

УДК621.396.96

ББК 0580.21 6831.0

В.П. Харченко, д-р техн. наук, проф.,
О.Г. Кукуш, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
Є.А. Бабак, мол., наук., співроб.,
С.А. Закора, студ.

КЛАСИФІКАЦІЯ КОНФЛІКТНИХ СИТУАЦІЙ МІЖ ЛІТАЛЬНИМИ АПАРАТАМИ ТА ВИБІР ЗОН НЕБЕЗПЕКИ

Розглянуто математичну модель оцінки найкоротшої відстані між траєкторіями літальних апаратів та формування конфліктних ситуацій залежно від результатів оцінки. Особливу увагу приділено побудові траєкторій для двох літальних апаратів, знаходженню найкоротшої відстані між двома траєкторіями літальних апаратів та довірчого інтервалу для найкоротшої відстані.

Вступ. Світове авіаційне співтовариство в останні роки працює над впровадженням концепції вільного польоту Free Flight. Ця концепція є спробою систематизувати й об'єднати в єдиний комплекс засоби керування повітряним рухом та бортового обладнання і надати екіпажам літальних апаратів (ЛА) можливість оперативного вибору траєкторії руху по маршруту, швидкості і профілю польоту. При цьому автономність, характерна для візуального польоту, повинна ефективно сполучатися з надійністю безпечного розведення ЛА.

В умовах Free Flight наземні диспетчери розв'язують локальні задачі, керуючись концепцією тактичного ешелонування, що базується на параметрах місцеположення і вектора швидкості ЛА.

За цією концепцією ешелонування зображують графічно, тобто у вигляді зон, що рухаються навколо кожного літака. Зона складається з двох областей простору циліндричної форми: зовнішньої (сигнальної) зони і внутрішньої (захисної) зони, які визначаються параметрами, що змінюються у часі, руху літака і відображаються на екрані диспетчера системи обслуговування повітряного руху комп'ютером прогнозування конфліктних ситуацій. Конфліктні ситуації та зони небезпеки між ЛА можуть бути такими [1]:

- нормальна ситуація (НС);
- ускладнення умов польоту (УУП);
- складна ситуація (СС);
- аварійна ситуація (АС);
- катастрофічна ситуація (КС).

Конфліктні ситуації формуються залежно від найкоротшої відстані між траєкторіями двох або декількох ЛА. Щоб оцінити цю відстань треба побудувати траєкторії руху ЛА. Для цього розглянемо такий випадок.

Нехай є два ЛА, що зближаються. На борт одного з них надходить інформація від іншого ЛА у моменти часу $t = t_k$, $k = \overline{1, n}$: довгота φ_k , широта Θ_k , абсолютна висота h_k , приладова швидкість v_k , вертикальна швидкість v_k^h , курс γ_k . Для цих величин задана роздільна здатність, яку ми трактуємо як стандартне відхилення флуктуаційних помилок. Так, $\sigma_\varphi = \sigma_\Theta = 0,0125$ хв, $\sigma_h = 2,4$ м, $\sigma_v = 0,5$ вузл = σ_{v^h} .

Квадрат відстані між двома близькими точками $M_i(\varphi_i, \Theta_i, h_i)$, $i = 1, 2$, дорівнює

$$d^2 = (h_2 - h_1)^2 + \left(\frac{\pi R \cos \Theta}{180} (\varphi_2 - \varphi_1) \right)^2 + \left(\frac{\pi R}{90} (\Theta_2 - \Theta_1) \right)^2, \quad (1)$$

де R – радіус Землі; $\Theta \approx \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2}$; φ_i, Θ_i вимірюються в градусах.

Для близьких ЛА φ, Θ, h мають зміст із точністю до масштабних одиниць, прямокутних декартових координат у просторі.

Знайдемо компоненти швидкості вздовж паралелі v_φ та вздовж меридіана v_Θ . Якщо вимірювати їх у вузлах, то

$$v_\varphi^2 + v_\Theta^2 = v^2 - (v^h)^2; \quad (2)$$

$$v_\varphi = \sqrt{v^2 - (v^h)^2} \sin \gamma; \quad (3)$$

У момент $t = t_k$ підставляємо $v = v_k$, $v^h = v_k^h$, $\gamma = \gamma_k$ у формули (2), (3).

