ІНФОРМАЦІЙНО-ДІАГНОСТИЧНІ СИСТЕМИ

УДК 681.32

ББК 3811.4

А.Я. Білецький, д-р техн. наук, проф.,
О.Г. Кучер, д-р техн. наук, проф.

СИНТЕЗ І ПРОСТОРОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ РІВНОМІРНИХ *m*-х КОДІВ

Розроблено алгоритми моделювання рівномірних кодів, утворених такими повними послідовностями т-х чисел довжини п, в якій відстань за Хемінгом між будь-якими сусідніми кодовими комбінаціями дорівнює сталій величині R. Розглянуто питання побудови просторових моделей m/n/R-кодів на ПЕОМ.

Вступ і постановка задачі. Дана робота є логічним продовженням дослідження авторів [1], в якій розглянуто алгоритми синтезу і просторового моделювання рівномірних двійкових кодів. Двійкові коди одержали найбільше поширення в сучасній техніці обробки сигналів завдяки тому, що вони вдало гармонізовані з елементами цифрової електроніки. Проте синтез і аналіз *m*-х кодів стає все більш актуальним як у теоретичному, так і в практичному аспектах. Досить указати, наприклад, на зростаючий інтерес математиків і інженерів-розроблювачів апаратури до *m*-х кодів у таких додатках, як зв'язок, криптографія та ін. [2; 3].

m-й код потужності *N* являє собою множину з *N* *m*-х слів довжини *n*, названих кодовими комбінаціями (векторами або словами). Зазвичай $N = m^k$, де *k* – деяке ціле число. Будемо називати такий код *m*-м (*n, N*)-кодом. Розглянемо винятково *m*-і коди, для яких $N = m^n$, а основа системи числення $m \geq 3$. Введемо визначення повного *m*-го коду.

Визначення 1. Повним *m*-м (*n, N*)-кодом називається така сукупність (множина) *m*-х кодових комбінацій довжини *n*, що включає усі без винятку кодові слова, починаючи з коду 00...0 (нульове кодове слово) аж до коду *ll...l* (максимальне кодове слово), де $l = m-1$.

Нехай ***x*** і ***y*** – два *m*-х кодові слова довжини *n*. Параметр *n* визначає число розрядів кодової комбінації. Важливою кількісною мірою розходження кодових комбінацій ***x*** і ***y*** є відстань за Хемінгом між цими кодовими векторами. У двійковому кодовому просторі (*m* = 2) відстанню за Хемінгом називається число позицій (розрядів кодових слів), в яких вектори ***x*** і ***y*** різні. Уточнимо поняття відстані за Хемінгом для *m*-х кодових комбінацій довжини *n*.

Визначення 2. Відстанню за Хемінгом між двома *m*-ми кодовими словами ***x*** і ***y*** довжини *n* називається число, що дорівнює сумі модулів різниці всіх попарних значень розрядів даних векторів.

Цю відстань позначимо через *R*(*x, y*) чи просто *R*. Нехай x_i і y_i, $i = \overline{0, n-1}$, – значення *i*-х розрядів кодових векторів ***x*** і ***y*** (старший $(n-1)$-й розряд ліворуч). Маємо

$$R = \sum_{i=0}^{n-1} r_i,$$

де $r_i = |x_i - y_i|$.

Наприклад, візьмемо трійкові числа $x = 201120$ і $y = 012102$, тоді $R = 8$.

Повна сукупність *m*-х (*n, N*)-кодових комбінацій може бути упорядкована різними способами. Через $\{x\}$ позначимо деяку послідовність кодових слів x_i, $i = \overline{0, N-1}$. Положення нульового кодового слова зафіксуємо, вважаючи

$$x_0 = \underbrace{00...0}_{n \text{ разів}}. \qquad (1)$$

Очевидно, що існує усього $L=(m^n-1)!$ різних способів упорядкування (перестановок) елементів (векторів) повного *m*-го (n, N)-коду. З множини L перестановок виділимо підмножину потужності M так званих рівномірних *m*-х (n, N)-кодів з відстанню за Хемінгом між сусідніми кодовими комбінаціями, що дорівнює R.

Визначення 3. Рівномірним *m*-м кодом *R*-го порядку називається така повна послідовність *m*-х кодових комбінацій довжини *n*, в якій відстань за Хемінгом між будь-якими двома сусідніми кодовими словами є сталою величиною, що дорівнює R.

