

УДК 656.7.052(045)

В. М. Васильєв, д-р. техн. наук, проф.

## ДОСЛІДЖЕННЯ АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ ОЦІНЮВАННЯ ЙМОВІРНОСТІ ПОТЕНЦІЙНО КОНФЛІКТНИХ СИТУАЦІЙ В ПОВІТРЯНОМУ РУСІ

НАУ, Інститут інформаційно-діагностичних систем, e-mail: v\_vasylyev@ukr.net

*Розглянуто застосування запропонованого раніше методу оцінювання ймовірності потенційних конфліктів для системи керування повітряним рухом. Досліджено властивості методу, наведено і проаналізовано результати комп'ютерного моделювання.*

*Application of the method of potential conflicts probability evaluation offered before for air traffic control system is considered. The properties of the method are investigated, results of computer modeling are represented and analyzed.*

### Вступ

В умовах прогнозованого збільшення повітряних перевезень, ущільнення повітряного руху, скорочення норм ешелонування, зміни характеру і динаміки відносного руху літаків при реалізації нових концепцій організації повітряного руху значно підвищується і роль системи підтримки прийняття рішень з якісно новими властивостями, які забезпечують своєчасне виявлення і запобігання небезпечному зближенню літаків.

Тепер активно провадяться дослідження та розроблення нові методи і алгоритми виявлення і запобігання потенційно конфліктних ситуацій. Найбільш повний аналіз багатьох методів і їх класифікацію наведено в праці [1].

Можна виділити групу методів, які належать до ймовірнісний методів, що ґрунтуються на прогнозуванні стохастичної невизначеності майбутнього положення літаків через їх відхилення від плану польоту. Згідно з цими методами параметри траєкторії руху кожного літака (координати положення в просторі, швидкість, курс і ін.) у поточний момент часу  $t_0$  (початковий момент інтервалу прогнозування) визначаються з випадковими похибками, що зумовлюються похибками системи спостереження та похибками методів оптимального траєкторного оцінювання, які використовуються в автоматизованих системах керування повітряним рухом. Таким чином, для кожного літака в початковий момент часу визначається область у просторі, у якій він перебуває з деякою заданою ймовірністю. Ця область називається областю невизначеності поточного положення літака. Прогнозовані положення літака, розміри області невизначеності поточного положення збільшують через відхилення літака від плану польоту в поздовжньому  $x$ , бічному  $y$  і вертикальному  $h$  напрямках руху (рис.1). Ос-

новними факторами, що впливають на відхилення літаків, вважають: похибки навігаційних систем і систем керування польотом та вітер. Геометрично потенційно конфліктна ситуація визначається взаємним положенням і близькістю областей невизначеності прогнозованих положень літаків.

До такої групи методів оцінювання ймовірності конфлікту передусім слід віднести метод, запропонований у праці [2], який можна назвати базовим. Цей метод потім був модифікований у праці [3].

У праці [4] було запропоновано нове вирішення завдання оцінювання ймовірності конфлікту, де виведено аналітичний вираз у завершеному вигляді, що дозволяє з високою точністю і швидкодією отримувати оцінку прогнозованого конфлікту. Цей метод також належить до зазначеної групи методів.

У цій роботі за допомогою комп'ютерного моделювання досліджуються властивості цього методу наводяться і аналізуються отримані результати.

### Загальна математична постановка

Нехай положення  $j$ -го літака в просторі у заданий момент часу  $t$  визначається випадковим вектором  $\mathbf{r}_j$  (рис.1), що має гауссівський розподіл  $N(\mathbf{M}_j, D_j)$ , при цьому математичні сподівання  $\mathbf{M}_j \in \mathcal{R}^3$ , а  $D_j$  – додатно визначені коваріаційні матриці.

Припускається, що вектори  $\mathbf{r}_j$ ,  $j = \overline{1,2}$  незалежні, а відносно положення літаків за планом  $\mathbf{d}_p$  є відомим.

