УДК 621.39
ББК 3811.3

А.О. Давлет'янц, асп.

ПОРІВНЯННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ СТИСНЕННЯ СИГНАЛІВ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є І ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Наведено експериментальні дані оцінки ефективності стиснення сигналів при використанні перетворень Фур'є і вейвлет-перетворень. Показано, що для обробки нестаціонарних, широкосмугових сигналів більш доцільним є вейвлет-перетворення, а у випадку скупчення більшої частини енергії сигналу в малій кількості спектральних складових більш ефективним є перетворення Фур'є.

У складних технічних системах і технологічних процесах важливу роль відіграють засоби збору, реєстрації (документування) інформації і передачі її каналами зв'язку.

На даний момент поширюється використання цифрових систем зв'язку і апаратури документування. Тому одним із важливих завдань постає зменшення обсягу даних, котрі передаються (реєструються) з контрольованими помилками чи похибками без втрат для адресата їхнього інформаційного змісту [1; 2].

Зменшення обсягу цифрових даних, як правило, оцінюють коефіцієнтом стиснення

$$K_c = N/N1,$$

де N – обсяг даних до обробки; $N1$ – обсяг даних після обробки сигналу.

Одним із можливих методів оцінки ефективності алгоритмів стиснення є оцінка середньоквадратичного відхилення, відновленого після обробки сигналу від первинного. Якщо амплітудний рівень і зсув не є визначальними, то ефективність алгоритмів стиснення доцільно виводити за значенням оцінки взаємної кореляції K_k між первинним і відновленим сигналами з урахуванням затримки:

$$K_k(j) = \frac{\sum_{i=1}^{N}(S^*_{i+j} - a^*)(S_i - a)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(S^*_{i+j} - a^*\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(S_i - a\right)^2}}, \qquad j \in Z,$$

де j – параметр, який враховує затримку відновленого після обробки сигналу щодо первинного; S_i, S_{i+j}^* – відліки сигналу до і після обробки; a, a^* – середні значення відліків вибірок відповідно первинного і відновленого сигналів.

Найчастіше використовується такий засіб аналізу стаціонарних безперервних сигналів, як перетворення Фур'є [3] безперервного часу. Коефіцієнти перетворення відноходяться обчисленням скалярного добутку сигналу з комплексними експонентами:

$$F(w) = \int f(t) e^{-iwt} dt,$$

де $f(t)$ – первинний сигнал; $F(w)$ – його перетворення Фур'є.

На практиці не всі сигнали є стаціонарними. Перетворення Фур'є дає уявлення про частотну характеристику $f(t)$, але інформація, яка стосується часової локалізації, наприклад, піків не може бути легко добута з $F(w)$.

Щоб подолати цей недолік, вводиться короткочасне, або віконне перетворення Фур'є:

$$T^{ok}(w,b) = \int f(t) e^{iwt} w(t-b) dt, \qquad (1)$$

в якому застосовується операція множення сигналу на вікно перед застосуванням перетворення Фур'є.

Для аналізу дискретизованого сигналу використовується дискретний варіант перетворення. Тоді $b=nt_0$, $w=mw_0$, де $m,n \in Z$, t_0, $w_0 > 0$ фіксовані, а вираз (1) набуває вигляду

$$T_{m,n}^{ok}(f) = \int f(t) w(t - nt_0) e^{-imw_0 t} dt .$$

Вікном *w(t-b)*, як правило, є локальна функція, котра зсувається вздовж часової осі, щоб обчислити перетворення у кількох позиціях *b*. Перетворення стає залежним від часу, і в результаті виходить частотно-часовий опис сигналу. За вікно часто вибираємо функції Гауса, і у цьому випадку обернене перетворення теж буде виконуватися із використанням віконної функції Гауса. Залежно від конкретного застосування використовується багато інших вікон.

Недолік віконного перетворення Фур'є полягає в тому, що під час його обчислення використовується фіксоване вікно, яке не може бути адаптоване до локальних властивостей сигналу. Цю і деякі інші проблеми можна подолати, використовуючи вейвлет-перетворення.

Безперервне вейвлет-перетворення є скалярним добутком *f(t)* і базисних функцій:

$$W_f(a,b) = \int \psi_{a,b}(t) f(t) dt,$$

де $\psi_{a,b}(t) = a^{-1/2}\psi\left(\dfrac{t-b}{a}\right), a,b \in R$ – базисні функції.

