

УДК 539.319:678.067

В.В. Буланов, д-р техн. наук, проф.,  
А.С. Полтарушников, асп.

## ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУГ У СКЛАДЕНОМУ ПОПЕРЕЧНОМУ ПЕРЕРІЗІ ПЛОСКОГО БРУСА З КРИВОЛІЙНОЮ ПОЗДОВЖНЬОЮ ВІССЮ

*Розглянуто методику визначення залишкових напруг у криволійному брусі складеного поперечного перерізу.*

**Постановка задачі.** Вісь кривизни складеного плоского бруса в межах розглянутої ділянки має фіксоване положення  $\rho_{oi} = \text{const}$ , тобто брус може бути розділений на деяку кількість ділянок, розміри яких забезпечують задану точність визначення залишкових напруг у поперечному перерізі.

Поперечний переріз бруса складається з основного елемента 2 та допоміжної пластини 1, що можуть бути різної форми і розмірів, симетрично щодо осі  $\rho$  (рис. 1).

Вісь  $\rho$  перпендикулярна осі кривизни бруса. Поперечний переріз бруса має постійну форму і розміри в межах кута  $\Theta$  і не зазнає повороту щодо осі, яка збігається з обводовим напрямком.

На рис.1 показано основний елемент довільної форми і допоміжна пластина прямокутної форми, для якої вісь  $z_n$  паралельна осі кривизни бруса.

Основний елемент і допоміжна пластина з'єднані ідеально один з одним у крапках поверхні  $A-A$ . У цьому випадку можна понизити мірність задачі, припустивши однорідність розподілу переміщень, деформацій та напруг у координатному напрямку  $z$ .

Створення залишкових напруг у складеному поперечному перерізі бруса можна здійснити, використовуючи силовий чи температурний вплив на основний елемент перерізу (роздільно) і на допоміжну пластину (роздільно). Потім з'єднати їх у точках поверхні  $A-A$  і видалити зовнішній вплив, у результаті чого у складеному поперечному перерізі бруса будуть діяти деякі залишкові напруги [1].

Технологічно створення залишкових напруг у складеному поперечному перерізі бруса можна здійснити в три етапи:

- реалізувати чистий плоский вигин основного елемента бруса, приклавши до нього згинальний момент  $M_z$ ;
- до поверхні  $A-A$  основного елемента прикріпити допоміжну пластину, в якій напруги та деформації дорівнюють нулю;
- видалити згинальний момент  $M_z$ , який діяв на основний елемент (це приведе до виникнення залишкових напруг у складеному поперечному перерізі).

Основні положення, на яких буде побудована методика розв'язання задачі, можуть бути використані при визначенні залишкових напруг у складеному перерізі, що складається з основного елемента і допоміжних пластин довільної форми, а також розмірів за умови симетрії складеного перерізу щодо осі  $\rho$ .

**Методика визначення абсолютнох подовжень, відносних деформацій і напруг у поперечному перерізі бруса.** Для розв'язання цієї задачі використовується гіпотеза плоских поперечних перерізів бруса [1; 2; 3; 4]. Брус витримує малі пружні деформації та переміщення за його навантаженням, що дозволяє вважати положення нейтрального пласта фіксованим, тобто постійним є відстань від центра ваги перерізу до його нейтральної осі  $e_o$  та відстань від нейтрального до довільного пласта (рис. 2).

Як наслідок, функцію розподілу абсолютнох та відносних подовжень довільного пласта бруса, паралельного нейтральному, можна визначити у вигляді:

$$u_\theta(\rho) = (\rho - r_o)\Delta\theta; \quad (1)$$

$$\epsilon_\theta(\rho) = \frac{u_\theta(\rho)}{\rho\theta} = \frac{\rho - r_o}{\rho} \frac{\Delta\theta}{\theta}, \quad (2)$$

де  $\Delta\theta$  – збільшення кута повороту поперечного перерізу бруса за додатком до нього згинаючого моменту  $M_z$ ;  $\theta$  – кут, у межах якого геометричні параметри поперечного перерізу бруса і радіус кривизни не змінюються.

Величини  $\theta$  та  $\Delta\theta$  мають фіксоване значення для кожного поперечного перерізу бруса, тобто розподіл абсолютних деформацій підкоряється лінійному закону, а відносних деформацій – гіперболічному закону (рис. 2).

Отже, закон розподілу абсолютнох і відносних подовжень довільного пласта бруса встановлюється співвідношеннями (1), (2). Для їхньої реалізації у розрахунковій практиці необхідно (теоретично або експериментально) встановити залежність

$$\Delta\theta = f(M_z).$$

У найбільш розповсюдженому випадку, якщо матеріал підкоряється закону Гука:

$$u_\theta(\rho) = (\rho - r_o)\theta \frac{M_z}{EFe}; \quad (3)$$

$$\epsilon_\theta(\rho) = \frac{\rho - r_o}{\rho} \frac{M_z}{EFe}, \quad (4)$$

де  $\frac{M_z}{EFe} = \frac{\Delta\theta}{\theta}$  – безрозмірна величина;  $F$  – площа поперечного перерізу бруса.