Оцінювання конфлікту для заданого часу  $t$  полягає в знаходженні ймовірності того, що

відстань між літаками  $d(t)$  стане меншою від встановленого значення  $d_{\min}$ , тобто

$$P_c(t) = P\{\|\mathbf{d}(t)\| \leq d_{\min}\}, \quad (1)$$

де  $\mathbf{d} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ ,  $\|\mathbf{d}(t)\| = d(t)$ ,  $\|\cdot\|$  – евклідова

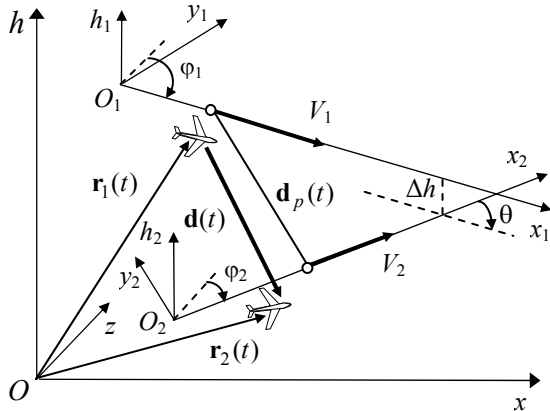


Рис. 1. Відносне положення літаків у просторі на траєкторіях, що перетинаються

норма в  $\mathcal{R}^3$ .

**Ортонормування вектора відстані між літаками**

Зведемо вектор відстані між літаками  $\mathbf{d}$  до форми з незалежними компонентами. Це дозволить одержати аналітичний розв’язок задачі в завершеному вигляді.

Відповідно до наведених вище припущень вектор відстані між літаками  $\mathbf{d} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  має нормальний розподіл  $N(\mathbf{M}, D^2)$  і може бути поданий як випадкова багатовимірна величина

$$\mathbf{d} = \mathbf{M} + D\boldsymbol{\gamma}, \quad (2)$$

де  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_1$ ;  $D = \sqrt{D_1 + D_2}$  – така додатно визначена матриця, що  $D^2 = D_1 + D_2$ ;  $\boldsymbol{\gamma}$  – вектор випадкових величин з нульовими математичними сподіваннями й одиничними дисперсіями, що має нормальний розподіл  $N(0, I_3)$ ;  $I_3$  – одинична матриця  $3 \times 3$ .

Імовірність порушення безпечної відстані між літаками (1) для встановленого граничнодопустимого їх зближення  $d_{\min}$  з урахуванням рівняння (2) запишемо як

$$P_c = P\{\|\mathbf{M} + D\boldsymbol{\gamma}\|^2 \leq d_{\min}^2\}. \quad (3)$$

Нехай  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  – власний ортонормований базис матриці  $D$  у подані вектора  $\mathbf{d}$  у вигляді (2).

Розкладемо вектор математичних сподівань  $\mathbf{M}$  у виразі (2) за цим базисом

$$\mathbf{M} = q_1\mathbf{e}_1 + q_2\mathbf{e}_2 + q_3\mathbf{e}_3, \quad (4)$$

де  $q_i$  визначаються через скалярний добуток

$$q_i = (\mathbf{M}, \mathbf{e}_i), \quad i = \overline{1,3}.$$

Подамо у базисі  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ :

$$D\boldsymbol{\gamma} = [\lambda_1\gamma_1, \lambda_2\gamma_2, \lambda_3\gamma_3]^T, \quad (5)$$

де  $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]^T$  – вектор незалежних стандартних гауссівських випадкових величин  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  з характеристиками  $N(0, I_3)$ ;  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – власні значення матриці  $D$ .