Перерахуємо v_φ, v_Θ в ті ж одиниці, що і φ, Θ . Одержимо відповідно

$$\tilde{v}_\varphi = \sqrt{v^2 - (v^h)^2} \sin \gamma \frac{180}{\pi R \cos \Theta};$$

$$\tilde{v}_\Theta = \sqrt{v^2 - (v^h)^2} \cos \gamma \frac{90}{\pi R}.$$

Вважаємо, що широта $\Theta = \Theta_k$ змінюється повільно.

Стандартні відхилення флуктуаційних помилок дорівнюють:

$$\sigma(\tilde{v}_\varphi) = \frac{180}{\pi R \cos \Theta} \left(\sqrt{v^2 - (v^h)^2} |\cos \gamma| \sigma_\gamma + \frac{v \sigma_v + |v^h| \sigma_{v^h}}{\sqrt{v^2 - (v^h)^2}} |\sin \gamma| \right);$$

$$\sigma(\tilde{v}_\Theta) = \frac{90}{\pi R} \left(\sqrt{v^2 - (v^h)^2} |\sin \gamma| \sigma_\gamma + \frac{v \sigma_v + |v^h| \sigma_{v^h}}{\sqrt{v^2 - (v^h)^2}} |\cos \gamma| \right).$$

У результаті при $t = t_k$ маємо спостереження $\varphi_k, \Theta_k, h_k, \tilde{v}_{\varphi_k}, \tilde{v}_{\Theta_k}, \tilde{v}_{h_k}$.

Наближено вони вважаються незалежними з відомими дисперсіями флуктуаційних помилок: $\sigma_\varphi^2, \sigma_\Theta^2, \sigma_h^2, \sigma_{v^h}^2$ – не залежать від часу; $\sigma_{\tilde{v}_{\varphi_k}}^2, \sigma_{\tilde{v}_{\Theta_k}}^2$ – залежать від результатів спостережень у момент $t = t_k$. Узагалі кажучи, усі дисперсії флуктуаційних помилок можуть змінюватися у часі.

Побудова траєкторій для φ, Θ, h . Задача побудови траєкторії ЛА розщеплюється на три задачі побудови траєкторій для координат φ, Θ, h . Через $y = y(t, \omega)$ позначимо спостережені значення від однієї з координат φ, Θ або h і набуваємо сплайнову модель спостережень:

$$y(t, \omega) = s(t) + v_y(t, \omega); \quad (4)$$

$$\dot{y}(t, \omega) = s'(t) + v_{\dot{y}}(t, \omega), \quad t = t_1, \dots, t_n. \quad (5)$$

Тут помилка спостережень $\{v_y(t_i), v_{\dot{y}}(t_i), i = \overline{1, n}\}$ є сім'єю незалежних випадкових величин із нульовими середніми і дисперсіями $\sigma^2(v_y(t_i)), \sigma^2(v_{\dot{y}}(t_i)), i = \overline{1, n}$; $\{s(t), t \in [a, b]\}$ – це кубічний C^2 -гладкий сплайн із фіксованою сіткою вузлів $\Delta: \tau_0 = a < \tau_1 < \dots < \tau_p = b$.

Вузли вибираються за допомогою спеціальної процедури. У множину вузлів слід включити характерні точки тимчасового ряду $y(t_1), \dots, y(t_n); \dot{y}(t_1), \dots, \dot{y}(t_n)$, а саме: точки локальних екстремумів і точки перегину, тобто точки зміни опуклості. Покладаємо $\tau_0 = t_1$, вважаємо, що $\tau_{p-1} < t_n < \tau_p$. Вибір вузлів сплайна може здійснюватися також за спостереженнями приладової швидкості v_1, \dots, v_n відповідно до рекомендацій [2, с. 32–38], побудовою асимптотично оптимальної сітки.