Співвідношення (3), (4) можуть бути використані для експериментальної перевірки слухності розв'язку та проведення порівняльного аналізу.

Для наступних розрахунків необхідно встановити абсолютно подовження пласта  $A-A$  за навантаженням бруса згинальним моментом  $M_z$ . Визначення напруг у поперечному перерізі бруса повинні базуватися на фізичному законі матеріалу основного елемента бруса, тобто необхідно одержати залежність  $\sigma = \sigma(\epsilon)$ .

Розглянемо задачу визначення напруг у поперечному перерізі бруса, використовуючи закон Гука як фізичний закон.

Результати точного розв'язання цієї задачі методами теорії пружності та методами опору матеріалів надані в табл. 1, за умови  $M_z = 1 \text{ MN}$ ,  $a = 1 \text{ m}$  – на рис. 3 [2].

У випадку чистого вигину, коли поперечні перерізи залишаються плоскими, незначна розбіжність між точним та наближеним розв'язком пов'язана з тим, що у наближенному розв'язку (методи опору матеріалів) не враховується компонент  $\sigma_p$ . Отже, для визначення напруг у поперечному перерізі бруса з криволінійною поздовжньою віссю припустиме використання співвідношень за методом опору матеріалів [4; 5].

Однак необхідно враховувати, що за методом опору матеріалів можливо використання співвідношень для визначення напруг у поперечному перерізі бруса, симетричного щодо осі  $\rho$  практично довільної форми, якщо цей переріз не містить тонкостінних елементів.

У окремому випадку, якщо для матеріалу бруса справедливий закон Гука:

$$\sigma_x = \frac{M_z}{Fe} \frac{\rho - r_o}{\rho}; \quad (5)$$

$$\text{тоді } e = \rho_o - r_o;$$

$$\text{тоді } r_o = F \int \frac{dF}{\rho},$$

де  $\rho_o$  – радіус кривизни поздовжньої осі бруса.

Співвідношення (5) може бути отримане при здійсненні граничного переходу  $e \approx I_z / \rho F$ , що використовується у розгляді чистого вигину бруса з прямолінійною поздовжньою віссю. Застосування співвідношень (3), (4) може бути корисним для проведення порівняльного аналізу результатів розв'язання та коректнішого експериментального вивчення питання.

Для визначення абсолютнох подовжень (переміщень) довільного пласта паралельного нейтральному у брусі складеного поперечного перерізу розглянемо дві епюри розподілу абсолютнох подовжень (рис. 4):

- епюру розподілу абсолютнох подовжень довільного пласта у випадку відсутності допоміжної пластини та додатка до основного елемента бруса згинаючого моменту  $M_z$  (1);

- епюру розподілу абсолютнох подовжень, що залишаються у складеному поперечному перерізі бруса після прикріplення до основного елемента допоміжної пластини і видалення  $M_z$ , що діяв на основний елемент бруса (2).

Значення величини радіуса кривизни нейтрального пласта складеного перерізу  $r_{hc}$  можна визначити за умови:

$$N_x = 0; \quad (6)$$

$$M_z = 0. \quad (7)$$

Для того, щоб встановити значення напруг, що діють у точках з'єднання допоміжної пластини та основного елемента бруса  $A-A$  необхідно розглянути умову спільноти абсолютнох подовжень (переміщень) у точках цієї поверхні. Припускаючи, що основний елемент бруса та допоміжна пластина з'єднані ідеально один з одним, одержимо:

$$u_\theta^A = u_{\theta o}^A + u_{\theta n}^A, \quad (8)$$

де  $u_\theta^A = |b - r_o| \times |\Delta\theta|$  – модуль абсолютноого подовження основного елемента бруса на поверхні  $A-A$  після додатка до нього згинаючого моменту  $M_z$ ;  $u_{\theta o}^A$ ,  $u_{\theta n}^A$  – модулі абсолютного подовження основного елемента бруса та допоміжної пластини на поверхні  $A-A$  після прикріплення допоміжної пластини до основного елемента та наступного видалення згинаючого моменту  $M_z$ , що діяв на основний елемент бруса.

Співвідношення (8) справедливе не тільки у випадку, коли виконується гіпотеза плоских перерізів, але й у випадку депланації поперечного перерізу бруса.

Співвідношення (8) зв'язує модулі абсолютнох подовжень основного елемента та допоміжної пластини. Позначивши

$$k_1 = \frac{u_{\theta o}^A}{u_\theta^A};$$

$$k_2 = \frac{u_{\theta n}^A}{u_\theta^A},$$

зі співвідношення (8) одержимо

$$k_1 + k_2 = 1. \quad (9)$$

Остаточно маємо:

$$u_{\theta o}^A = k_1 u_\theta^A = k_1 |b - r_o| \cdot |\Delta\theta|; \quad (10)$$

$$u_{\theta n}^A = k_2 u_\theta^A = k_2 |b - r_o| \cdot |\Delta\theta|. \quad (11)$$

Залежності (9), (10), (11) справедливі за ідеальним з'єднанням допоміжної пластини і основного елемента на поверхні  $A-A$ . Вони дозволяють знайти значення залишкових абсолютнох подовжень пласта  $A-A$ , приналежного основному елементу та допоміжній пластині, її установлюють взаємозв'язок між модулями абсолютнох подовжень.