Параметри a і b в базисній функції $\psi_{a,b}(t)$ мають сенс масштабу і зсуву відповідно. Базисні функції $\psi_{a,b} \in L^2(R)$ є дійсними і коливаються довкола осі абсцис. Вони визначені на певному інтервалі. Дані функції називаються вейвлетами (короткими хвилями) і можуть розглядатися як масштабовані та зсунуті версії функції-прототипу $\psi(t)$ [4; 5; 6]. Великим значенням параметру a відповідають низькі частоти, малим – високі. Операція множення на вікно вміщена в самій базисній функції, яка дозволяє звужувати і розширювати це вікно. Ця обставина забезпечує можливість адаптивного вибору параметрів вікна до сигналу.

Параметри a і b постійно змінюються, і тому багато базисних функцій є надлишковими. Необхідна дискретизація значень a і b зі збереженням можливості відтворення сигналу з його перетворення. У роботах [4; 5] показано, що дискретизація повинна здійснюватися таким способом:

$$a = a_0^m;\ b = nb_0 a_0^m,\ m,n \in Z,\ a_0 > 1,\ b_0 \neq 0.$$

Можливий довільний вибір параметра b_0. Без втрати загальності оберемо b_0=1. Параметр розташування залежить від параметра масштабу [2]. Якщо збільшуємо масштаб, збільшується розмір кроку зсуву.

Тоді дискретне вейвлет-перетворення має вигляд:

$$W_f(m,n) = \int \psi_{m,n}(t) f(t) dt,$$

де $\Psi_{m,n}$ – базисні функції:

$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{-m/2}\psi(a_0^{-m} t - n) .$$

На рис. 1 показано розбиття частотно-часового плану для віконного перетворення Фур'є і вейвлет-перетворення. При реалізації вейвлет-перетворення використовується відомий принцип невизначеності. Звуження вікна аналізу в часовій області викликає розширення його в частотній. Отже, площа вікна залишається постійною.

На жаль, аналітичними методами не вдається отримати порівняльні оцінки ефективності алгоритмів стиснення після перетворення Фур'є і вейвлет-перетворень. Тому були проведені експериментальні дослідження з використанням розробленого програмного комплексу.

Комплекс забезпечує такі можливості:

– введення досліджуваного сигналу, заданого як в аналітичній, так і у графічній формах;

– побудова спектру сигналу після перетворення Фур'є;

– обчислення коефіцієнтів вейвлет-перетворення;

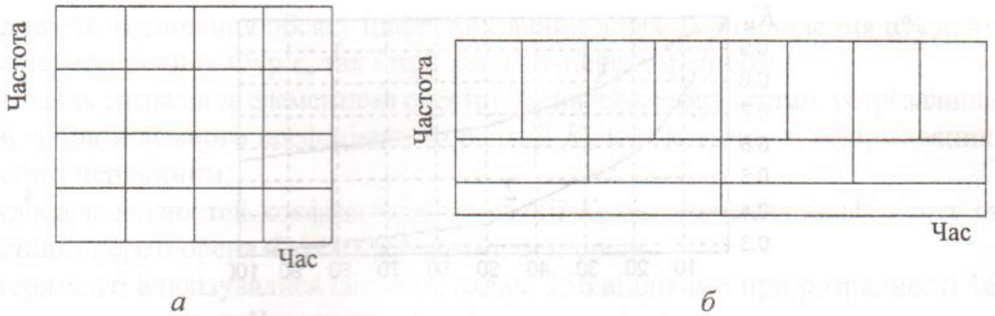

Рис. 1. Розбиття частотно-часової площини:
а – при віконному перетворенні Фур'є; *б* – при вейвлет-перетворенні