Введемо параметризацію моделі спостережень (4), (5) і розширюємо сітку Δ до сітки Δ' :

$$\Delta' = \{\tau_{-3} < \tau_{-2} < \tau_{-1} < \tau_0 < \dots < \tau_p < \tau_{p+1} < \tau_{p+2} < \tau_{p+3}\},$$

де покладемо

$$\tau_{-i} = \tau_0 - i(\tau_1 - \tau_0); \quad \tau_{p+i} = \tau_p + i(\tau_p - \tau_{p-1}), \quad i = \overline{1,3}.$$

Нехай B_i , $i = \overline{1, p+3}$ – це B -сплайни. Графік $B_i(t)$ наведено на рис. 1.

Сплайн B_i обчислюємо за формулою [2, с. 15]:

$$B_i(t) = (\tau_{i+4} - \tau_i) \sum_{p=i}^{i+4} \frac{(\tau_p - t)_+^3}{\omega'_i(\tau_p)}, \quad t \in R,$$

де $(\tau_p - t)_+ = (\tau_p - t)I(\tau_p \geq t)$;

$$\omega_i(t) = \prod_{j=i}^{i+4} (t - \tau_j);$$

$$\omega'_i(\tau_p) = \prod_{j=i, i+4, j \neq p} (\tau_p - \tau_j).$$

Модель (4), (5) можна записати у вигляді:

$$y_k = \sum_{i=1}^{p+3} B_i(t_k) x_i + v_y(t_k);$$

$$\dot{y}_k = \sum_{i=1}^{p+3} \dot{B}_i(t_k) x_i + v_{\dot{y}}(t_k), \quad k = \overline{1, n}.$$

Вектор коефіцієнтів $x = (x_1, \dots, x_{p+3})^T \in R^{(p+3) \times 1}$ знаходимо мінімізацією функціоналу $Q(x)$:

$$Q(x) = \sum_{k=1}^n \left(y_k - \sum_{i=1}^{p+3} B_i(t_k) x_i \right)^2 \frac{\Delta t_k}{\sigma_y^2(t_k)} + \sum_{k=1}^n \left(\dot{y}_k - \sum_{i=1}^{p+3} \dot{B}_i(t_k) x_i \right)^2 \frac{\Delta t_k}{\sigma_{\dot{y}}^2(t_k)}, \quad (6)$$

де $\sigma_y^2(t_k) = \sigma^2(v_y(t_k))$;

$$\sigma_{\dot{y}}^2(t_k) = \sigma^2(v_{\dot{y}}(t_k)).$$

Запишемо $Q(x)$ у векторному вигляді. Введемо матриці плану:

$$B = B_y = (b_{ki}), \quad b_{ki} = B_i(t_k);$$

$$\dot{B} = \dot{B}_y = (\dot{b}_{ki}), \quad \dot{b}_{ki} = \dot{B}_i(t_k); \quad 1 \leq k \leq n, \quad 1 \leq i \leq p+3;$$

Нехай також

$$S_t = \text{diag}(\Delta t_1, \dots, \Delta t_n);$$

$$\sum_y = \text{diag}(\sigma_y^2(t_1), \dots, \sigma_y^2(t_n));$$

$$\sum_{\dot{y}} = \text{diag}(\sigma_{\dot{y}}^2(t_1), \dots, \sigma_{\dot{y}}^2(t_n)).$$

Тоді функціонал (6) запишемо у вигляді

$$Q(x) = \left\| \sum_y^{-1/2} S_t^{1/2} (y - Bx) \right\|^2 + \left\| \sum_{\dot{y}}^{-1/2} S_t^{1/2} (\dot{y} - \dot{B}x) \right\|^2. \quad (7)$$

Обчислимо оцінку $\hat{x} = \arg \min_{h \in R^{p+3}} Q(x)$. Похідну $\langle Q'(x), h \rangle$ за напрямом $h \in R^{p+3}$ знаходимо за формулою:

$$-\frac{1}{2} \langle Q'(x), h \rangle = \left(\sum_y^{-1/2} S_t^{1/2} (y - Bx), \sum_y^{-1/2} S_t^{1/2} Bh \right) + \left(\sum_{\dot{y}}^{-1/2} S_t^{1/2} (\dot{y} - \dot{B}x), \sum_{\dot{y}}^{-1/2} S_t^{1/2} \dot{B}h \right) = \\ = \left(B^T \sum_y^{-1} S_t (y - Bx) + \dot{B}^T \sum_{\dot{y}}^{-1} S_t (\dot{y} - \dot{B}x), h \right).$$

