

УДК 539.434(045)

М.М. Регульський, канд. техн. наук, старш. наук. співроб.
Г.М. Борозенець, канд. техн. наук, доц.
В.В. Касперська, канд. техн. наук, старш. наук. співроб.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОТРИВАЛОЇ МІЦНОСТІ ЗА УМОВ ПЛОСКОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Дослідження виконано як розвинення запропонованого раніше аналітичного підходу до розрахунку довговічності трубчастих конструктивних елементів і посудин тиску, стінки яких під час роботи в експлуатаційних умовах піддаються дії плоского напруженого стану. Підхід ґрунтується на застосуванні концепції еквівалентних напружень і використанні характеристик довготривалої міцності, отриманих в умовах одновісного навантаження. Наведено розрахунки часу до руйнування тонкостінних трубчастих зразків, що навантажувалися внутрішнім тиском, внутрішнім тиском і осьовою силою, крутним моментом, а також крутним моментом і осьовою силою. Констатовано задовільне узгодження розрахункових довговічностей з даними експериментів, запозичених з робіт різних авторів, що оцінювалося за допомогою регресійного аналізу й побудови границь довірчих областей.

This work is carried out in view of development of analytical approach to the time to fracture calculation of thin-walled structural components under long-term biaxial loading. The approach is based on the equivalent stresses concept. The calculation of the time to fracture of thin-walled tubular specimens under internal pressure, internal pressure with tension, pure torsion, torsion with tension is presented. A satisfactory agreement of the calculations with experimental data is obtained. The assessment of the agreement is performed by means of regression analysis and drawing of the confidence boundaries.

Вступ

Настання граничного стану в результаті процесів повзучості характерно для елементів конструкцій енергетичного устаткування, газотурбінних силових агрегатів, а також технологічних апаратів з високотемпературними робочими процесами.

Широкий клас конструктивних елементів такого устаткування становлять ділянки трубопроводів і посудини тиску, стінки яких перебувають під час роботи в умовах плоского напруженого стану. Оскільки тенденція до підвищення робочих параметрів і економічності знову створюваних енергетичних машин і апаратів є досить стійкою, актуальність удосконалювання й створення нових інженерних методів розрахунку на довготривалу міцність цілком очевидна [1].

Визначення характеристик довготривалої міцності конструкцій завжди пов'язано з подоланням ряду труднощів, зумовлених урахуванням фактора складності напруженого стану [2].

Основний масив потрібної для розрахунків інформації отримують на підставі експериментів при одноосьовому навантаженні стандартних зразків матеріалів. У зв'язку з цим безпосереднє використання цих даних для умов складного напруженого стану може призвести до істотних похибок, і тому їх застосовують зазвичай для порівняльних оцінок міцності.

Одним з напрямів подолання труднощів, зумовлених складністю напруженого стану, у розрахунках на довготривалу міцність є використання концепції еквівалентних напружень і розроблення на її основі критеріїв довготривалої міцності.

Мета цього дослідження – розроблення й апробація методики прогнозування довготривалої міцності металевих конструктивних матеріалів за різних видів плоского напруженого стану, ініційованого в трубчастих зразках такими видами навантажень, як внутрішній тиск, чисте кручення, внутрішній тиск із розтяганням і кручення з розтяганням. При цьому передбачається, що зі зміною рівня навантаження співвідношення між головними напруженнями для вказаних видів навантажень залишається постійним.

Методика ґрунтується на застосуванні двопараметричного критерію довготривалої міцності, структура якого сформована відповідно до підходу, викладеного в працях [3; 4]. Характерною особливістю цього підходу є те, що інваріанти напруженого стану, які входять у структуру критерію, вибиралися за допомогою побудови спеціального інтерполяційного діапазону й згідно з даними одиничного базового експерименту для одного з видів навантаження при плоскому напруженому стані. Критерій ураховує знаки головних напружень.