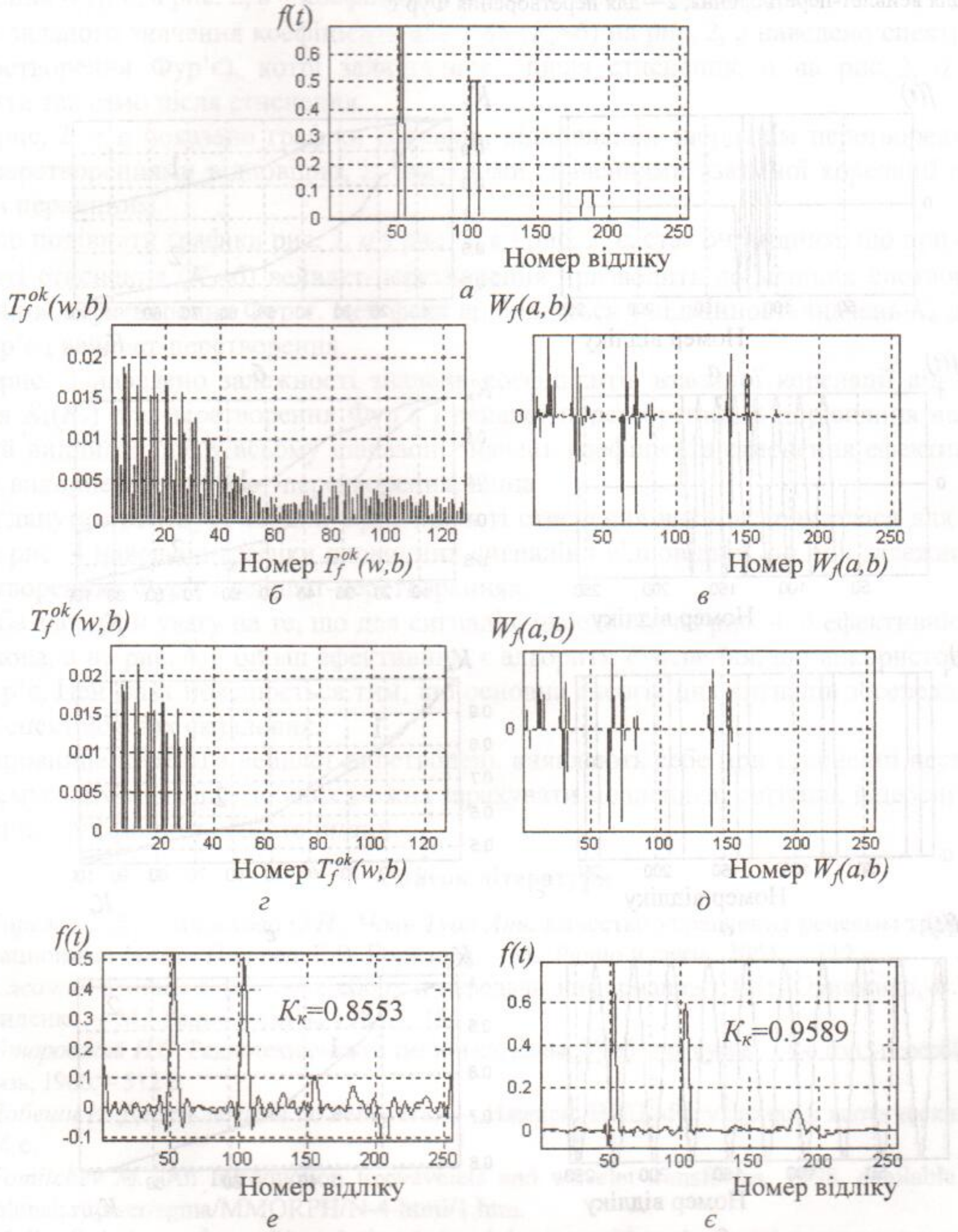

Рис. 2. Стиснення послідовності відеоімпульсів:
а – первинний сигнал; *б* – спектр сигналу після перетворення Фур'є; *в* – коефіцієнти вейвлет-перетворення; *г* – спектр Фур'є після стиснення; *д* – вейвлет-коефіцієнти після стиснення; *е* – сигнал після зворотного перетворення Фур'є; *є* – сигнал після зворотного вейвлет-перетворення

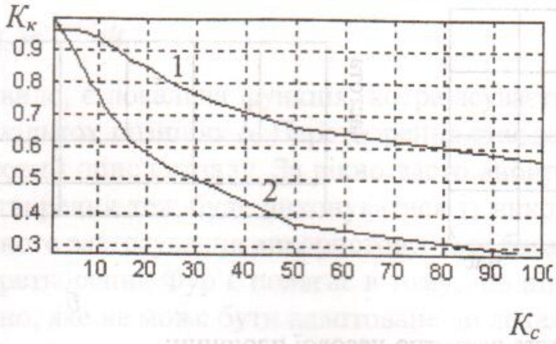

Рис. 3. Залежність значень коефіцієнта кореляції $K_к$ від коефіцієнта стиснення K_c:
1 – для вейвлет-перетворення; *2* – для перетворення Фур'є