У точці мінімуму функції (7) $\langle Q'(x), h \rangle = 0$ при всіх $h \in R^{p+3}$, звідки

$$\hat{x} = W^{-1} \left(B^T \sum_y^{-1} S_t y + \dot{B}^T \sum_{\dot{y}}^{-1} S_t \dot{y} \right)$$

де $W = B^T \sum_y^{-1} S_t B + \dot{B}^T \sum_{\dot{y}}^{-1} S_t \dot{B}$.

Оцінка \hat{x} є незсуненою оцінкою істинного вектора коефіцієнтів $x_o = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_{p+3}^0)^T : E\hat{x} = x_o$. Ковариаційна матриця оцінки $D\hat{x}$ дорівнює

$$D\hat{x} = W^{-1} D \left(B^T \sum_y^{-1} S_t y + \dot{B}^T \sum_{\dot{y}}^{-1} S_t \dot{y} \right) W^{-1},$$

де D – оператор обчислення ковариаційної матриці.

Спостереження y та \dot{y} є незалежними: $Dy = \Sigma_y$, $D\dot{y} = \Sigma_{\dot{y}}$. Оскільки діагональні матриці є комутуючими, отримуємо

$$D\hat{x} = W^{-1} \left(B^T \sum_y^{-1} S_t^2 B + \dot{B}^T \sum_{\dot{y}}^{-1} S_t^2 \dot{B} \right) W^{-1}. \quad (8)$$

В окремому випадку, коли $\Delta t_k = \Delta t = \text{const}$, із рівності (8) маємо

$$D\hat{x} = \left(B^T \sum_y^{-1} B + \dot{B}^T \sum_{\dot{y}}^{-1} \dot{B} \right)^{-1}. \quad (9)$$

На рис. 2 побудовано траєкторії для двох ЛА.

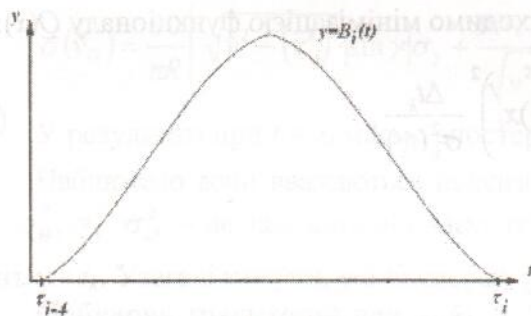


Рис. 1

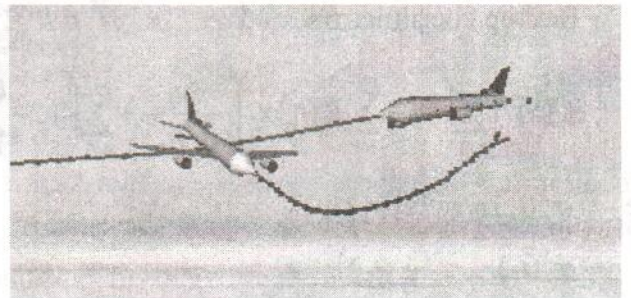


Рис. 2

Оцінка найкоротшої відстані між двома траєкторіями ЛА. Відповідно до прийнятої сплайнової моделі руху, істинна траєкторія ЛА у трійці координат $\bar{r} = (\varphi, \Theta, h)^T$ записується у вигляді:

$$\bar{r}(t) = (S_1(t), S_2(t), S_3(t))^T, \quad t \geq a.$$

де S_1, S_2, S_3 – кубічні C^2 -гладкі сплайни із спільною сіткою вузлів:

$$\Delta' = \{ \tau_{-3} < \tau_{-2} < \dots < \tau_p < \tau_{p+1} < \tau_{p+2} < \tau_{p+3} \}, \quad (10)$$

Для останнього моменту спостереження t_n виконано $\tau_{p-1} < t_n < \tau_p$. За спостереженнями координат і швидкостей ЛА будується оцінка $\hat{r}(t)$ у вигляді сплайна з векторними значеннями:

$$\hat{r}(t) = \sum_{i=1}^{p+3} B_i(t) \hat{x}_i, \quad (11)$$

де $\hat{x}_i = (\hat{x}_{i1}, \hat{x}_{i2}, \hat{x}_{i3})^T$ – оцінки коефіцієнтів розкладу координат за базисними сплайнами $B_i(t)$, $1 < i < p+3$.