Постановка завдання

Головну увагу в роботі зосереджено на дослідженні можливості ідентифікації матеріальних констант, що входять у структуру обраного критерію довготривалої міцності, за допомогою одиничного ідентифікуючого базового експерименту при найбільш простих видах плоского напруженого стану.

Достовірність прогнозованих довговічностей оцінювали за допомогою регресійного аналізу експериментальних даних і побудови відповідних довірчих областей.

Критерій довготривалої міцності, запропонований у праці [3], дає такі співвідношення для еквівалентних напружень, перше з яких відповідає тим розрахунковим випадкам, коли знаки головних напружень збігаються ($\sigma_1 \geq \sigma_2 > 0$), і друге – коли знаки головних напружень протилежні ($\sigma_1 > 0; \sigma_2 < 0$):

$$\sigma_{eqv} = \begin{cases} \alpha \sigma_{\max} + (1-\alpha) \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^\chi s_i; \\ 2\beta \tau_{\max} + (1-\beta) \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^\chi \tau_{oct}. \end{cases} \quad (1)$$

Критерій поєднує інваріанти, що відповідають максимальному нормальному напруженню σ_{\max} :

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \quad (2)$$

та інтенсивності дотичних напружень s_i :

$$s_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}, \quad (3)$$

у випадку, коли знаки головних напружень збігаються, а також максимальному дотичному напруженню $2\tau_{\max}$:

$$2\tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_2 \quad (4)$$

і октаедричному дотичному напруженню τ_{oct} :

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} \quad (5)$$

у випадку протилежних знаків головних напружень.

Тут χ -параметр Надаї-Лоде:

$$\chi = 2 \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1, \quad (6)$$

і α, β – залежні від температури константи матеріалу, що визначаються з базового ідентифікуючого експерименту.

З метою спрощення запису в співвідношеннях (3)–(6) передбачається, що головне напруження σ_2 менше за σ_1 . При конкретизації виразів для головних напружень за допомогою введення до них прикладених навантажень для розглянутих нижче видів складного напруженого стану індекси при головних напруженнях розставлені відповідно до загальноприйнятої схеми з трьома індексами: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Умова еквівалентності розглядається тут за довговічністю й передбачає рівність еквівалентного напруження σ_{eqv} для складного напруженого стану, розрахованого за критерієм (1), і напруження під час одноосового розтягування σ_t

за умови однієї й тієї довговічності. Прогнозовані довговічності в кінцевому підсумку розраховують за допомогою кривої довготривалої міцності:

$$t_R = \frac{1}{B \sigma_t^m} \Rightarrow \frac{1}{B \sigma_{eqv}^m}. \quad (7)$$

Прогнозування довготривалої міцності тонкостінних трубчастих зразків у разі збіжних знаків головних напружень

Розглянемо ті випадки реалізації плоского напруженого стану у трубчастих зразках, коли знаки головних напружень збігаються, а саме: у разі навантаження зразків внутрішнім тиском і внутрішнім тиском з розтягуванням.

Час до руйнування трубчастих зразків розраховуємо за допомогою співвідношення (7) і першого зі співвідношень (1).

Підставивши перше співвідношення з (1) у вираз (7) і беручи до уваги співвідношення (2) і (3), одержуємо формулу для розрахунку часу до руйнування:

$$t_R = \frac{1}{B} \left[\alpha \sigma_1 + (1-\alpha) \left(\sqrt{3}\right)^\chi \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} \right]^{-m}. \quad (8)$$

Для визначення константи α за результатами базового ідентифікуючого експерименту використано дані випробувань тонкостінних трубчастих зразків у разі навантаження їх тільки внутрішнім тиском.