Рівномірні *m*-і (n, N)-коди з кодовою відстанню R позначимо через $m/n/R$-коди. Параметри *m*, *n* і *R* визначені. Рівномірний код будемо називати замкнутим, якщо відстань за Хемінгом між крайніми кодовими комбінаціями в послідовності $\{x\}$ складає R, тобто

$$R(x_0, x_{N-1}) = R.$$

Якщо дана рівність не дотримується, то такі рівномірні $m/n/R$-коди будемо відносити до класу незамкнутих (відкритих).

Основна задача даного дослідження полягає в розробці алгоритмів побудови просторового образа повного графа рівномірних *m*-х (n, N)-кодів з відстанню *R*, які відображають усю сукупність вузлів (кодових комбінацій) і з'єднуючих їх ребер.

Загальні співвідношення. Введемо деякі допоміжні визначення. Величину

$$q_x = \sum_{i=0}^{n-1} x_i,$$

що дорівнює сумі цифр усіх розрядів *m*-ї кодової комбінації ***x***, назвемо вагою коду ***x***. Наприклад, для четвіркового шестирозрядного вектора $x = 132003$ його вага дорівнює дев'яти ($q_x = 9$).

Визначення 4. Підмножина всіх *m*-х кодових векторів довжини *n*, вага кожної кодової комбінації якого є сталою величиною, що дорівнює *q*, називається шаром *q* щільності або $[n, q]$-шаром.

У позначенні $[n, q]$-шару використані прямі дужки для того, щоб не переплутати його з уведеним раніше позначенням *m*-го (n, N)-коду.

Очевидно, *q* може приймати значення від 0 (вага нульового кодового шару) до $(m-1)n$ (вага максимального *n*-розрядного *m*-го числа), тобто усього може бути утворено $s = mn - n + 1$ шарів.

Величину N_q, $q = \overline{0,s}$, що дорівнює числу вузлів (*m*-х кодових слів, векторів, комбінацій) у шарі щільності *q*, назвемо вагою шару. Очевидно, шари з щільністю $q = 0$ і $q = s$ містять по одному вузлу, а

$$\sum_{q=0}^{s} N_q = m^n.$$

Сформулюємо ряд простих, але досить конструктивних положень.

Твердження 1. Кодова відстань за Хемінгом між будь-якими елементами всередині шару щільності $q = \overline{1, s-1}$ є парним числом.

Твердження 2. Нехай $[n, q_1]$ і $[n, q_2]$ – два *m*-х $[n, q]$-шари, а $|q_1 - q_2| = l$. Тоді кодова відстань *R* за Хемінгом між будь-якими двома елементами, що належать шарам з різною щільністю, є парним числом, якщо *l* парно і, навпаки, *R* – непарно, якщо непарно *l*.

Доведення тверджень 1 і 2 можна провести безпосередньою перевіркою.

Твердження 3. Для будь-якого повного m-го (n, N)-коду не існує рівномірних кодів з парним значенням відстані за Хемінгом.

Доведення твердження 3 проведемо для приватних значень $m = 3$ і $R = 2$. Припустимо, що на перших двох етапах синтезу рівномірного $3/n/2$-коду обрані такі два варіанти кодових комбінацій:

$$\begin{array}{ll} \text{Варіант 1} & \text{Варіант 2} \\ 1: 0...000 & 1: 0...000 \\ 2: 0...011 & 2: 0...002 \end{array} \qquad (1)$$

У системі (1) цифри i, що стоять ліворуч від двокрапки, по-перше, означають номер етапу синтезу і, по-друге, визначають значення індексу j кодового вектора x_j за правилом:

$$(i:) \circ \to x_{i-1},$$

тобто у даному випадку індекс $j = i - 1$.

Отже, відповідно до системи послідовних кроків (1) формування рівномірного $3/n/2$-коду на першому (стартовому) етапі синтезу вибирається нульове кодове слово довжини n, тобто $x_0 = 0...00$, що погоджується з прийнятою раніше схемою добору кодових комбінацій. Кодове слово x_1, яке відповідає другому етапу синтезу, являє собою трійкову кодову комбінацію довжини n, у двох молодших розрядах якої стоять одиниці (перший варіант), а в інших розрядах – нулі. У другому варіанті синтезу значення молодшого розряду дорівнює двом, а в інших розрядах – нулю.