При $t \in [t_n, \tau_p]$ розклад (11) набуває вигляду

$$\hat{r}(t) = \sum_{i=p}^{p+3} B_i(t) \hat{x}_i, \quad t_n \leq t \leq \tau_p, \quad (12)$$

оскільки на $[\tau_{p-1}, \tau_p]$ виконується $B_i(t) = 0$ при $i \leq p-1$. Істинну траєкторію запишемо у вигляді:

$$\bar{r}(t) = \sum_{i=p}^{p+3} B_i(t) \bar{x}_i, \quad t_n \leq t \leq \tau_p. \quad (13)$$

Для двох ЛА, що зближаються, у формулах (10)–(13) будемо навішувати індекс $j = 1, 2$ – для першого і другого ЛА відповідно. Моменти спостережень $\Delta^{(j)} = \{t_1^{(j)}, \dots, t_{n(j)}^{(j)}\}$ можуть бути різними для кожного з ЛА, так само як і сітки вузлів $\Delta^{(1)}, \Delta^{(2)}$ можуть відрізнятися. Для кожного з ЛА екстраполюємо закон руху на інтервал

$$t \geq \max(t_{n(1)}^{(1)}, t_{n(2)}^{(2)}) = t_T,$$

де t_T – «теперішній» момент часу.

Вважаємо, що

$$\max(\tau_{p(1)-1}, \tau_{p(2)-1}) < t_T < \min(\tau_{p(1)}, \tau_{p(2)}) = t_\phi,$$

де t_ϕ – «фінальний» момент часу, після якого не екстраполюємо.

При $t \in [t_T, t_\phi]$ маємо оцінки траєкторій

$$\hat{r}^{(j)}(t) = \sum_{i=p(j)}^{p(j)+3} B_{i(j)}(t) \hat{x}_i^{(j)},$$

а для істинних траєкторій маємо

$$\bar{r}^{(j)}(t) = \sum_{i=p(j)}^{p(j)+3} B_{i(j)}(t) \bar{x}_i^{(j)}.$$

Введемо вектор

$$b_{k(j)}(t) = (B_{i(j)}(t))_{i=p(j)}^{p(j)+3} \in R^{4 \times 1}.$$

Нехай

$$\bar{z}_k^{(j)} = (x_{ik}^{(j)})_{i=p(j)}^{p(j)+3} \in R^{4 \times 1}, \quad 1 \leq k \leq 3, j = 1, 2.$$

Тоді k -а компонента вектора $\bar{r}^{(j)}(t)$ дорівнює

$$\bar{r}_k^{(j)}(t) = b_{k(j)}^T(t) \bar{z}_k^{(j)},$$

а для оцінки маємо

$$\hat{r}_k^{(j)}(t) = b_{k(j)}^T(t) \hat{z}_k^{(j)}.$$

Кореляційна матриця $D_k^{(j)} = D \hat{z}_k^{(j)}$ отримується з матриці (8) (чи (9) у випадку рівномірної сітки спостережень), побудованої для оцінок k -х координат j -го ЛА за допомогою зрізання:

$$D \hat{x}_k^{(j)} = \begin{bmatrix} U_k^{(j)} & V_k^{(j)} \\ (V_k^{(j)})^T & D_k^{(j)} \end{bmatrix} \in R^{(p+3) \times (p+3)}, \quad D_k^{(j)} \in R^{4 \times 4}.$$

Згідно з рівнянням (1) відстань між ЛА у момент t , $t_T \leq t \leq t_\phi$, дорівнює

$$R(t) = \sqrt{\sum_{k=1}^3 [b_{k(1)}^T(t) \bar{z}_k^{(1)} - b_{k(2)}^T(t) \bar{z}_k^{(2)}]^2},$$

де R – радіус Землі; $l_1 = 1$; $l_2 = \frac{\pi R \cos \Theta}{180}$; $l_3 = \frac{\pi R}{90}$.