Співвідношення для визначення константи α за внутрішнього тиску має такий вигляд:

$$\alpha = \frac{2\sigma_t - \lambda \bar{p}_t}{\lambda \bar{p}_t}, \quad (9)$$

де σ_t – напруження, що відповідає на кривій довготривалої міцності для одноосового навантаження тій самій довговічності, що і в ідентифікуючому базовому експерименті для внутрішнього тиску;

λ – геометричний безрозмірний параметр трубчастих зразків:

$$\lambda = \frac{D_m}{2h},$$

D_m – середній діаметр трубчастого зразка;

h – товщина стінки зразка;

\bar{p}_t – внутрішній тиск в ідентифікуючому базовому експерименті.

Значення параметрів кривої довготривалої міцності B і m у співвідношенні (7) при $\sigma_{eqv} = \sigma_1$ й значення константи матеріалу α , знайдені за співвідношенням (9) для досліджених матеріалів, наведено в табл. 1 [5–7].

Таблиця 1
Значення констант матеріалів

Матеріал	θ , °C	λ	δ	B , МПа ^{-m} × × год ⁻¹	m	α
Сталь 20	500	10,5	0	$4,19 \cdot 10^{-17}$	6,51	0,92
Сталь 1Х18Н9Т	527	20,5	0	$2,41 \cdot 10^{-40}$	14,91	0,87
			30			
			57			
Сталь ЭИ847	600	49,5	0	$3,65 \cdot 10^{-63}$	24,48	0,93
			23,5			

У тонкостінних трубчастих зразках, навантажених внутрішнім тиском p , головні напруження діють у поздовжньому й тангенційному напрямках й визначені співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{pD_m}{2h}; \\ \sigma_2 &= \frac{pD_m}{4h}; \\ \sigma_3 &= 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Підставивши вирази (10) для σ_1 й σ_2 у вираз (8), одержимо співвідношення для розрахунків часу до руйнування тонкостінних труб, навантажених внутрішнім тиском :

$$t_R = \frac{1}{B} \left\{ \left[1 - (1 - 2(\sqrt{3})^\lambda) \alpha \right] \frac{D_m}{2h} \right\}^m \left(\frac{p}{2(\sqrt{3})^\lambda} \right)^{-m}. \tag{11}$$

На рис. 1, 2, 3 пунктиром показано результати прогнозних розрахунків за формулою (11), точками – експериментальні дані, тонкими лініями – границі довірчих областей, які відповідають довірчим імовірностям 95%.

На рис. 1 повністю затемненим точкам відповідають експериментальні дані, які для випадків внутрішнього тиску й чистого кручення були використані як результати одиничних базових експериментів при визначенні константи α або β .

Границі довірчих областей розташовані симетрично відносно ліній регресії. Самих ліній регресії на графіках не показано.

Розглянемо тонкостінний трубчастий конструктивний елемент, навантажений внутрішнім тиском p і поздовжньою осьовою силою N . Два взаємоперпендикулярні напрямки дії головних напружень будуть такими ж, як і в разі дії тільки внутрішнього тиску, тобто тангенційного й поздовжнього. У якому із цих напрямків буде діяти σ_1 , а в якому σ_2 , залежить від співвідношення величин внутрішнього тиску й осьової сили N .

Якщо $N/\pi D_m h \leq pD_m/4h$, (12)

то співвідношення для головних напружень можна подати в такий спосіб:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{pD_m}{2h}; \\ \sigma_2 &= \frac{pD_m}{4h} + \frac{N}{\pi D_m h}. \end{aligned} \tag{13}$$

Якщо $N/\pi D_m h > pD_m/4h$, (14)

то в цих співвідношеннях σ_1 і σ_2 міняються місцями, а саме:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{pD_m}{4h} + \frac{N}{\pi D_m h}; \\ \sigma_2 &= \frac{pD_m}{2h}. \end{aligned} \tag{15}$$