Тоді випадковий вектор відстані між літаками  $\mathbf{d}$  у базисі  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  має розподіл

$$N([q_1, q_2, q_3]^T, \text{diag}[\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2]) \quad (6)$$

з незалежними складовими, який записують у вигляді

$$\mathbf{d} = \mathbf{M} + D\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} q_1 + \lambda_1\gamma_1 \\ q_2 + \lambda_2\gamma_2 \\ q_3 + \lambda_3\gamma_3 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

**Аналітичний метод оцінки ймовірності конфлікту**

У разі розкладання вектора  $\mathbf{d}$  в ортонормованому базисі (5)–(6) його складові у виразі (7) стають незалежними, що спрощує розв’язання задачі. Розв’язання задачі для двовимірного випадку під час польоту літаків на одному висотному ешелоні ілюструє рис. 2.

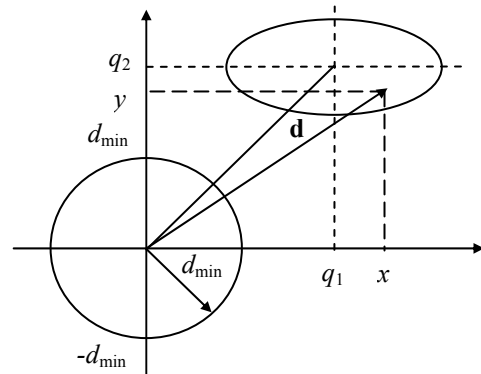


Рис. 2. Виявлення порушення безпечного розділення

Імовірність конфлікту  $P_c$  визначається як імовірність попадання випадкового вектора відстані між літаками  $\mathbf{d}$ , положення якого визначається вектором математичних сподівань  $[q_1, q_2]^T$  і діагональною коваріаційною матрицею  $\text{diag}[\lambda_1^2, \lambda_2^2]$ , у заборонену область, для якої задовольняється умова  $\Omega: x^2 + y^2 \leq d_{\min}^2$ , з центром у початку координат.

Беручи до уваги незалежність  $x$  і  $y$ , ймовірність конфлікту для щільностей розподілу  $p(x)$ ,  $p(y)$  визначають з виразу

$$P_c = P_c(q_1, q_2; \lambda_1^2, \lambda_2^2) = \iint_{\Omega} p(x)p(y)dx dy. \quad (8)$$

За умови гауссівського розподілення ймовірність конфлікту (8) можна записати у вигляді

$$P_c = \iint_{\Omega} \frac{1}{\lambda_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-q_1)^2}{2\lambda_1^2}} \frac{1}{\lambda_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-q_2)^2}{2\lambda_2^2}} dx dy$$

і зінтегрувати (рис. 2) для зовнішнього інтеграла в межах від  $-d_{\min}$  до  $d_{\min}$ , а для внутрішнього, використовуючи рівняння кола  $x^2 + y^2 = d_{\min}^2$ , – від  $-\sqrt{d_{\min}^2 - y^2}$  до  $\sqrt{d_{\min}^2 - y^2}$ .

У результаті одержимо вираз для оцінки ймовірності потенційного конфлікту в завершеному вигляді

$$P_c = \int_{-d_{\min}}^{d_{\min}} \left( \frac{1}{\lambda_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-q_2)^2}{2\lambda_2^2}} \frac{1}{\lambda_1 \sqrt{2\pi}} \int_{-\sqrt{d_{\min}^2 - y^2}}^{\sqrt{d_{\min}^2 - y^2}} e^{-\frac{(x-q_1)^2}{2\lambda_1^2}} dx \right) dy =$$

$$= \frac{1}{\lambda_2 \sqrt{2\pi}} \int_{-d_{\min}}^{d_{\min}} \left( e^{-\frac{(y-q_2)^2}{2\lambda_2^2}} \left( \Phi \left( \frac{\sqrt{d_{\min}^2 - y^2} - q_1}{\lambda_1} \right) - \Phi \left( \frac{-\sqrt{d_{\min}^2 - y^2} - q_1}{\lambda_1} \right) \right) \right) dy. \quad (9)$$

Для практичного розв'язання задачі необхідно виконати операцію прогнозування на заданий момент часу коваріаційних матриць відхилень від запланованих траєкторій польоту літаків, що визначають області невизначеності майбутніх положень літаків.