Розглянемо можливі кодові комбінації, обрані на третьому етапі синтезу:

$$\begin{array}{ll} \text{Варіант 1} & \text{Варіант 2} \\ 3^{\mathrm{I}}:0...101; & 3^{\mathrm{I}}:0...112; \\ 3^{\mathrm{II}}:0...110; & 3^{\mathrm{II}}:0...011; \\ 3^{\mathrm{III}}:0...112; & 3^{\mathrm{III}}:0...101. \\ 3^{\mathrm{IV}}:0...121; & \\ 3^{\mathrm{V}}:0...002; & \\ 3^{\mathrm{VI}}:0...020; & \\ 3^{\mathrm{VII}}:0...022. & \end{array} \qquad (2)$$

З аналізу системи (2) приходимо до такого висновку. Альтернативні кодові комбінації, що утворюють вектор x_2, є кодовими словами з парною вагою (два або чотири). На четвертому і наступному етапах синтезу одержимо аналогічний результат: кодові комбінації x_i, $i \geq 3$ відносяться до підмножини кодових слів з парною вагою. Потужність N_2 множини m-х кодових векторів з парною вагою природно менше потужності N повної множини (n, N)-кодів. Тим самим твердження 3 можна вважати доведеним, оскільки повний m-й код включає усі N комбінацій (n, N)-коду.

Твердження 4. Відстань R за Хемінгом між будь-якими двома сусідніми векторами рівномірного m-го (n, N)-коду є непарним числом і задовольняє співвідношення

$$R \leq (s-1),$$

де s – вага максимального коду.

Доведення твердження 4 аналогічне доведенню твердження 1 для двійкових (n, N)-кодів [1].

Твердження 5. Якщо основа системи числення m є непарним числом, то із сукупності m-х (n, N)-кодів можуть бути утворені тільки повні відкриті рівномірні $m/n/R$-коди. Якщо m – парне число, то (n, N)-кодам відповідають як відкриті, так і замкнуті рівномірні $m/n/R$-коди.

Доведення твердження 5 ґрунтується на таких положеннях. Відповідно до твердження 4 рівномірними m-ми кодами можуть бути тільки такі $m/n/R$-коди, для яких R є непарним числом, тобто при $R = 1,3,..., s-1$. Стартовим у будь-якому рівномірному коді прийнято нульовий код x_0 довжини n (див. формулу (1)). Наступним кодом x_1 може бути код, вага якого є непарним числом R. Черговий вектор x_2 може належати тільки кодовим векторам з парною вагою, що є наслідком твердження 2, і т.д. Таким чином, у рівномірних $m/n/R$-кодах непарним етапам синтезу відповідають коди з парними вагами і навпаки. Нехай m є непарне число. Непарним буде також повне число $N = m^n$ (n, N)-кодів. Отже, вага кодової комбінації x_{N-1}, що відповідає останньому непарному етапу синтезу, буде парним числом. Парним виявляється також кодова відстань R між векторами x_0 і x_{N-1}, що неприпустимо для замкнутого рівномірного коду. Тому синтезований рівномірний код при непарному m може відноситися тільки до класу відкритих рівномірних кодів. Якщо m – парне число, то кодова комбінація x_{N-1} буде непарним числом. Нехай вага вектора x_{N-1} дорівнює V. Тоді, якщо $V = R$, то синтезований рівномірний $m/n/R$-код буде замкнутим, у противному випадку – відкритим. Цим завершується доведення твердження 5.

В основу синтезу рівномірних $m/n/R$-кодів покладемо розроблений у роботі [1] метод шару рівної щільності, основна ідея якого полягає в наступному. Приймемо як геометричний об'єкт при розробці просторової моделі рівномірного $m/n/R$-коду кулю. Для зручності викладу там, де це доцільне, будемо використовувати географічні поняття і терміни, які характерні для такого просторового об'єкта як земна куля, вважаючи його ідеальним, тобто таким, усі точки зовнішньої поверхні якого рівновіддалені від центра кулі. Умовимося розміщати нульовий код x_0 і протилежний йому код x_{N-1} на північному і південному полюсах кулі відповідно. Залишені вузли $[n, q]$-шарів ($q = \overline{1, s-1}$) будемо розміщати на паралелях, симетричних щодо полюсів. Тут мається на увазі, що кожному $[n, q]$-шару відповідає своя паралель. Отже, усі вузли повного графа просторової моделі рівномірного коду знаходяться на поверхні кулі.

Визначення 5. Дві m-і кодові комбінації x і y довжини n називаються протилежними, якщо i-й розряд ($i = \overline{0, n-1}$) кодового слова $y(x)$ є доповненням до $m-1$ відповідного розряду кодового слова $x(y)$, тобто $y_i = (m-1) - x_i$, так само як і $x_i = (m-1) - y_i$, де $x_i(y_i)$ – значення (вага) i-го розряду вектора $y(x)$.