Таблиця 1

## Порівняльна оцінка методів

$\frac{b}{a}$	Опір матеріалів, МПа		Теорія пружності, МПа	
	$\sigma_{\theta a}$	$\sigma_{\theta b}$	$\sigma_{\theta a}$	$\sigma_{\theta b}$
1,3	-72,98	61,27	-73,05	61,35
2	-7,725	4,863	-7,755	4,917

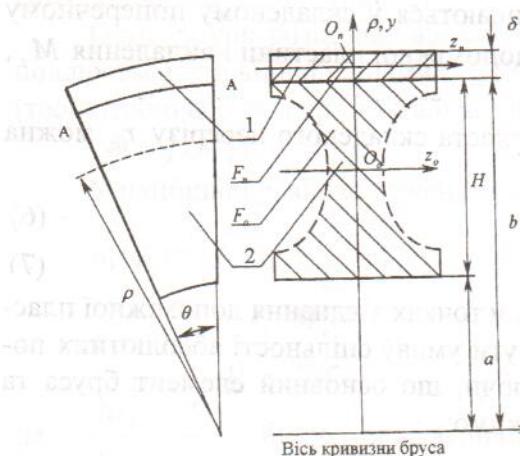


Рис. 1. Брус з криволінійною поздовжньою віссю і його складений поперечний переріз:

1 – допоміжна пластина; 2 – основний елемент

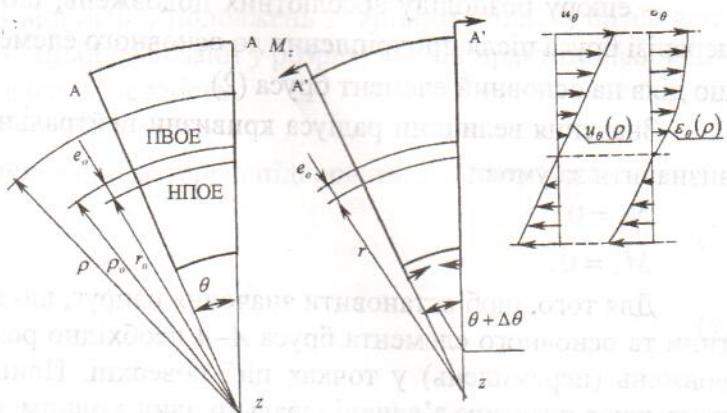


Рис. 2. Розподіл абсолютнох подовжень та відносних деформацій у поперечних перерізах криволінійного бруса: ПВОЕ – поздовжня вісь основного елемента; НПОЕ – нейтральний пласт основного елемента

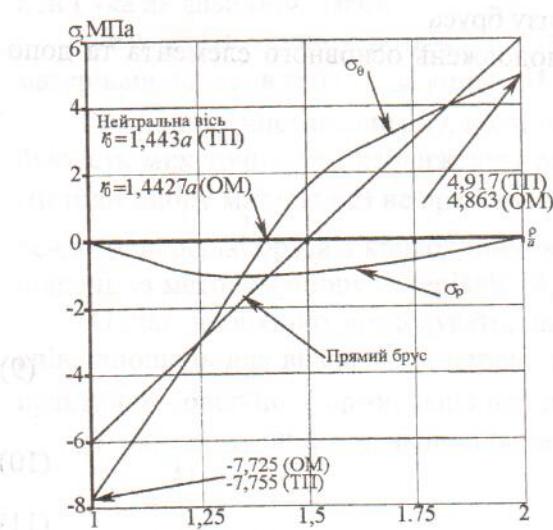


Рис. 3. Розподіл напруг у поперечному перерізі бруса з криволінійною поздовжньою віссю:

ТП – теорія пружності; ОМ – опір матеріалів

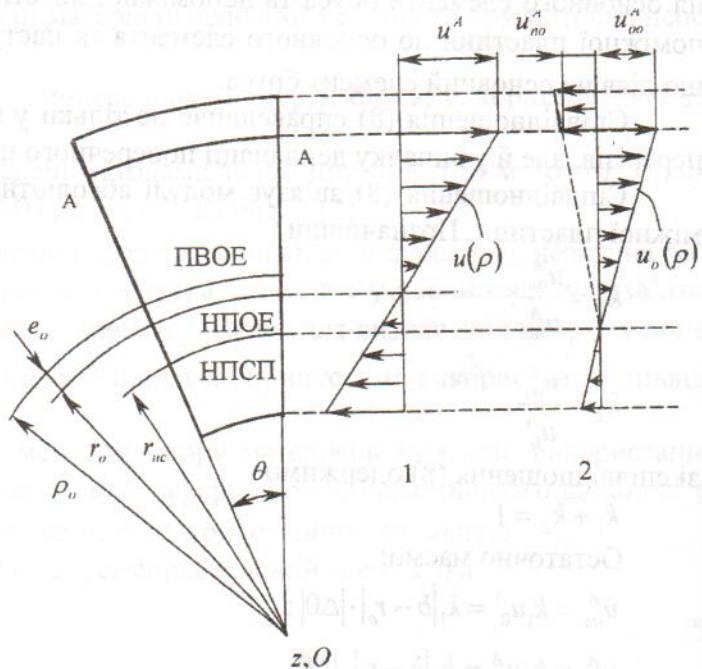


Рис. 4. Розподіл абсолютнох подовжень:

ПВОЕ – поздовжня вісь основного елемента; НПОЕ – нейтральний пласт основного елемента; НПСП – нейтральний пласт складного перерізу

Визначимо значення модулів відносних деформацій пласта  $A-A$ :

$$\varepsilon_{\theta \max}^A = \frac{u_\theta^A}{b\theta};$$

$$\varepsilon_{\theta o}^A = \frac{u_{\theta o}^A}{b\theta} = k_1 \frac{u_\theta^A}{b\theta};$$

$$\varepsilon_{\theta n}^A = \frac{u_{\theta n}^A}{b\theta + u_\theta^A} = k_2 \frac{u_\theta^A}{b\theta + u_\theta^A},$$

звідси одержимо:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_{\theta o}^A b\theta}{u_\theta^A};$$

$$(1) \quad k_2 = \frac{\varepsilon_{\theta n}^A (b\theta + u_\theta^A)}{u_\theta^A}$$

$$\text{чи } k_1 = \frac{\varepsilon_{\theta o}^A}{\varepsilon_{\theta \max}^A};$$

$$k_2 = \frac{\varepsilon_{\theta n}^A}{\varepsilon_{\theta \max}^A} \left(1 + \varepsilon_{\theta \max}^A\right);$$

$$\frac{\varepsilon_{\theta o}^A}{\varepsilon_{\theta \max}^A} + \frac{\varepsilon_{\theta n}^A}{\varepsilon_{\theta \max}^A} \left(1 + \varepsilon_{\theta \max}^A\right) = 1.$$

Співвідношення (13) є умовою спільноти деформацій у точках, приналежних пласту  $A-A$  пластини та основному елементу бруса.

Через те, що для більшості реальних конструкцій не допускається істотна зміна форми та розмірів конструктивних елементів, можна покласти, що  $\varepsilon_{\theta \max}^A \ll 1$ . Тоді умову спільноти деформацій можна використовувати у вигляді:

$$\varepsilon_{\theta o}^A + \varepsilon_{\theta n}^A = \varepsilon_{x \max}^A.$$

Введемо позначення (12) та

$$k_2 = \frac{\varepsilon_{\theta n}^A}{\varepsilon_{\theta \max}^A},$$

одержимо співвідношення (9).

Отже, співвідношення (9) можна використовувати як умову спільноти переміщень та умову спільноти деформацій у точках поверхні  $A-A$ .

Розподіл залишкових абсолютних подовжень довільного пласта бруса складеного попечерчного перерізу встановлюється залежностями:

$$u_{oo} = k_1 |b - r_o| \frac{\rho - r_{hc}}{b - r_{hc}} |\Delta\theta|;$$

$$u_{no} = k_2 |b - r_o| \frac{\rho - r_{hc}}{b - r_{hc}} |\Delta\theta|.$$

Розподіл відносних залишкових деформацій довільного пласта бруса буде мати вигляд:

$$\varepsilon_{oo} = k_1 \frac{|b - r_o|}{b - r_{hc}} \left(1 - \frac{r_{hc}}{\rho}\right) \frac{|\Delta\theta|}{\theta};$$

$$\varepsilon_{no} = k_2 \frac{|b - r_o|}{b - r_{hc}} \left(1 - \frac{r_{hc}}{\rho}\right) \frac{|\Delta\theta|}{\theta}.$$

За визначенням величини  $\varepsilon_{no}$  припустимо, що база виміру дорівнює  $\rho \times \theta$ . У дійсності база дорівнює  $\rho \times \theta + u_o^A$ , але  $u_o^A \ll \rho \times \theta$  за відносної малості абсолютнох подовжень будь-якого пласта бруса.

Величина відносного значення кута повороту перерізу бруса  $\Delta\theta/\theta$  визначається значенням  $M_z$ ,  $E_o$  та геометричними характеристиками основного елемента. У нашому випадку  $\frac{\Delta\theta}{\theta} = \text{const.}$

**Методика визначення залишкових напруг у поперечному перерізі складеної балки.** У загальному випадку для розв'язання цієї задачі необхідно встановити форму уявлення фізичного закону для матеріалів основного елемента та допоміжної пластини.