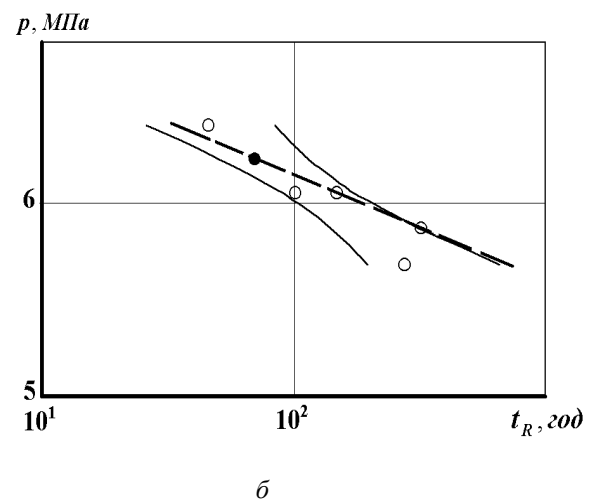
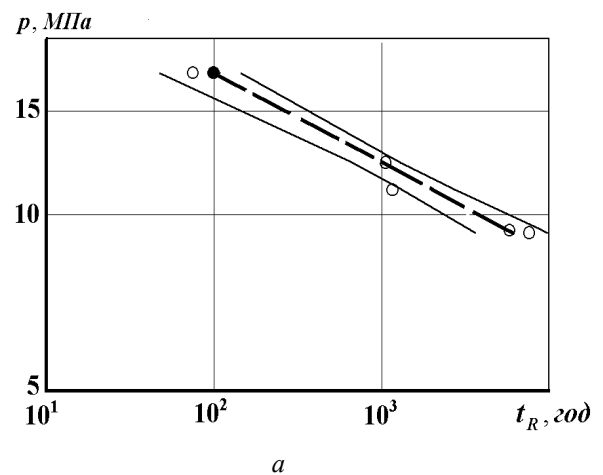


Рис. 1. Залежності часу до руйнування трубчастих зразків від значення внутрішнього тиску:
а – сталь 20; $\theta = 500$ °C;
б – сталь ЭИ847; $\theta = 600$ °C

Підставивши співвідношення (13), (15) у формулу (8), з урахуванням виразу (9), одержимо такий вигляд формул для розрахунків часу до руйнування тонкостінних труб за спільної дії внутрішнього тиску й поздовжнього розтягання:

$$t_R = \frac{1}{B} \left\{ \sqrt{4\delta^2 + 3\left(\frac{D_m}{2h}\right)^2} + \left[\frac{(\sqrt{3})^{1+\chi} D_m}{h} - \sqrt{4\delta^2 + 3\left(\frac{D_m}{2h}\right)^2} \right] \alpha \right\}^{-m} \left(\frac{p}{2(\sqrt{3})^{1+\chi}} \right)^{-m}; \quad (16)$$

$$t_R = \frac{1}{B} \left\{ \sqrt{4\delta^2 + 3\left(\frac{D_m}{2h}\right)^2} + \left[(\sqrt{3})^{1+\chi} \left(\delta + \frac{D_m}{2h} \right) - \sqrt{4\delta^2 + 3\left(\frac{D_m}{2h}\right)^2} \right] \alpha \right\}^{-m} \left(\frac{p}{2(\sqrt{3})^{1+\chi}} \right)^{-m}, \quad (17)$$

де δ – силовий безрозмірний параметр:

$$\delta = \frac{N}{\pi D_m h p}.$$

Формула (16) відповідає умові (12), а формула (17) – умові (14).

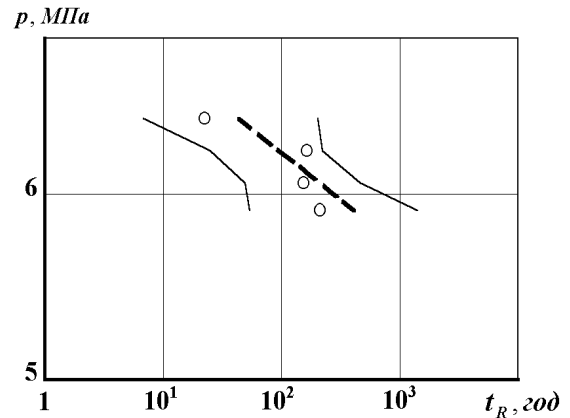
На рис. 2 пунктиром показано результати прогнозних розрахунків за формулами (16) і (17) відповідно, точками – експериментальні дані, тонкими лініями – границі 95%-вих довірчих областей.