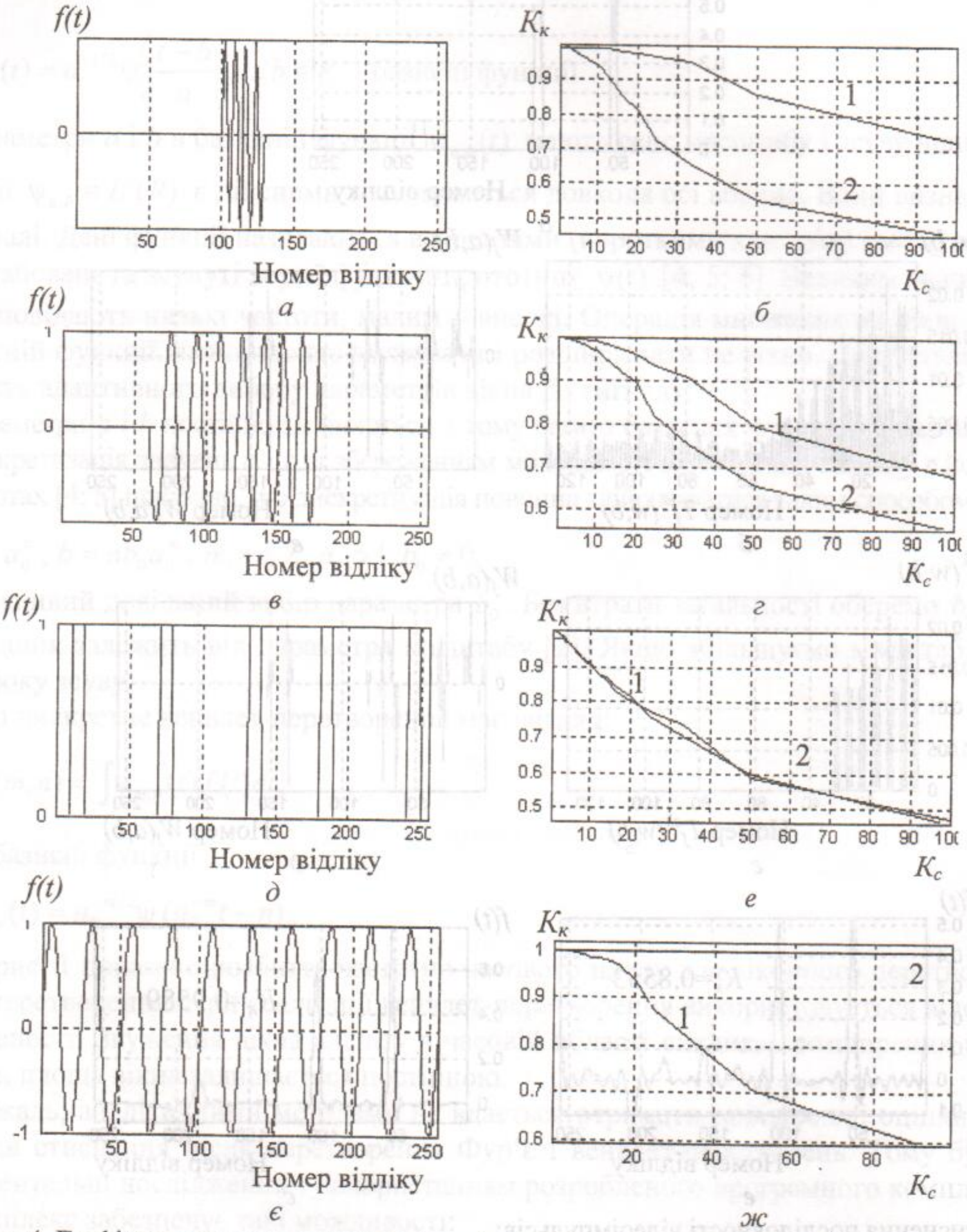

Рис. 4. Графіки первинних сигналів і відповідних до них залежностей коефіцієнтів кореляції від коефіцієнта стиснення при вейвлет-перетвореннях (*1*) і перетвореннях Фур'є (*2*):
а, б – радіоімпульс; *в, г* – частотномодульований радіоімпульс; *д, е* – періодична послідовність імпульсів; *є, ж* – гармонічний сигнал