Наприклад, візьмемо п'ятковий код $x = 30142$, тоді протилежний код $y = 14302$.

Задача синтезу (розробки) просторової моделі (графа) рівномірного $m/n/R$-коду зводиться до раціонального розміщення на відповідних паралелях кулі вузлів $[n, q]$-шарів, $q = \overline{1, s-1}$ і встановленню відносин інцидентності для усіх вузлів графа.

Моделі рівномірних кодів з непарною основою системи числення. Якщо m – непарне число, то відповідно до твердження 5 можуть бути синтезовані тільки відкриті рівномірні $m/n/R$-коди. Надалі обмежимося побудовою моделей рівномірних кодів, вважаючи $m = 3$. Модель трійкового рівномірного коду з одиничною відстанню за Хемінгом і кодовими комбінаціями довжини 2 показано на рис. 1.

У вузлах графа, наведеного на рис. 1, зазначено числові значення кодових комбінацій. Цифри, що стоять ліворуч від графа, відповідають щільності шару, а праворуч кількості вузлів у шарі.

Як випливає з рис. 1, не можна вибудувати таку послідовність трійкових дворозрядних чисел, що призводила б до повного замкнутого рівномірного 3/2/1-коду. У той же час можна привести кілька варіантів (табл. 1) відкритих рівномірних 3/2/1-кодів.

Табл. 1 не вичерпує список усіх варіантів побудови відкритих рівномірних 3/2/1-кодів. На рис. 2 відображено планарну модель рівномірних 3/3/1-кодів.

Як видно із зіставлення рис. 1 і 2, збільшення розрядності трійкових чисел із двох до трьох значимо ускладнило зображення повного графа рівномірних кодів. Крім того існує кілька варіантів конфігурацій графа і зовсім не просто вирішується задача вибору оптимальної форми графа.

Найбільш зручною, компактною і виразною формою зображення просторових моделей рівномірних кодів є проекції вузлів і ребер $[n, q]$-шарів на площину екватора.

Так, на рис. 3 наведено проекції перших чотирьох шарів моделі 3/3/1-коду. Проекції, показані на рис. 3, пред'являються спостерігачу, що знаходиться з боку вузла 000 на осі, що проходить через полярні вершини 000 і 222 повного графа моделі.

Обране правило розміщення проекцій вузлів першого шару ($q = 1$) однозначно визначає положення проекцій вузлів всіх інших q-шарів просторової моделі рівномірного $m / n / R$-коду. Вузли першого шару 3/3/1-коду розташуємо в порядку проходження ступеня 2 симетрично (тобто під кутом 120^0 по відношенню один до одного) на окружності, що є проекцією 60-й паралелі північної півкулі. Саме на цій паралелі знаходяться вузли шару із щільністю $q = 1$ (тобто вузли $[3, 1]$-шару).

На перетині прямої, що проходить через центр проекцій (північна полярна вершина 000) і вузли $[3, 1]$-шару, з окружністю, що є проекцією 30-й паралелі північної півкулі, розмістимо перші три вузли шару із щільністю $q = 2$. Тим самим визначиться місце розташування вузлів 002, 020 і 200, що знаходяться на кодовій відстані $R = 1$ від відповідних вузлів $[3, 1]$-шару. Інші вузли $[3, 2]$-шару (а це вузли 011, 101 і 110) розставимо симетрично на окружності так, щоб вони були і геометрично, і за Хемінгом рівновіддалені від вузлів $[3, 1]$-шару.

Проекції всіх семи вузлів шару із щільністю $q = 3$ знаходяться на окружності, що є екватором кулі. Правило розміщення проекцій вузлів $[3, 3]$-шару подібно правилу розміщення вузлів $[3, 2]$-шару за винятком особливого вузла 111, який можна розмістити в центрі кулі.

Отже, отримане наочне зображення усіх вузлів і ребер північної півкулі просторової моделі рівномірного 3/3/1-коду. Положення вузлів південної півкулі (вузлів q-шарів для $q = 4,5,6$) установлюється за правилом: «протилежний код – на протилежну сторону кулі». Зміст даного правила пояснюється на рис. 4.

Як приклад на рис. 4 показано процедуру визначення розташування вузлів, протилежних вузлам 101, 010 і 020, що лежать (див. рис. 3) на одному меридіані. Отже, вузли південної півкулі розміщуються в точці перетину прямої, що проходить через відповідний вузол північної півкулі і центр кулі, з південною поверхнею кулі.