### Дослідження аналітичного методу оцінювання ймовірності конфлікту

Перевірку аналітичного методу оцінювання ймовірності конфлікту і його дослідження з моделюванням конфліктних ситуацій виконували з використанням пакета прикладних програм Mathcad [5].

За базовий розглядали такий самий сценарій розвитку конфліктної ситуації, які під час дослідженні базового методу оцінювання в праці [1]. Повітряні кораблі (ПК) летять на трасах, що сходяться під прямим кутом (рис. 3), при цьому курс першого літака (ПК<sub>1</sub>) дорівнює  $\varphi_1 = 90^\circ$ , а другого (ПК<sub>2</sub>)  $\varphi_2 = 0^\circ$ .

Початкове положення літаків задавали на рівному віддаленні (80 м. м.) від точки перетину трас. Швидкість польоту для кожного літака становила  $V = 480$  вузлів (247 м/с). За таких вихід-

них даних ПК повинні зійтися в точці перетину трас на десятій хвилині польоту.

Для оцінювання ймовірності прогнозованого конфлікту для кожного літака припускали середньоквадратичне відхилення в бічному положенні  $\sigma_z = 1$  м. м. (1852 м), а в поздовжньому положенні  $\sigma_s$  – починається з нуля і збільшується зі швидкістю 15 вузлів (7,7 м/с). Безпечна мінімальна відстань між ПК:  $d_{\min} = 5$  м. м. (9,26 км).

Досліджувався також вплив на ймовірність конфлікту кута сходження трас  $\theta = \varphi_1 - \varphi_2$  і зміни курсу одним із ПК.

Результати обчислення ймовірності конфлікту  $P_c$  для базового варіанта відповідно до зазначеної методики і аналітичного виразу (9) для часу прогнозу  $t$  наведено в таблиці у стовпчику 2, а також на рис. 4 (крива  $90^\circ$ ).

Досліджувався вплив на ймовірність конфлікту зменшення кута сходження трас  $\theta = \varphi_1 - \varphi_2$  (рис. 4, а) і збільшення (рис. 4, б) відносно кута  $90^\circ$ .

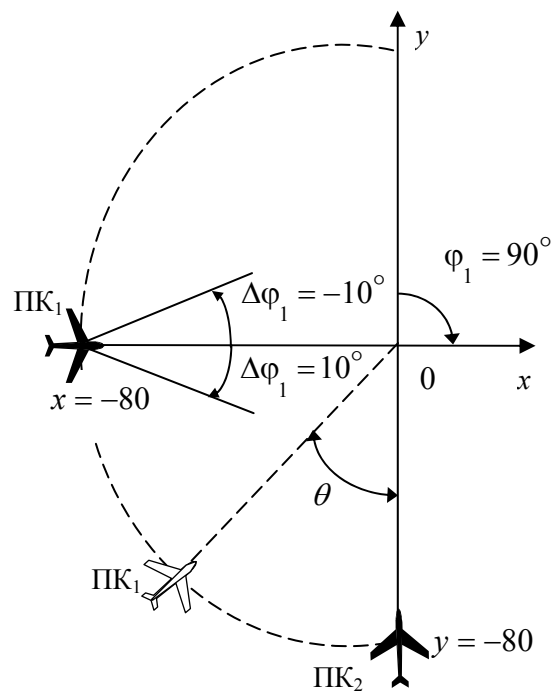


Рис. 3. Умови та вихідні дані моделювання

Числові результати наведено також у таблиці. Можна зробити висновок, що ймовірність конфлікту дуже чутлива до зменшення кута і мало чутлива в разі його збільшення.