Прогнозування довготривалої міцності тонкостінних трубчастих зразків за умов протилежних знаків головних напружень

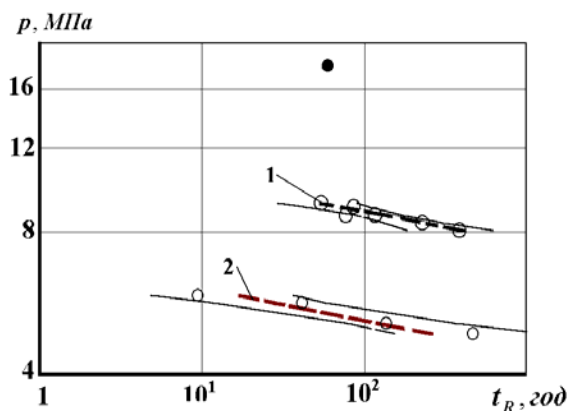
Розглянемо вирішення завдань прогнозування часу до руйнування в умовах довготривалого статичного навантаження трубчастих конструктивних елементів крутним моментом (чисте кручення), а також крутним моментом з накладанням розтяжного осевого навантаження, тобто ті випадки навантажень, коли знаки головних напружень протилежні.

Рівень навантаження в експериментах при чистому крученні й крученні з розтяганням подано величиною крутного моменту M_T . При цьому співвідношення між напруженнями від розтягання і кручення задається безрозмірним силовим параметром ν .

Підставивши друге співвідношення (1) у вираз (7) і взявши до уваги рівняння (2) і (5), отримуємо формулу для розрахунку часу до руйнування за умови різних знаків головних напружень:



а



б

Рис. 2. Залежності часу до руйнування від рівня навантаження для трубчастих зразків навантажених внутрішнім тиском і розтяганням:

а – сталь ЭИ847; $\theta = 600$ °С; $\delta = 23,5$;

б – сталь 1X18H9T; $\theta = 527$ °С; $\delta = 30$ (1); $\delta = 57$ (2)

$$t_R = \frac{1}{B \left[\beta(\sigma_1 - \sigma_2) + (1 - \beta) \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^{1+\chi} \times \left(\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} \right) \right]^m}. \quad (18)$$

Для визначення константи β за результатами базового ідентифікуючого експерименту використано дані випробувань тонкостінних трубчастих зразків при чистому крученні. Співвідношення для визначення константи β при чистому крученні має такий вигляд:

$$\beta = \frac{3\sigma_t W - \sqrt{6} \bar{M}_T}{(6 - \sqrt{6}) \bar{M}_T}, \quad (19)$$

де σ_t – напруження, що відповідає на кривій довготривалої міцності для одноосевого навантаження тій самій довговічності, що і в ідентифікуючому базовому експерименті при чистому крученні;

W – полярний момент опору при крученні тонкостінних труб:

$$W = \frac{\pi D_m^2 h}{2};$$

\bar{M}_T – крутний момент в ідентифікуючому базовому експерименті.

Значення параметрів кривої довготривалої міцності B і m у співвідношенні (7), якщо $\sigma_{eqv} = \sigma_1$, і значення матеріальної константи β , знайдені за співвідношенням (19) для досліджених матеріалів, наведено в табл. 2 [8].