Зберігаючи незмінними положення вузлів, що знаходяться на екваторі, на підставі сформульованого правила приходимо до проекцій вузлів і ребер південної півкулі наведених на рис. 5.

На підставі проекцій, показаних на рис. 3 і 5, можна легко побудувати повну модель рівномірного 3/3/1-коду.

Розроблену методику синтезу і конструювання просторових моделей може бути продовжено і на вищі порядки параметрів m, n і R рівномірних кодів. Природно, що зі зростанням значень параметрів не тільки ускладнюються самі моделі, але і послаблюється наочність їхнього зображення.

Моделі рівномірних кодів з парною основою системи числення. Першим розглянемо рівномірний 4/2/1-код, тобто код, складений з повної сукупності дворозрядних четвіркових чисел з одиничною відстанню за Хемінгом між будь-якими сусідніми кодовими комбінаціями.

Просторова модель рівномірних кодів типу 4/2/1 містить сім q-шарів, а її граф зображено на рис. 6.

Існує кілька варіантів побудови замкнутих рівномірних дворозрядних четвіркових кодів з одиничною кодовою відстанню. Маршрут формування одного з них, починаючи з вузла 00, зазначено на рис. 6 стрілками. Інші варіанти кодів наведені в табл. 2.

Далі розглянемо алгоритм побудови просторової моделі рівномірних 4/3/1-кодів. Така просторова модель складається з 10 шарів. Склад вузлів, що входять у шари моделі, наведено у табл. 3.

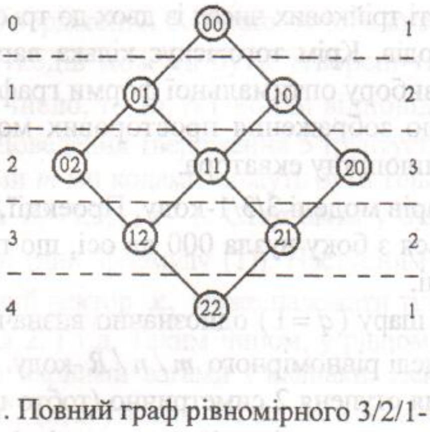

Рис. 1. Повний граф рівномірного 3/2/1- коду

Таблиця 1

1	2	3	4	5	6
00	00	00	00	00	00
01	10	01	10	01	10
02	20	02	20	11	11
12	21	12	21	10	01
22	22	11	11	20	02
21	12	10	01	21	12
20	02	20	02	22	22
10	01	21	12	12	21
11	11	22	22	02	20