– можливість зменшення обсягу цифрових даних шляхом виключення α% найменших значень (як при перетвореннях Фур'є, так і при вейвлет-перетвореннях);

– формування сигналів за елементами спектру і вейвлет-коефіцієнтами, котрі залишилися;

– обчислення взаємного коефіцієнту кореляції K_k між кожним зі сформованих після стиснення сигналів з первинним;

– побудова залежностей коефіцієнтів кореляції K_k від значення коефіцієнту стиснення K_c при використанні перетворень Фур'є і вейвлет-перетворень.

В експерименті аналізувалися сигнали, задані 256 відліками при розрядності 16 біт.

Розглянемо детально приклад аналізу ефективності стиснення одного з сигналів – послідовності відеоімпульсів, показаного на рис. 2, *а*. Рис. 2, *б* ілюструє спектр цього сигналу після перетворення Фур'є, а рис. 2, *в* – коефіцієнти після вейвлет-перетворення.

Для заданого значення коефіцієнта α% = 85 (K_c≈6) на рис. 2, *г* наведено спектральні складові (перетворення Фур'є), котрі залишилися після стиснення, а на рис. 2, *д* – вейвлет-коефіцієнти так само після стиснення.

На рис. 2, *е*, *є* показано графіки сигналів, відновлених зворотнім перетворенням Фур'є і вейвлет-перетвореннями відповідно, із вказаними значеннями взаємної кореляції відновлених сигналів з первинним.

Якщо порівняти графіки рис. 2, *а* з рис. 2, *е* і рис. 2, *є*, стає очевидним, що при однаковому коефіцієнті стиснення (K_c≈6) вейвлет-перетворення призводить до менших спотворень форми сигналу, аніж перетворення Фур'є. Цей факт відбивається у відмінності значень K_k для перетворення Фур'є і вейвлет-перетворення.

На рис. 3 наведено залежності значень коефіцієнтів взаємної кореляції від коефіцієнта стиснення $K_k(K_c)$ для перетворення Фур'є і вейвлет-перетворення. З порівняння наведених залежностей випливає, що у всьому діапазоні значень коефіцієнта стиснення ефективність алгоритму, де використане вейвлет-перетворення, вища.

Розглянута процедура оцінки ефективності стиснення використовувалася для різних сигналів. На рис. 4 наведено графіки первинних сигналів і відповідних до них залежностей $K_k(K_c)$ при перетвореннях Фур'є і вейвлет-перетвореннях.

Треба звернути увагу на те, що для сигналів, наведених на рис. 4, *д* ефективність алгоритмів однакова, а на рис. 4, *є* більш ефективним є алгоритм стиснення, що використовує перетворення Фур'є. Цей факт пояснюється тим, що основна енергія цих сигналів зосереджена в малій кількості спектральних складових.

Найповніше переваги вейвлет-перетворень виявляють себе при стисненні нестаціонарних і широкосмугових сигналів, до яких можна зарахувати мовленнєві сигнали, відеосигнали, медико-біологічні, сейсмічні та багато інших.

Список літератури

1. *Горелов Г.В., Ромашкова О.Н., Чань Туан Ань*. Качество управления речевым трафиком в телекоммуникационных сетях / Под ред. Г.В. Горелова. – М.: Радио и связь, 2001. – 112 с.

2. *Сжатие* данных в системах сбора и передачи информации / В.И. Орищенко, В.Г. Санников, В.А. Свириденко. – М.: Радио и связь, 1985. – 184 с.

3. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.

4. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.

5. *Fomitchev M.*, An Introduction to wavelets and wavelet transforms, 1998, available by HTTP at globus.smolensk.ru/user/sgma/MMORPH/N-4-html/1.htm.

6. *Mallat S.* A theory for multiresolutional signal decomposition: the wavelet representation. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1989.– №7.– P.674 – 693.

Стаття надійшла до редакції 17.09.02.