Таблиця 2

Значення матеріальних констант

Матеріал	$\theta, ^\circ\text{C}$	λ	ν	$B, \text{МПа}^{-m} \times \text{х год}^{-1}$	m	β
Сталь 15Х1М1Ф	570	6,0	0	$1,41 \cdot 10^{-19}$	7,00	0,52
			2,0			
Сталь 1Х18Н12Т	610	6,0	0	$1,72 \cdot 10^{-21}$	8,27	0,48
			2,0			

Вирази для головних напружень при чистому крученні мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{2M_T}{\pi D_m^2 h} = \tau; \\ \sigma_2 &= 0; \\ \sigma_3 &= -\frac{2M_T}{\pi D_m^2 h} = -\tau, \end{aligned} \quad (20)$$

де τ – середнє дотичне напруження (усереднення по товщині стінки).

Підставивши рівняння (20) у вираз (18) і з огляду на те, що при чистому крученні $\chi = 0$, одержимо формулу для розрахунків часу до руйнування тонкостінних труб при чистому крученні:

$$t_R = \frac{1}{B \left[2\beta + (1-\beta) \frac{\sqrt{6}}{3} \right]^m \left(\frac{2M_T}{\pi D_m^2 h} \right)^m}. \quad (21)$$

На рис. 3, а пунктирна лінія 1 відповідає прогнозованому розрахунку за формулою (21). Точками показано дані експериментів, тонкими лініями – границі 95%-вих довірчих областей.

Якщо тонкостінний трубчастий зразок навантажений крутним моментом M_T спільно з осьовою силою N , вирази для головних напружень мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2} \left[\frac{N}{\pi D_m h} + \sqrt{\left(\frac{N}{\pi D_m h} \right)^2 + 4 \left(\frac{2M_T}{\pi D_m^2 h} \right)^2} \right]; \\ \sigma_2 &= 0; \\ \sigma_3 &= \frac{1}{2} \left[\frac{N}{\pi D_m h} - \sqrt{\left(\frac{N}{\pi D_m h} \right)^2 + 4 \left(\frac{2M_T}{\pi D_m^2 h} \right)^2} \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Підставивши співвідношення (22) у вираз (18), одержуємо формулу для розрахунків часу до руйнування тонкостінних труб, підданих довготривалому статичному навантаженню одночасно крутним моментом і осьовою поздовжньою силою:

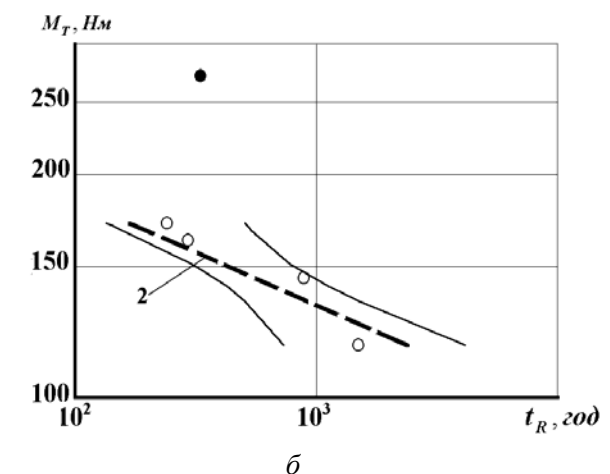
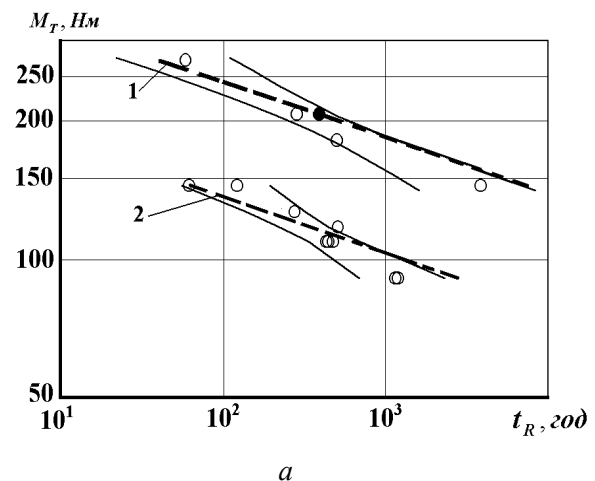