Вважаємо, що $\cos \Theta$ (Θ – це широта ЛА, що зближаються) змінюється повільно і можна покласти $\Theta = \frac{\Theta_{n(1)} + \Theta_{n(2)}}{2}$. Надалі коефіцієнт l_2 вважатимемо.

Найкоротша відстань між траєкторіями на інтервалі $[t_T, t_\phi]$ дорівнює $d = \min_{t_T \leq t \leq t_\phi} R(t)$, $d = R(t_*)$. Отже, у момент t_* дані ЛА зближаються на найкоротшу відстань у межах часового інтервалу $[t_T, t_\phi]$. Оцінки для $R(t)$ і d будемо за допомогою оцінок $\hat{z}_k^{(j)}$:

$$\hat{R}(t) = \sqrt{\sum_{k=1}^3 [l_k (b_{k,(1)}^T(t) \hat{z}_k^{(1)} - b_{k,(2)}^T(t) \hat{z}_k^{(2)})]^2}, \quad \hat{d} = \min_{t_T \leq t \leq t_\phi} \hat{R}(t), \quad \hat{d} = \hat{R}(t_*).$$

Довірчий інтервал для найкоротшої відстані. Нехай задано довірчу ймовірність $1-\alpha$. Припустимо, що з імовірністю не менше $1-\alpha$ одночасно відбуваються дві події:

$$\max_{t_T \leq t \leq t_\phi} |R(t) - \hat{R}(t)| \leq C; \quad |\hat{R}(t_*) - R(t_*)| \leq C_*.$$

Тоді з імовірністю не менше $1-\alpha$ маємо

$$\hat{R}(t_*) - C = \min_{[t_T, t_\phi]} \hat{R}(t) - C \leq \min_{[t_T, t_\phi]} R(t) \leq R(t_*) \leq \hat{R}(t_*) + C_*.$$

Тоді

$$P \left\{ \min_{[t_T, t_\phi]} R(t) \in [\hat{R}(t_*) - C, \hat{R}(t_*) + C_*] \right\} \geq 1 - \alpha,$$

тому інтервал $[\hat{d} - C, \hat{d} + C_*]$ є довірчим інтервалом для d з рівнем довіри $1-\alpha$.

Залишилося знайти C_x і C_y у фіксованій точці $t \in [t_T, t_\phi]$, маємо за нерівністю Мінковського

$$|R(t) - \hat{R}(t)| \leq \sqrt{\sum_{k=1}^3 [l_k b_{k,(1)}^T(t) (\bar{z}_k^{(1)} - \hat{z}_k^{(1)})]^2} + \sqrt{\sum_{k=1}^3 [l_k b_{k,(2)}^T(t) (\bar{z}_k^{(2)} - \hat{z}_k^{(2)})]^2}.$$

Нехай

$$\bar{z}_k^{(j)} - \hat{z}_k^{(j)} = (D_k^{(j)})^{1/2} \bar{\varepsilon}_k^{(j)},$$

тоді $\{\bar{\varepsilon}_k^{(j)}\}$ – незалежні вектори з нульовими середніми та одиничними кореляційними матрицями. Маємо