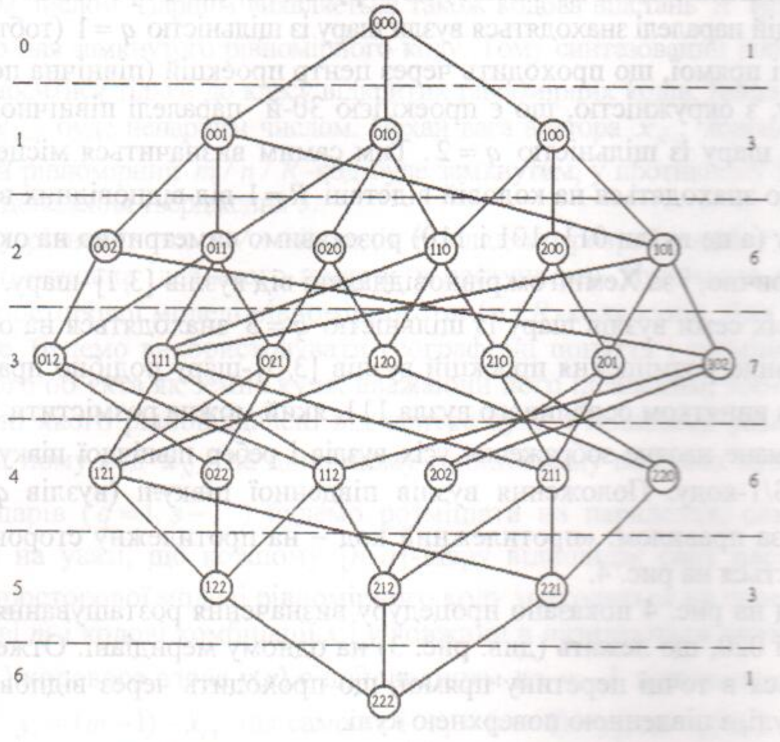

Рис. 2. Повний граф рівномірних 3/3/1-кодів

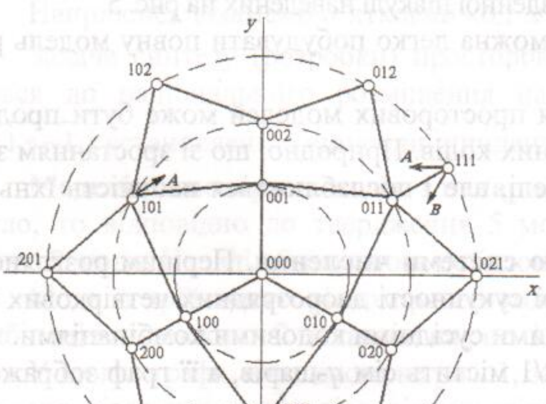

Рис. 3. Проекції вузлів і ребер шарів 0–3 повного графу 3/3/1-коду

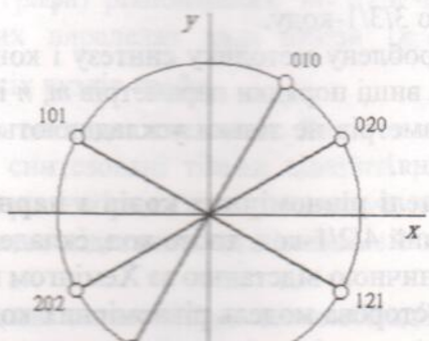

Рис. 4. Визначення положення протилежних вузлів рівномірного 3/3/1-коду

Таблиця 2

Четвірковий код	Варіанти рівномірних 4/2/1-кодів						
	1	2	3	4	5	6	7
00	00	00	00	00	00	00	00
01	01	01	01	10	10	10	10
02	02	11	11	20	11	11	20
03	03	12	21	30	21	12	30
10	13	02	22	31	20	22	31
11	12	03	12	21	30	21	21
12	22	13	02	11	31	20	22
13	23	23	03	12	32	30	32
20	33	33	13	22	33	31	33
21	32	32	23	32	23	32	23
22	31	22	33	33	22	33	13
23	30	21	32	23	12	23	03
30	20	31	21	13	13	13	02
31	21	30	30	03	03	03	12
32	21	20	20	02	02	02	11
33	10	10	10	01	01	01	01

Таблиця 3

Номер q-шару	Кількість вузлів у q-шарі	Кодові комбінації шару
0	1	000
1	3	001, 010, 100
2	6	002, 020, 200, 011, 101, 110
3	10	003, 030, 300, 012, 021, 102, 201, 120, 210, 111
4	12	013, 022, 031, 103, 112, 121, 130, 202, 212, 220, 301, 310
5	12	023, 032, 113, 122, 131, 212, 221, 230, 302, 311, 320, 203
6	10	033, 123, 132, 213, 222, 231, 303, 312, 321, 330
7	6	133, 313, 331, 223, 232, 322
8	3	233, 323, 332
9	1	333

Проекції вузлів і ребер перших чотирьох шарів просторової моделі показано на рис. 7.

Звернемо увагу на строгу симетричність графа, зображеного на рис. 7, щодо осі абсцис.

Взаємозв'язок вузлів, що входять у третій і четвертий шари моделі, показано на рис. 8. При цьому розташування вузлів третього шару збережено таким же, як і на рис. 7.

Вузли південної півкулі моделі розташовані на протилежному боці поверхні кулі в точці перетину цієї поверхні і прямої, що проходить через вузол північної півкулі і центр кулі. Значення коду (вузла) у південній півкулі утворюється як результат доповнення до трьох кожного розряду відповідного коду північної півкулі. Граф взаємозв'язку вузлів південної півкулі наведено на рис. 9 (формується так званий протилежний код).

Для завершення процедури побудови просторової моделі рівномірного 4/3/1-коду необхідно вказати характер зв'язку вузлів четвертого і п'ятого шарів (рис. 10).

Як і проекції вузлів і ребер просторової моделі рівномірного 4/3/1-коду, зображені на рис. 7–9, граф взаємозв'язку вузлів, показаний на рис. 10, симетричний щодо осі абсцис.

