  $H_1$  додається другий рядок матриці  $H$ ;
- 6) на відміну від прикладу 3 в матрицю  $H_1$  додається третій рядок матриці  $H$ ;
- 7) на відміну від прикладу 1 в матрицю  $H_1$  додається перший рядок матриці  $H$ ;
- 8) на відміну від прикладу 1 в матрицю  $H_1$  додається другий рядок матриці  $H$ ;
- 9) на відміну від прикладу 1 в матрицю  $H_1$  додається третій рядок матриці  $H$ ;
- 10) в матрицю  $H_1$  додається перший рядок матриці  $H = A_1$ ;
- 11) на відміну від прикладу 10 в матрицю  $H_1$  додається другий рядок матриці  $H$ ;
- 12) на відміну від прикладу 10 в матрицю  $H_1$  додається третій рядок матриці  $H$ ;
- 13) на відміну від прикладу 10 в матрицю  $H_1$  додається перший і останній рядки матриці  $H$ .

В усіх прикладах значення детермінантів  $|B|$  і  $|B_1|$  відповідали співвідношенню (7).

Аналіз даних табл. 1 дозволяє зробити такі висновки:

- подання НС, що випромінює сигнали на двох різних частотах як два незалежні НС, призводить до поліпшення геометричного фактора;
- ступінь поліпшення залежить від обраного сузір'я супутників і для прикладів, що розглядались, збільшився максимально в 1,17 разу;
- поліпшення геометричного фактора залежить від того, який супутник у певному сузір'ї обрано, щоб використати як два незалежні;
- подання двох НС як чотири незалежні джерела навігаційних сигналів порівняно зі звичайним у розглядуваних прикладах принесло максимальний вииграш у 1,14 разу.

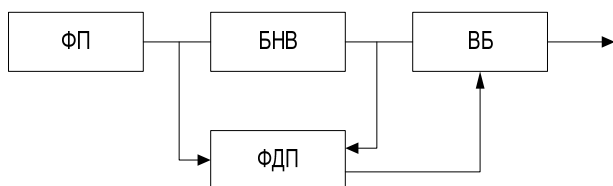
Таблиця 1

Отримані значення  $K_T$ 

Номер прикладу	$H$	$H_1$	$\frac{H}{H_1}$
1	5	4,44	1,13
2	4,86	4,56	1,07
3	9	8,88	1,014
4	9	7,72	1,17
5	9	8,98	1,002
6	9	7,96	1,13
7	5	4,97	1,006
8	5	4,47	1,12
9	5	4,88	1,02
10	4,86	4,43	1,1
11	4,86	4,32	1,12
12	4,86	4,78	1,02
13	4,86	4,19	1,16

Дослідимо математичну модель, до складу якої входять (див. рисунок):

- формувач псевдовіддалей (ФП);
- блок навігаційних визначень (БНВ);
- формувач диференціальних поправок (ФДП);
- вихідний блок (ВБ).



Математична модель

Псевдовіддалі формуються згідно з виразом

$$R_i = \left[ (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2 \right]^{1/2} + \xi_i,$$

де  $x_i, y_i, z_i$  – координати  $i$ -го супутника;

$x_0, y_0, z_0$  – координати користувача;

$\xi$  – компонент, що містить суму складових систематичних та випадкових похибок визначення віддалі.

У блоці навігаційних визначень проводяться розрахунки згідно з виразом (1) в ітераційному режимі та за заданими межами похибок результатів.

Формувач диференціальних поправок визначає різницю між псевдовіддальми та розрахованими віддальми до НС.

Вихідний блок видає параметри з урахуванням диференціальних поправок.

Координати НС беремо з тих самих ефемерид, що використовувались у розрахункових експериментах.

Складові  $\xi_i$  (зсув шкал часу, іоносферні, тропосферні похибки, шуми приймача, похибки багатопроменевого поширення) формуємо з параметрами, що відповідають даним, наведеним у роботі [4].

Проводимо такі експерименти:

- 1) обираємо чотири супутника з матрицею напрямних косинусів  $H = A$ ;
- 2) до чотирьох супутників позиції 1 додаємо до сузір'я повторно 4-й супутник;
- 3) на відміну від позиції 2 додаємо повторно 3-й супутник;
- 4) на відміну від позиції 3 додаємо повторно 2-й супутник;
- 5) на відміну від позиції 4 додаємо повторно 1-й супутник;
- 6) на відміну від позиції 1 до сузір'я вводимо 1-й супутник двічі, а також 3-й та 4-й;
- 7) на відміну від позиції 1 вводимо 1, 4 та 2-й супутники двічі;
- 8) на відміну від позиції 1 вводимо 1, 2 та 3-й супутники двічі;
- 9) на відміну від позиції 1 вводимо 1, 2 та 4-й супутники двічі.

Фіксуємо середні оцінки визначення координат користувача  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  з усередненням по  $10^4$  реалізацій.

За даними табл. 2 можна зробити такі висновки:  
 – якщо використані сигнали НС, що випромінюються на двох частотах як від двох незалежних супутників під час роботи в диференціальному режимі, точність визначення координат зростає;  
 – навіть у разі роботи з трьома НС з використанням двох сигналів одного з них точність навігаційних визначень достатня для певних навігаційних застосувань.

Таблиця 2

## Результати моделювання

Номер експерименту	Помилка, км		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
1	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$-1,8 \cdot 10^{-4}$	$9,3 \cdot 10^{-4}$
2	$1,17 \cdot 10^{-4}$	$-1,37 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-4}$
3	$-1,3 \cdot 10^{-5}$	$-6,5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$
4	$-1,5 \cdot 10^{-4}$	$7,3 \cdot 10^{-5}$	$-1,5 \cdot 10^{-5}$
5	$-2,1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$-1 \cdot 10^{-5}$
6	-2,7	-2,2	-14
7	-0,34	0,21	0,065
8	0,4	-0,24	0,67
9	-0,11	0,067	0,021

**Висновки**

Проведений аналіз, розрахункові експерименти і математичне моделювання підтвердили гіпотезу про можливість використання сигналів НС, що випромінюються на різних частотах, як сигнали додаткових супутників для поліпшення навігаційних визначень. Доцільність конструювання апаратури з організацією спільної обробки такої сукупності сигналів може бути визначена після додаткових досліджень.

**Література**

1. *Кривовяз А.Т.* Проблемы оптимального выбора навигационного оборудования // Матеріали VII Між-нар. наук.-техн. конф. «Авіа-2006». – К.: НАУ, 2006. – Т. I. – С. 21.80 – 21.84.
2. *Загоруйко В.В., Конин В.В.* Обеспечение точных заходов на посадку методами спутниковой навигации // Косм. наука і технологія. – 2001.– Т. 7, № 4. – С. 25–30.
3. *Концепция* создания системы навигационного обеспечения Украины / А.П. Верещак, В.В. Пискорж. А.А. Жалило и др. // Косм. наука і технологія. – 1998. – Т. 4, № 5/6. – С. 46–55.
4. *Глонавс.* Принципы построения и функционирования. – 3-е изд. / под ред. А.И. Перова, В.И. Харисова. – М.: Радиотехника, – 2005. – 688 с.

Стаття надійшла до редакції 28.11.07.