Завданням задачі дослідження полягало також в оцінюванні ймовірності потенційного конфлікту у випадку, коли перший ПК приймає рішення змінити курс на кут  $\Delta\varphi_1$  з метою запобігання

небезпечному зближенню ПК (рис. 3). Визначається мінімальний кут, на який повинен бути змінений курс польоту для забезпечення заданого рівня безпеки (імовірності конфлікту).

Результат розрахунку ймовірності конфлікту у разі змінювання першим літаком курсу польоту з відхиленням уліво показано на рис. 5, а, з відхиленням вправо – на рис. 5, б.

Курс змінювався на кут від  $\pm 1^\circ$  до  $\pm 10^\circ$  з дискретністю один градус.

Інтерес представляє графік змінювання ймовірності конфлікту залежно від курсу першого літака для моменту часу, що відповідає максимальному зближенню літаків (рис. 6), порівняно з припустимим рівнем  $P_{пр} = 0,05$ . Графік дає значення кута курсу ( $80^\circ$ ) для першого літака, що дозволяє із заданою ймовірністю уникнути небезпечного зближення.

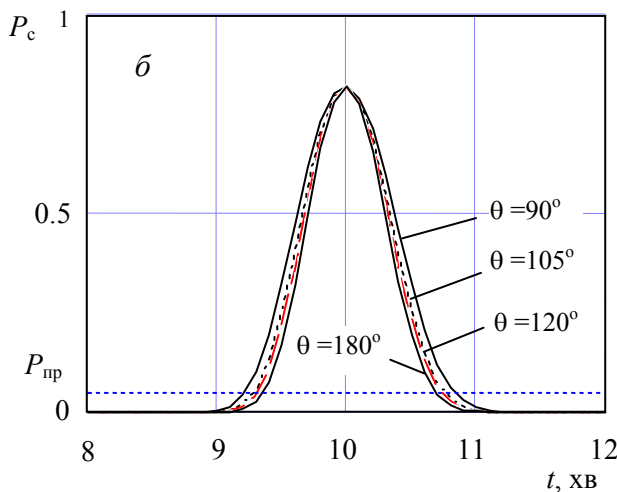
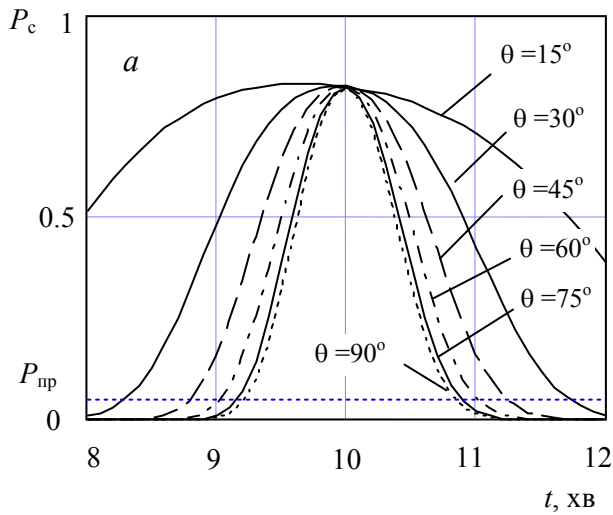