Рис. 3. Залежності часу до руйнування від рівня навантаження для трубчастих зразків навантажених чистим крученням (1) і чистим крученням з розтяганням (2):

а – сталь 1Х18Н12Т, $\theta = 610^\circ\text{C}$, $\nu = 0$ (1), $\nu = 2$ (2);

б – сталь 15Х1М1Ф, $\theta = 570^\circ\text{C}$, $\nu = 2$ (2)

$$t_R = \frac{1}{B} \left[\beta \sqrt{4 + v^2} + (1 - \beta) \sqrt{3 + v^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^{1+\chi} \right]^{-m} \times \left(\frac{2M_T}{\pi D_m^2 h} \right)^{-m}, \quad (23)$$

де v – безрозмірний силовий параметр, що визначає співвідношення між напруженнями від розтягання і кручення:

$$v = \frac{D_m N}{2M_T}.$$

Значення константи матеріалу β для розрахунків за формулою (23) ті ж самі, що були отримані в одиничних базових експериментах при чистому крученні. Ці значення наведено в табл. 2.

Залежності часу до руйнування від рівня навантаження, зумовленого крутним моментом M_T , для сталей 1X18H12T і 15X1M1Ф відповідно за значення силового безрозмірного параметра $v = 2$ показано на рис. 3 [8].

Пунктирні лінії 2 на рис. 3 відповідають прогнозним розрахункам, а точки – експериментальним даним. Тонкими лініями нанесено границі 95%-вих довірчих областей. Повністю затемнені точки відповідають одиничному базовому експерименту в разі навантаження чистим крученням. На рис. 3, а пунктирна лінія 1 відповідає прогнозному розрахунку для чистого кручення.

На рис. 3, б для чистого кручення трубчастих зразків із сталі 1X18H12T показано тільки точку, що відповідає базовому експерименту.

Найбільш суттєвий результат прогнозування довготривалої міцності за цією методикою полягає саме в тому, що отримані з базового ідентифікуючого експерименту константи матеріалів за одного з видів напруженого стану можуть бути використані для розрахунків для іншого виду напруженого стану.

Обговорення результатів

В основу реалізованої методики прогнозування характеристик довготривалої міцності покладено концепцію еквівалентних напружень, відповідно до якої дія системи напружень в умовах складного напруженого стану може бути зведена до еквівалентного за довговічністю напруження для одноосового навантаження стандартних зразків матеріалу під час розтягання.

Вихідною інформацією для розрахунків прогнозних характеристик довготривалої міцності за плоского напруженого стану є крива довготривалої міцності, що відповідає одноосовому навантаженню стандартних зразків матеріалу, і

результати одиничного базового ідентифікуючого експерименту за плоского напруженого стану для одного з рівнів навантаження. Попереднім етапом є вибір структури критерію довготривалої міцності на базі побудови інтерполяційного діапазону [3; 4].

За результатами аналізу експериментальних даних, отриманими різними дослідниками [3], було показано, що обрана структура змішаного критерію довготривалої міцності (1) є прийнятною для прогнозування довготривалої міцності металевих конструкційних матеріалів, що працюють за підвищених температур.

Основним етапом методики є визначення матеріальних констант α або β на підставі даних одиничного базового ідентифікуючого експерименту при одному з видів плоского напруженого стану. Такий експеримент досить провести на одному з рівнів навантаження, за якого час випробувань буде прийнятним. Значення обмеженої границі довготривалої міцності σ_t , що входить у формулу (9) або (19), визначається з рівняння кривої довготривалої міцності для стандартних зразків матеріалу, випробуваних в умовах одноосового навантаження, як значення, що відповідає усередненій довговічності трубчастих зразків, випробуваних у базовому ідентифікуючому експерименті при одному з видів плоского напруженого стану.