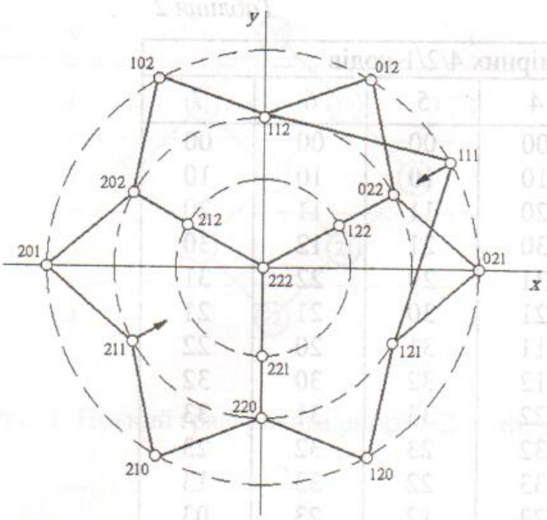

Рис. 5. Проекції вузлів і ребер шарів 3–6 повного графу 3/3/1-коду

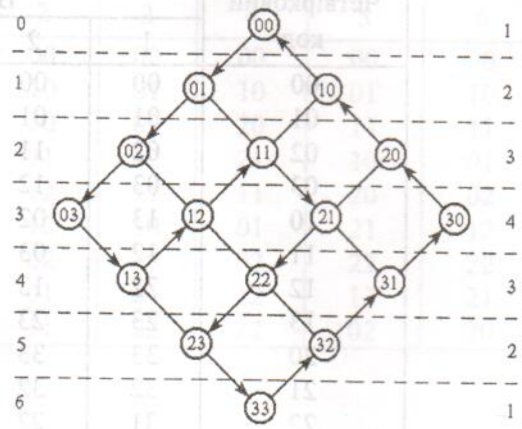

Рис. 6. Повний граф рівномірних 4/2/1-кодів

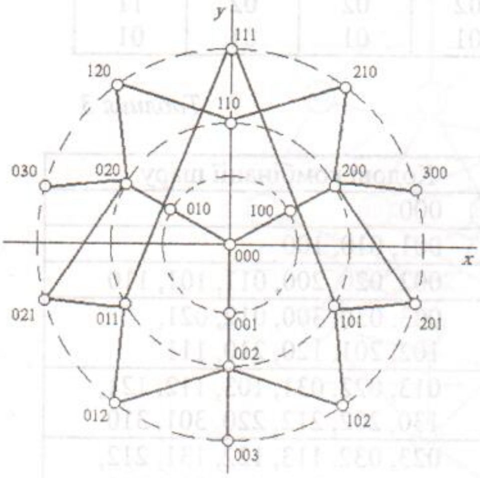

Рис. 7. Проекції вузлів і ребер шарів 0-3 просторової моделі рівномірного 4/3/1-коду

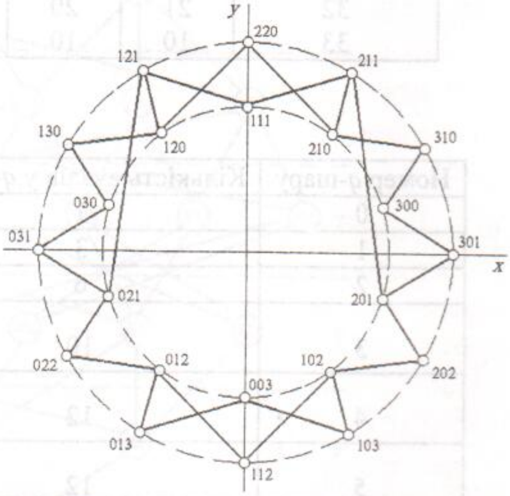

Рис. 8. Проекції вузлів і ребер третього і четвертого шару просторової моделі рівномірного 4/3/1-коду

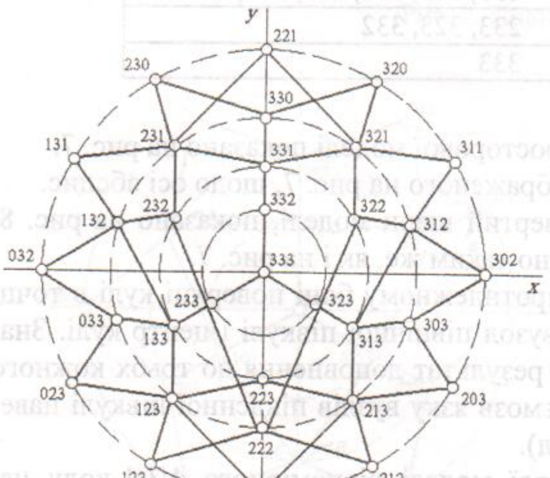

Рис. 9. Повний граф взаємозв'язку вузлів південної півкулі рівномірного 4/3/1-коду