$$\begin{aligned} |R(t) - \hat{R}(t)| &\leq \sqrt{\sum_{k=1}^3 [l_k b_{k,(1)}^T(t) (D_k^{(1)})^{1/2} \bar{\varepsilon}_k^{(1)}]^2} + \sqrt{\sum_{k=1}^3 [l_k b_{k,(2)}^T(t) (D_k^{(2)})^{1/2} \bar{\varepsilon}_k^{(2)}]^2} \leq \\ &\leq \sqrt{\sum_{k=1}^3 l_k^2 \|(D_k^{(1)})^{1/2} b_{k,(1)}(t)\|^2} \sqrt{\sum_{k=1}^3 \|\bar{\varepsilon}_k^{(1)}\|^2} + \sqrt{\sum_{k=1}^3 l_k^2 \|(D_k^{(2)})^{1/2} b_{k,(2)}(t)\|^2} \sqrt{\sum_{k=1}^3 \|\bar{\varepsilon}_k^{(2)}\|^2} \leq \\ &\leq \sqrt{\sum_{k=1}^3 l_k^2 \sum_{j=1}^2 (D_k^{(j)} b_{k,(j)}(t), b_{k,(j)}(t)) \|(D_k^{(1)})^{1/2} b_{k,(1)}(t)\|^2} \sqrt{\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^2 \|\bar{\varepsilon}_k^{(j)}\|^2} = \nu(t) \sqrt{\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^2 \|\bar{\varepsilon}_k^{(j)}\|^2}. \end{aligned}$$

Тут ми скористалися тотожністю

$$\left\| (D_k^{(j)})^{1/2} u \right\|^2 = (D_k^{(j)} u, u).$$

Нехай

$$\eta = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^2 \left\| \bar{\varepsilon}_k^{(j)} \right\|^2,$$

тоді

$$E\eta = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^2 E \left\| \bar{\varepsilon}_k^{(j)} \right\|^2 = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^2 4 = 24,$$

оскільки $\bar{\varepsilon}_k^{(j)}$ – чотиривимірний вектор з одиничною кореляційною матрицею. За нерівністю Чебишева при $\varepsilon > 0$ маємо

$$P\{\eta > \varepsilon\} \leq \frac{E\eta}{\varepsilon} = \frac{24}{\varepsilon}.$$

Для того, щоб $P\{\eta < \varepsilon\} \geq 1 - \alpha$, достатньо $\frac{24}{\varepsilon} \leq \alpha \Leftrightarrow \varepsilon \geq \frac{24}{\alpha}$. Покладаємо $\varepsilon_\alpha = \frac{24}{\alpha}$, тоді

$$P\left\{ \max_{[t, t_\phi]} |R(t) - \hat{R}(t)| \leq \max_{[t, t_\phi]} v(t) \sqrt{\varepsilon_\alpha} \right\} \geq 1 - \alpha.$$

Отже, з імовірністю не менше $1 - \alpha$

$$\max_{[t, t_\phi]} |R(t) - \hat{R}(t)| \leq C = \max_{[t, t_\phi]} v(t) \sqrt{\frac{24}{\alpha}}$$

і одночасно

$$\max_{[t, t_\phi]} |R(\hat{t}_*) - \hat{R}(\hat{t}_*)| \leq C_* = \max_{[t, t_\phi]} v(\hat{t}_*) \sqrt{\frac{24}{\alpha}}.$$

Величини C_* і C знайдено. Довірчий інтервал $[\hat{d} - C, \hat{d} + C]$ побудовано.

Ми не накладали обмежень на розподіл шумів. Припустимо тепер, що усі флуктуаційні помилки мають нормальний розподіл. Це дозволяє зменшити довірчий інтервал.

Тепер $\bar{\varepsilon}_k^{(j)} \sim N(0, I_4)$, $1 \leq k \leq 3$, $j = 1, 2$, де $I_4 \in R^{4 \times 4}$ – одинична матриця. Тоді величи-

на $\eta = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^2 \left\| \bar{\varepsilon}_k^{(j)} \right\|^2$ має χ_{24}^2 розподіл зі $24 = 6 \times 4$ степенями вільності. Нехай $(\chi_{24}^2)_\alpha$ – це

α -квантиль χ_{24}^2 – розподілу, тобто

$$P\{\chi_{24}^2 > (\chi_{24}^2)_\alpha\} = \alpha.$$

Тоді можна покласти

$$C' = \max_{[t, t_\phi]} v(t) \sqrt{(\chi_{24}^2)_\alpha}, \quad C'_* = v(\hat{t}_*) \sqrt{(\chi_{24}^2)_\alpha},$$

і новий довірчий інтервал – це інтервал

$$[\hat{d} - C', \hat{d} + C'_*].$$

Відношення довжин цього інтервалу і побудованого раніше інтервалу дорівнює

$$\lambda_\alpha = \sqrt{\frac{(\chi_{24}^2)_\alpha}{24}}.$$

Список літератури

1. Харченко В.П., Косенко Г.Г. Многоальтернативный последовательный метод в задачах ситуационного анализа воздушной обстановки // Моделирование радиоэлектронных систем и комплексов обеспечения полетов: Сб. науч. тр. – К.: КМУГА, 1996. – С. 3–10.