Розглянемо матеріали, що підлягають закону Гука. При цьому співвідношення для визначення залишкових напруг набувають вигляду:

$$\sigma_{oo} = k_1 E_o \frac{|b - r_o|}{b - r_{hc}} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right) \frac{|\Delta\theta|}{\theta}; \quad (14)$$

$$\sigma_{no} = k_1 E_n \frac{|b - r_o|}{b - r_{hc}} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right) \frac{|\Delta\theta|}{\theta}, \quad (15)$$

де  $E_o$ ,  $E_n$  – модулі пружності матеріалів основного елемента та допоміжної пластини;  $\sigma_{oo}$ ,  $\sigma_{no}$  – залишкові напруги в основному елементі та пластині.

Для визначення кількісних значень  $\sigma_{oo}$ ,  $\sigma_{no}$  необхідно вирішити систему рівнянь (6), (7), (9), яка має вигляд:

$$\int_{F_o} \sigma_{oo} dF - \int_{F_n} \sigma_{no} dF = 0;$$

$$\int_{F_o} \sigma_{oo} \times (\rho - r_{hc}) dF - \int_{F_n} \sigma_{no} \times (\rho - r_{hc}) dF = 0; \quad (16)$$

$$k_1 + k_2 = 1.$$

На рис. 5 показані геометричні параметри, що можуть бути використані для розв'язання задачі у двох різних системах координат.

З огляду на співвідношення (14), (15) та враховуючи, що

$$\frac{|b - r_o|}{b - r_{hc}} = \text{const.};$$

$$\frac{|\Delta\theta|}{\theta} = \text{const.},$$

два перших рівняння системи (16) набувають вигляду:

$$k_1 E_o \int_{F_o} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right) dF = k_2 E_n \int_{F_n} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right) dF;$$

$$k_1 E_o \int_{F_o} \frac{(\rho - r_{hc})^2}{\rho} dF = k_2 E_n \int_{F_n} \frac{(\rho - r_{hc})^2}{\rho} dF.$$

Розглянемо перше рівняння системи (16), визначимо комплекс:

$$\int_{F_o} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right) dF = F_o - r_{hc} \int_{F_o} \frac{dF}{\rho} = F_o \left( 1 - \frac{r_{hc}}{r_o} \right),$$

тому що

$$r_o = \frac{F_o}{\int_{F_o}^{\rho} \frac{dF}{\rho}};$$

$$\int_{F_o}^{\rho} \frac{dF}{\rho} = \frac{F_o}{r_o},$$

відповідно

$$\int_{F_n}^{\rho} \left(1 - \frac{r_{hc}}{\rho}\right) dF = F_n \left(1 - \frac{r_{hc}}{r_n}\right).$$

Остаточно одержимо

$$\frac{k_1}{k_2} = m' = \frac{r_o}{r_n} \frac{E_n F_n}{E_o F_o} \frac{r_n - r_{hc}}{r_o - r_{hc}}. \quad (17)$$

Проінтегруємо друге рівняння системи (16):

$$\int_{F_o}^{\rho} \left(\rho - 2r_{hc} + \frac{r_{hc}^2}{\rho}\right) dF = \left(\rho_o F_o - 2r_{hc} F_o + r_{hc}^2 \frac{F_o}{r_o}\right),$$

$$\int_{F_n}^{\rho} \left(\rho - 2r_{hc} + \frac{r_{hc}^2}{\rho}\right) dF = \left(\rho_n F_n - 2r_{hc} F_n + r_{hc}^2 \frac{F_n}{r_n}\right).$$

У результаті одержуємо:

$$\frac{k_1}{k_2} = m'' = \frac{r_o}{r_n} \frac{E_n F_n}{E_o F_o} \frac{\rho_n r_n - 2r_{hc} r_n + r_{hc}^2}{\rho_o r_o - 2r_{hc} r_o + r_{hc}^2}. \quad (18)$$

Спільне розв'язання рівнянь (17), (18) та третього рівняння системи (16) дозволяє визначити числове значення величин  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $r_{hc}$ , а також знайти значення залишкових напруг у складеному поперечному перерізі бруса.

Здійснивши граничний перехід, можна одержати співвідношення для обчислення залишкових напруг у поперечному перерізі бруса з прямолінійною поздовжньою віссю, за виконанням умов:

$$r_n \rightarrow \rho_n; r_o \rightarrow \rho_o; e_o, e_n \rightarrow 0$$

чи  $y_{nuc} \rightarrow y_n$ ;  $\Delta \rightarrow y_o$ ;  $y \ll \rho$ ;  $y \ll r_{hc}$ .

За цих умов

$$\int_{F_o}^{\rho} \frac{\rho - r_{hc}}{\rho} dF = \int_{F_o}^{\rho} \frac{y}{r_{hc} + y} dF = \frac{1}{r_{hc}} \int_{F_o}^{\rho} y dF = \frac{1}{r_{hc}} \Delta F_o,$$

$$\int_{F_n}^{\rho} \frac{\rho - r_{hc}}{\rho} dF = \int_{F_n}^{\rho} \frac{y}{r_{hc} + y} dF = \frac{1}{r_{hc}} y_n F_n = \frac{1}{r_{hc}} \left(\Delta + H\alpha + \frac{\delta}{2}\right) F_n,$$