Рис. 4. Імовірність конфлікту залежно від кута сходження трас

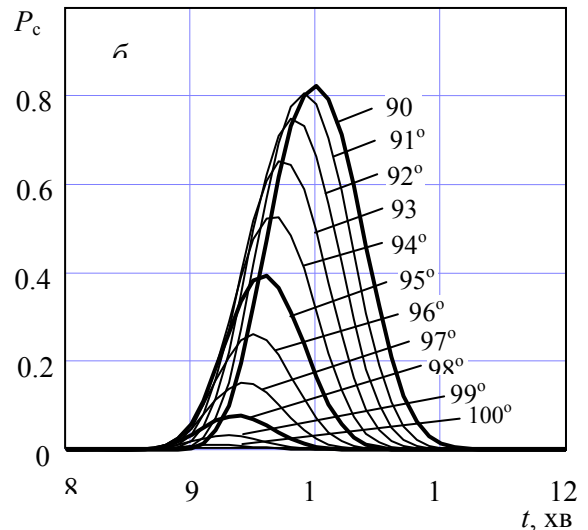
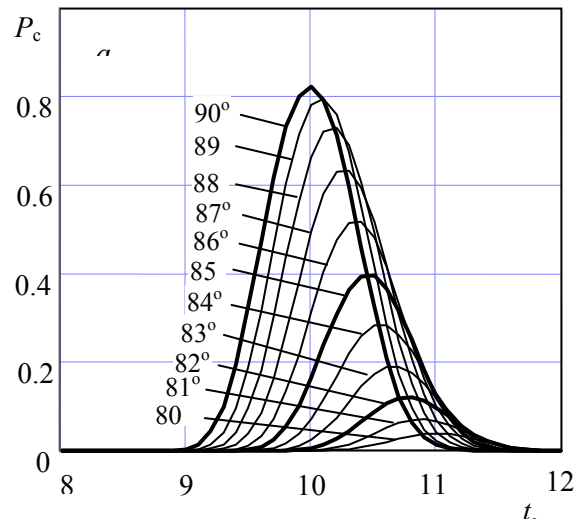


Рис. 5. Імовірність конфлікту у залежності від зміни курсу польоту першого літака: а – ухилення вліво; б – вправо