2. Кубические одномерные сплайны в статистике. Методические рекомендации для студентов механико-математического факультета / Сост. А.Г. Кукуш. – К.: КГУ, 1991. – 60 с.

Стаття надійшла до редакції 11.11.02.

УДК 621.396.96

ББК 0580.276.639.0

Л.М. Нестерова, мол. наук. співроб.

ОЦІНКА РИЗИКУ ЗІТКНЕННЯ ПОВІТРЯНИХ КОРАБЛІВ У ЗОНІ АЕРОДРОМУ

Розглянуто критерії безпеки польотів у зоні аеродрому. Проаналізовано три моделі оцінки зіткнення повітряних кораблів в аеродромній зоні.

Для перевірки правильності прийнятих алгоритмів виявлення і попередження конфліктних ситуацій, їх оптимізації й оцінки ефективності роботи систем при вирішенні основної задачі – попередження зіткнень повітряних кораблів (ПК) – широко використовують математичне моделювання. З його допомогою можливе вирішення також інших задач, зокрема, оцінити роботу систем у режимі інтенсивного повітряного руху, підвищити безпеку руху при використанні систем попередження зіткнень ПК у визначених районах тощо. При виконанні таких робіт звичайно будують дві математичні моделі: модель повітряного стану та модель роботи апаратури. Найбільший інтерес викликають моделі повітряного стану в аеродромно-вузлових та аеродромних зонах.

За критерій безпеки польотів в аеродромній зоні приймається ймовірність зіткнення ПК у межах зони. Можна припустити, що фактична поява в зоні аеродромного вузла випадків зіткнення і небезпечного зближення літаків, за рухом яких контроль не здійснюється, залежить від кількості виконуваних літаками операцій, відносного розташування і використання аеропортів і злітно-посадкових смуг кожного аеродрому, обмежень, що накладаються на використання повітряного простору в зоні аеродромного вузла, рельєфу місцевості і маршрутів прибуття і відправлення літаків, умов видимості й ефективності служби керування повітряним рухом (КПР) за попередженням потенційно небезпечних польотів. Небезпека зіткнення літаків для аеродромних вузлів вимірюється кількістю випадків небезпечного зближення в зоні цих вузлів і значною мірою залежить від відносного обсягу виконуваних операцій і співвідношення кількості польотів літаків, за рухом яких здійснюється контроль і рух яких не контролюється, що використовують той самий аеропорт.

Дійсний аналіз має на меті відслідкувати залежність між щільністю повітряного руху в зоні аеродрому й ймовірністю ризику зіткнення ПК у цій же зоні. Висновок такого співвідношення має дуже важливе значення, оскільки дозволяє прогнозувати очікувану ймовірність небезпечного зближення літаків у повітрі залежно від щільності повітряного руху. Після визначення цього співвідношення можна прогнозувати очікуване число зіткнень літаків у повітрі. Це дозволить установити, які негайні заходи необхідно почати для збільшення безпеки повітряного руху.

В основу аналізованих моделей покладено припущення про випадковий рух літаків у зоні аеродромного вузла. Ця умова вимагає, щоб у розглянутому обсязі відносно положення пари літаків, для яких можливо небезпечне зближення чи зіткнення, було випадковим. Крім того, відносний курс цих двох літаків повинний мати рівномірний розподіл в інтервалі від 0 до 360°, а це буде спостерігатися в тому випадку, коли курсовий кут одного чи обох літаків також має рівномірний розподіл. Передбачається, що польоти виконувани за правилами візуальних польотів [1; 2], носять характер «випадкового руху».

Перша модель. Модель Грехема виражає математичне співвідношення між щільністю повітряного руху та ймовірністю ризику зіткнень літаків у повітрі [3]. Така математична модель