тоді одержимо

$$\frac{k_1}{k_2} = m' = \frac{E_n F_n}{E_o F_o} \left( \frac{\Delta + H\alpha + 0,5\delta}{\Delta} \right), \quad (19)$$

далі

$$\int_{F_o}^{\rho} \frac{(\rho - r_{hc})^2}{\rho} dF = \int_{F_o}^{\rho} \frac{y^2}{r_{hc} - y} dF = \frac{1}{r_{hc}} \int_{F_o}^{\rho} y^2 dF = \frac{1}{r_{hc}} I_z^o = \frac{1}{r_{hc}} (I_{zo}^o + \Delta^2 \times F_o);$$

$$\int_{F_n}^{\rho} \frac{(\rho - r_{hc})^2}{\rho} dF = \frac{1}{r_{hc}} \left[ I_{zn}^n + F_n \left( \Delta + H\alpha + \frac{\delta}{2} \right)^2 \right]$$

та остаточно

$$\frac{k_1}{k_2} = m'' = \frac{E_n}{E_o} \frac{I_{zo}^n + (\Delta + H\alpha + \frac{\delta}{2})^2 F_n}{I_{zo}^o + \Delta^2 F_o}. \quad (20)$$

Співвідношення (19), (20) отримано в роботі [1], в якій розглядається задача визначення залишкових напруг у складеній балці з прямолінійною поздовжньою віссю.

**Приклад.** Розглянемо використання розробленої методики для визначення залишкових напруг у брусі (рис. 6), поперечний переріз якого складається з основного елемента коробчатого поперечного перерізу (матеріал – алюмінієвий сплав) та допоміжної пластини прямокутного поперечного перерізу (матеріал – титановий сплав).

Вихідні дані та результати розрахунків за запропонованою методикою наведено у табл. 2.

Дано:  $E_o$ ,  $E_n$ ,  $H$ ,  $B$ ,  $t$ ,  $S$ ,  $\delta$ .

Знаходимо значення  $\rho_{ni}$ ,  $a_i$ ,  $b_i$ :

$$\rho_{ni} = \rho_{oi} + \frac{H + \delta}{2};$$

$$a_i = \rho_{oi} - \frac{H}{2};$$

$$b_i = \rho_{oi} + \frac{H}{2}.$$

Радіус кривизни нейтрального пласта складеного перерізу  $r_{nci}$  визначаємо з умови  $m' = m'' = m$ :

$$\frac{r_n - r_{nc}}{r_o - r_{nc}} = \frac{\rho_n F_n - 2r_{nc} r_n + r_{nc}^2}{\rho_o r_o - 2r_o r_{nc} + r_{nc}^2}. \quad (21)$$

З огляду на початкові умови, для побудови розрахункової схеми ( $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 0$ ) визначаємо значення  $r_{nc}$ , що відповідають цим початковим умовам.

Отже, якщо знайдено значення  $r_{nci}$  зі співвідношення (21), одержуємо:

$$m_i = \frac{r_{oi}}{r_{ni}} \frac{E_n F_n}{E_o F_o} \frac{r_{ni} - r_{nci}}{r_{oi} - r_{nci}}.$$

Кількісні значення  $k_{1i}$  та  $k_{2i}$  визначаються зі спільногого розв'язання системи:

$$\frac{k_{1i}}{k_{2i}} = m_i; \quad k_{1i} + k_{2i} = 1;$$

$$k_{1i} = \frac{m_i}{m_i + 1}; \quad k_{2i} = \frac{1}{m_i + 1}.$$

Зсув нейтрального пласта складеного перерізу щодо центра ваги основного елемента складе  $(\rho_o - r_{nc})$ .

Величини  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $\Delta$  визначені та наведено в табл. 2 (5-й варіант) з використанням співвідношень, отриманих у роботі [1].

Використовуючи отримані результати, визначаємо значення відносних залишкових напруг у відносному уявленні.

Використовуючи отримані результати, визначаємо значення відносних залишкових напруг у відносному уявленні.

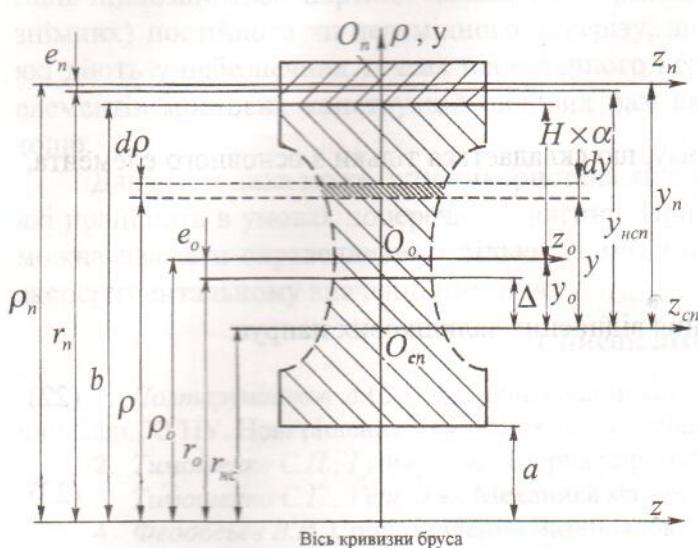


Рис. 5. Геометричні параметри криволінійного бруса складеної поперечного перерізу