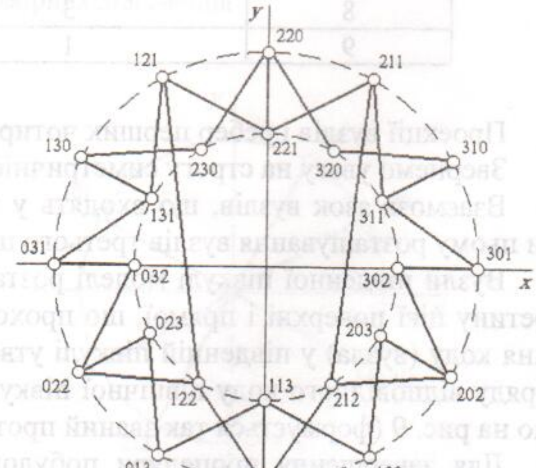

Рис. 10. Граф взаємозв'язку четвертого і п'ятого шарів рівномірного 4/3/1-коду

Висновок. Клас рівномірних кодів можна вважати розширенням кодів Грея [4], відмінна риса яких полягає в тому, що в послідовності n-розрядних двійкових чисел відстань за Хемінгом між сусідніми кодовими комбінаціями дорівнює одиниці. Отже, коди Грея є частковим випадком замкнутих рівномірних $m/n/1$-кодів з парною основою системи числення m, оскільки непарні системи замкнутих рівномірних кодів не утворюють.

Розроблений алгоритм побудови просторових моделей рівномірних кодів, в основу якого покладений так званий метод шарів рівної щільності, найбільш повно проілюстрований прикладами кодів з одиничною відстанню за Хемінгом. З рівним успіхом такий метод може бути використаний при розробці моделей рівномірних кодів, у яких R, залишаючись непарним числом, перевищує одиницю.

Поза рамками роботи залишилася задача оцінки числа замкнутих і відкритих рівномірних m-х кодів для різних значень довжини кодових комбінацій n і відстані за Хемінгом R.

Список літератури

1. *Білецький А.Я., Кучер О.Г.* Синтез і просторове моделювання рівномірних двійкових кодів // Вісн. НАУ. – 2002. – № 2. – С. 18–26.

2. *Берлекэмп Э.* Алгебраическая теория кодирования. – М.: Мир, 1971. – 450 с.

3. *Блейхут Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 576 с.

4. *Білецький А.Я., Білецький О.А.* Синтез кодів Грея // Вісн. НАУ. – 2002. – № 1. – С. 29–34.

Стаття надійшла до редакції 17.06.02.

УДК 681.5:519.242/248
ББК В 171 + Ж 17-5-021,1 в631,8

Ю.О. Єгоршин, канд. техн. наук, доц.,
О.Ю. Красноусова, асп.

НОВІ ТЕОРЕМИ ПРО ЙМОВІРНОСТІ ВІДМОВ ДЛЯ СЕРІЇ НЕЗАЛЕЖНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Доведено теореми про ймовірності появи менш, ніж трьох відмов для серії випробувань у двох неоднакових умовах, яким відповідають різні ймовірності відмов для кожного випробування.

У теорії ймовірностей і математичній статистиці ймовірність появи числа K відмов у серії з N незалежних випробувань визначаються формулою біноміального розподілу (схема Бернуллі), якщо ймовірність відмови q = const для кожного випробування, або формулою схеми Пуассона, якщо ймовірність q_i неоднакова для кожного i-випробування.

Схема Бернуллі дозволяє здійснити експериментальну перевірку гіпотези про ймовірність типу $W = 1 - q \geq W_{\text{т}}$, якщо відомі значення N, K, а умови випробувань є однорідними (q=const) [1].

Схема Пуассона вимагає апріорного знання всіх значень q_i, тому вона не використовується для експериментальної перевірки ймовірності.

Для окремого випадку – пуассонівських розподілів відмов для будь-яких умов випробувань – пуассонівська схема вироджується в біноміальну схему. Це дозволяє за сумарними числами K і N для пропорційної вибірки визначити нижчу межу $W_{\text{т}}$ повної ймовірності відмов $W_{\text{п}}$ і перевірити гіпотезу $W_{\text{п}}>W_{\text{т}}$ за даними K, N [2].

З урахуванням близькості біноміального і пуассонівського розподілів є сенс визначити деякі корисні закономірності для ймовірностей появи числа K відмов у серії незалежних випробувань, якщо відбуваються різні j-умови випробувань і різні значення q_j = const, j = 1,2, ...r (мається на увазі суміш біноміальних розподілів).