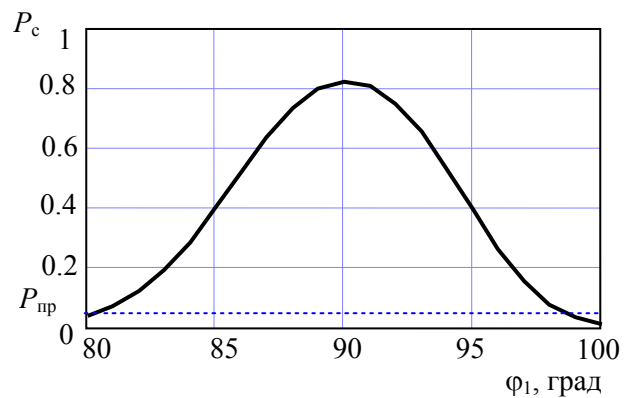


Рис. 6. Вплив зміни курсу на ймовірність конфлікту

Імовірність конфлікту  $P_c$  за різних кутів перетину трас

Час прогнозу $t$ , хв	Імовірність конфлікту $P_c$ за різних кутів перетину трас						
	180°	90° д	75°	60°	45°	30°	15°
8,0	0	0	0	0	0	0,009	0,515
8,1	0	0	0	0	0	0,017	0,556
8,2	0	0	0	0	0	0,031	0,595
8,3	0	0	0	0	0	0,053	0,632
8,4	0	0	0	0	0,001	0,085	0,665
8,5	0	0	0	0	0,004	0,129	0,695
8,6	0	0	0	0	0,011	0,186	0,721
8,7	0	0	0	0,002	0,025	0,253	0,744
8,8	0	0	0,001	0,005	0,052	0,328	0,764
8,9	0	0,001	0,003	0,016	0,097	0,408	0,78
9,0	0	0,004	0,01	0,04	0,162	0,488	0,794
9,1	0,001	0,015	0,03	0,085	0,249	0,563	0,805
9,2	0,007	0,043	0,071	0,158	0,35	0,63	0,814
9,3	0,026	0,1	0,145	0,26	0,457	0,687	0,821
9,4	0,075	0,195	0,254	0,381	0,559	0,733	0,825
9,5	0,17	0,325	0,389	0,508	0,649	0,768	0,828
9,6	0,317	0,474	0,531	0,623	0,72	0,794	0,83
9,7	0,496	0,617	0,657	0,716	0,772	0,811	0,83
9,8	0,665	0,731	0,751	0,78	0,805	0,822	0,829
9,9	0,783	0,801	0,807	0,815	0,822	0,826	0,826
10,0	0,822	0,822	0,822	0,824	0,825	0,824	0,823
10,1	0,775	0,791	0,797	0,806	0,813	0,817	0,818
10,2	0,655	0,713	0,732	0,76	0,786	0,804	0,811
10,3	0,494	0,597	0,631	0,687	0,743	0,784	0,804
10,4	0,33	0,461	0,507	0,59	0,683	0,757	0,795
10,5	0,194	0,325	0,374	0,477	0,606	0,722	0,785
10,6	0,1	0,208	0,253	0,36	0,515	0,678	0,773
10,7	0,045	0,121	0,155	0,252	0,418	0,626	0,759
10,8	0,018	0,064	0,087	0,162	0,321	0,565	0,743
10,9	0,006	0,03	0,044	0,096	0,233	0,497	0,726
11,0	0,002	0,013	0,02	0,053	0,159	0,425	0,706
11,1	0,001	0,005	0,008	0,026	0,101	0,353	0,684
11,2	0	0,002	0,003	0,012	0,061	0,283	0,659
11,3	0	0,001	0,001	0,005	0,034	0,22	0,633
11,4	0	0	0	0,002	0,018	0,164	0,603
11,5	0	0	0	0,001	0,009	0,118	0,572
11,6	0	0	0	0	0,004	0,081	0,538
11,7	0	0	0	0	0,002	0,054	0,503
11,8	0	0	0	0	0,001	0,034	0,466
11,9	0	0	0	0	0	0,021	0,428
12,0	0	0	0	0	0	0,012	0,39

## Висновки

Методи оцінювання ймовірності потенційної конфліктної ситуації, що ґрунтуються на прогнозуванні стохастичної невизначеності положення літаків, найбільш ефективні в разі середньострокового прогнозування конфліктних ситуацій для виявлення і попередження порушень безпечної відстані між ПК.

Запропонований метод оцінювання ймовірності потенційно конфліктної ситуації в системі керування повітряним рухом дає аналітичний вираз в кінцевому вигляді, що дозволяє отримувати результати обчислення ймовірності з високою точністю і застосовувати метод в експлуатованих системах керування повітряним рухом, де потрібні швидкодійні алгоритми прийняття рішень.

Це було підтверджено комп'ютерним моделюванням з використанням типових даних, які брали для дослідження подібного класу методів.

Проведене моделювання типових конфліктних ситуацій показало високу чутливість оцінки конфлікту до зменшення кута сходження трас.

Показано також використання запропонованого методу в системі прийняття рішення із запобігання конфлікту через визначення значення кута зміни курсу і моменту часу його зміни відповідно до припустимої ймовірності прогнозованого конфлікту.

## Література

1. *Kuchar J. K., Yang L. C.* A Review of Conflict Detection and Resolution Modeling Methods // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. – 2000. – 1(4). – P. 179 – 189.
2. *Paielli R. A., Erzberger H.* Conflict Probability Estimation for Free Flight // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. – Vol. 20, № 3. – 1997. – P. 588 – 596.
3. *Stochastic conflict detection model revisited* /K. Blin, M. Akian, F. Bonnans, E. Hoffman, C. Martini, K. A. Zenghal // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. – Denver, CO. – 2000. – Aug. – <http://www.eurocontrol.fr/projects/cospace/archive/gnc00.pdf>.
4. *Васильев В. М.* Методи прогнозування й оцінки ймовірності конфліктів при польоті літаків на маршрутах // *Вісн. НАУ*. – 2004. – № 2. – С. 24–29.
5. *Плис А. И., Сливина Н. А.* *Mathcad: математический практикум для экономистов и инженеров*. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 656 с.

Стаття надійшла до редакції 05.02.07.