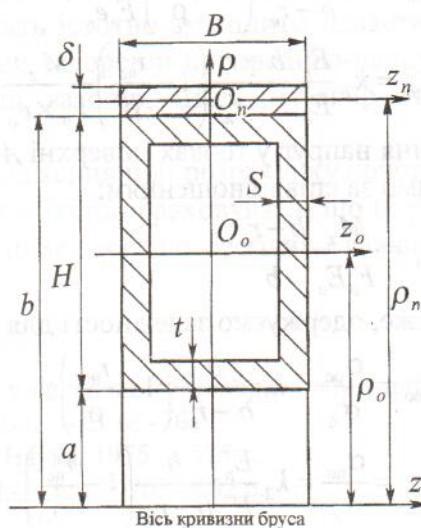


Рис. 6. Складений поперечний переріз бруса з довільним радіусом кривизни:  $O_o$  – центр ваги основного елемента складеної перерізу;  $O_n$  – центр ваги допоміжної пластини

Таблиця 2

#### Результати розрахунків

Розрахунковий параметр	Варіант				
	1	2	3	4	5
$H$ , м			$10 \times 10^{-2}$		
$B$ , м			$6 \times 10^{-2}$		
$t$ , м			$8 \times 10^{-3}$		
$S$ , м			$6 \times 10^{-3}$		
$\delta$ , м			$4 \times 10^{-3}$		
$F_o$ , м <sup>2</sup>			$19,68 \times 10^{-4}$		
$F_n$ , м <sup>2</sup>			$2,4 \times 10^{-4}$		
$E_o$ , МПа			$7 \times 10^4$		
$E_n$ , МПа			$11 \times 10^4$		
$I_{zo}^o$ , м <sup>4</sup>			$263 \times 10^{-8}$		
$I_{zn}^n$ , м <sup>4</sup>			$3,2 \times 10^{-10}$		
$\rho_o$ , см	10	20	50	100	$\infty$
$\rho_n$ , см	15,2	25,2	55,2	105,2	$\infty$
$a$ , см	5	15	45	95	$\infty$
$b$ , см	15	25	55	105	$\infty$
$r_o$ , см	8,58	19,339	49,735	99,873	$\infty$
$r_n$ , см	15,199	25,199	55,199	105,199	$\infty$
$r_{nc}$ , см	6,739	17,158	47,324	97,4	$\infty$

Формули для визначення залишкових напруг у складеному перерізі набувають вигляду:

$$\sigma_{oo} = k_1 \frac{b - r_o}{b - r_{hc}} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right) \frac{M_z}{F_o e_o};$$

$$\sigma_{no} = k_2 \frac{E_n}{E_o} \frac{b - r_o}{b - r_{hc}} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right) \frac{M_z}{F_o \times e_o},$$

а значення напруг у точках поверхні A-A перерізу, що складається тільки з основного елемента, знаходимо за співвідношенням:

$$\sigma_A = \frac{M_z}{F_o E_o} \frac{b - r_o}{b}.$$

Отже, одержуємо залежності для визначення відносних залишкових напруг:

$$\bar{\sigma}_{oo} = \frac{\sigma_{oo}}{\sigma_A} = k_1 \frac{b}{b - r_{hc}} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right); \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_{no} = \frac{\sigma_{no}}{\sigma_A} = k_2 \frac{E_n}{E_o} \frac{b}{b - r_{hc}} \left( 1 - \frac{r_{hc}}{\rho} \right). \quad (23)$$

Співвідношення (22), (23) зображують закон розподілу залишкових напруг у даному складеному поперечному перерізі бруса.

При побудові епюр, показаних на рис. 7, у кожному з розглянутих випадків як міра використовувалася напруга, що діє у точках поверхні A-A основного елемента при його навантаженні згинальним моментом  $M_z$ .

Як видно з рис. 7, при визначені допуску на точність розв'язку можна встановити кількісні значення відносин між величинами  $\rho_0$  та  $H$ , при яких доцільно використовувати подану методику розрахунку.

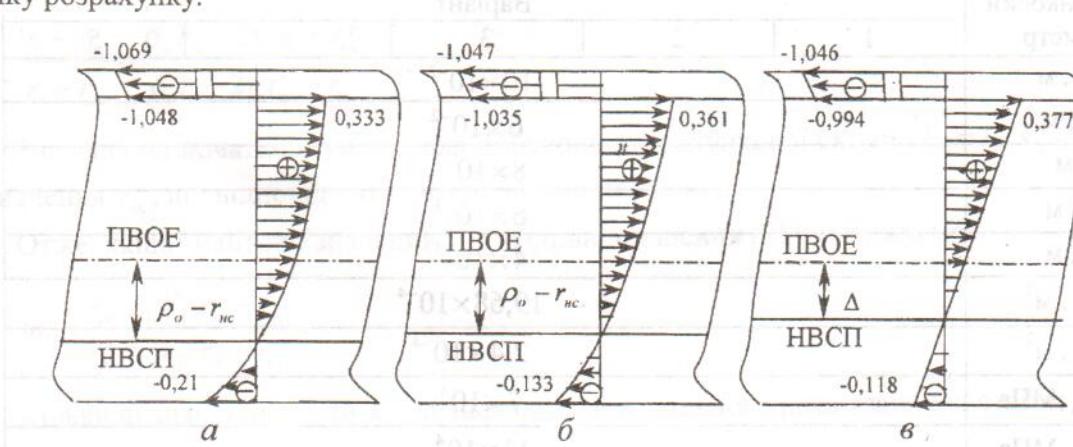


Рис. 7. Графічне зображення результатів розв'язання задачі:

$$a: \frac{H}{\rho_0} = 1; \quad b: \frac{H}{\rho_0} = \frac{1}{5}; \quad c: \frac{H}{\rho_0} = 0;$$

ПВОЕ – поздовжня вісь основного елемента; НВСП – нейтральна вісь складеного перерізу

**Висновок.** Згідно з розробленою методикою розв'язання задачі визначення залишкових напруг у поперечному перерізі складеного бруса з криволінійною поздовжньою віссю подано у формі системи інтегральних рівнянь, аналітичний або чисельний розв'язок яких дозволяє встановити кількісні значення параметрів напружено-деформованого стану бруса симетричного поперечного перерізу при використанні різних форм уявлення фізичного закону для матеріалів елементів складеного перерізу. З використанням даної методики розглянуто приклад розв'язання конкретної задачі.

Запропонована методика може бути рекомендована для практичного застосування при реалізації нових конструктивно-технологічних рішень, наприклад, при створенні і проектуванні гаків підйомно-транспортних машин з використанням технологічних пластин (стационарних чи знімних) постійного чи перемінного перерізу, що дозволить істотно зменшити навантаження, які діють у небезпечних точках небезпечної перерізу, при створенні попередньо-напружених елементів мостових конструкцій силових рам автомобілів, вагонів, літальних апаратів, судів тощо.

Дана методика може бути використана як перше наближення при розрахунку конструкцій, які працюють в умовах поперечного вигину. При цьому необхідно враховувати, що ці рішення можна вважати справедливими тільки за межами зон Сен-Венана, що особливо важливо при експериментальному вивченні питання.

### Список літератури

1. Полтарушников А.С. Визначення залишкових напруг у складеному поперечному перерізі балки// Вісн. ХГПУ. Нові рішення у сучасних технологіях. – Х. – 2001. – С. 65–70.
2. Тимошенко С.П., Гудьєр Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 575 с.
3. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. – М.: Мир, 1976. – 662 с.
4. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Мир, 1979. – 559 с.
5. Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. – М.: ГИФ-ММ, 1962. – 455 с.

Стаття надійшла до редакції 10.04.02.

УДК 629.735:656.71.06:621.31(045)

**С.С. Дев'яткіна**

## АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ВОГНІВ СВІТЛОСИГНАЛЬНИХ СИСТЕМ АЕРОДРОМІВ ЦІВІЛЬНОЇ АВІАЦІЇ

Запропоновано результати порівняльного аналізу надійності системи електропостачання аеродромних вогнів сучасних світлосигнальних систем аеродромів цивільної авіації. Розглянуто різні схеми електропостачання з резервуванням кабельних ліній та без резервування.

Наведено оцінку техніко-економічної ефективності резервування кабельних ліній аеродромних вогнів з позиції впливу резервування на безпеку польотів на етапі візуального пілотування в складних метеоумовах.

Відповідно до вимог нормативно-технічних документів цивільної авіації (ЦА) [1; 2; 3] у категорованих світлосигнальних системах аеродромів (CCA) електропостачання аеродромних вогнів (AB) у функціональних підсистемах повинне здійснюватися не менше ніж по двох кабельних лініях від двох регуляторів яскравості (РЯ).

Нормування кількості кабельних ліній у функціональних підсистемах AB (ПАВ) не містить яких-небудь наукових чи інших обґрунтувань у роботах [1; 2]. У матеріалах ІКАО також відсутні науково обґрутовані аргументи щодо кількісного складу кабельних ліній у функціональних підсистемах AB категорованих CCA [3].

Аналіз даних вимог дозволяє припустити, що їхньою єдиною метою є забезпечення необхідного рівня надійності як кожної функціональної ПАВ, так і CCA в цілому.

Огляд і аналіз літературних джерел, нормативно-технічних документів ЦА, матеріалів ІКАО продемонстрував повну відсутність як рекомендованих показників надійності CCA, так і вимог щодо їх кількісних значень. Отже, вимоги [1; 2] можна розглядати як директиву із забезпечення надійності CCA, кількісного опису якої, як і нормованих показників її надійності, не існує. Виникає логічна суперечність. З одного боку, у нормативно-технічних документах [1; 2] пропонується для обов'язкового виконання спосіб забезпечення (підвищення) надійності CCA, з іншого боку – відсутність можливості переконатися в ефективності запропонованого способу.