Заключним етапом є розрахунок прогнозованих довговічностей за формулами (12), (16), (17), (21), (23) для заданих рівнів навантаження і відповідних плоских напружених станів. У розрахунках еквівалентних напружень зроблено припущення про те, що за постійної температури константа матеріалу, що входить у структуру критерію довготривалої міцності, не залежить від часу до руйнування й виду навантаження.

Аналіз графіків свідчить про те, що прогнозовані криві довготривалої міцності в досліджених діапазонах довговічностей укладаються в 95%-ві довірчі області для кожного з розглянутих видів плоского напруженого стану. Таким чином, можна констатувати задовільне узгодження розрахункового прогнозу з експериментальними даними.

З метою зменшення впливу статистичного розкиду властивостей зразків на результати прогнозування бажано в одиничному базовому ідентифікуючому експерименті на обраному рівні навантаження випробувати не один, а кілька (5–10) зразків і одержати більш достовірну інформацію для подальших розрахунків.

Висновки

Сформульовано необхідні етапи методики прогнозування довготривалої міцності для плоского напруженого стану й наведено приклади її реалізації для плоского напруженого стану зі збіжними знаками головних напружень, а також для випадку, коли знаки головних напружень протилежні.

Показано можливість визначення констант матеріалу за допомогою базового ідентифікуючого експерименту за порівняно простих видів плоского напруженого стану, а саме: за внутрішнього тиску, коли знаки головних напружень збігаються, та чистого кручення, коли знаки головних напружень протилежні.

Використання отриманих у такий спосіб значень констант у розрахунках для плоских напружених станів з іншими співвідношеннями головних напружень, відмінними від тих, котрі використано в базовому експерименті, дозволяє одержувати прийнятні оцінки довговічностей. Задовільне узгодження розрахункових оцінок довговічності з експериментальними даними свідчить на користь обґрунтованості зробленого припущення про незалежність константи матеріалу α або β від часу до руйнування й виду навантаження за постійної температури.

Література

1. Golub V.P., Kryzhanovskii V.I., Pogrebniak A.D., Romanov A.V. A Method of Modeling the Interaction of Creep and High-Cycle Fatigue // Intern. Applied Mechanics. – 2005. – Vol. 41, №1. – P. 14–23.
2. Grigorenko Ya. M., Kharitonova L. V. Stress Analysis of Flexible Noncircular Cylindrical Shell with Hinged Edges for Different Critical Loads // Intern. Applied Mechanics. – 2006. – Vol. 42, № 2. – P. 162–168.
3. Golub V.P. Derivation of creep long-term fracture criteria under plane state of stress // Intern. Journal of Mechanical Sciences 2005; 47:1807
4. Голуб В.П., Крижановский В.И., Русинов А.А. Смешанный критерий длительного разрушения в условиях ползучести при плоском напряженном состоянии // Прикл. механика. – 2003. – Т. 39, № 5. – С. 64–75.
5. Кац Ш.Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб // Теплоэнергетика. – 1956. – № 11. – С. 37–40.
6. Кисилевский В.Н., Чуприна А.Ф., Осасюк В.В. Исследование длительной прочности стали ЭИ847 при сложном напряженном состоянии и переменных температурах // Термопрочность материалов и конструктивных элементов. – К.: Наук. думка, 1967. – Вып. 4. – С. 209–213.
7. Лебедев А.А. Экспериментальное исследование длительной прочности хромоникелтитановой стали в условиях двухосного растяжения // Термопрочность материалов и конструктивных элементов. – К.: Наук. думка, 1965. – С. 77–83.
8. Трунин И.И. Оценка сопротивления длительному разрушению и некоторые особенности деформирования при сложном напряженном состоянии // ПМТФ. – 1963. – № 1. – С. 110–114.

Стаття надійшла до редакції 05.09.07.