УДК 681.513(045)

В. М. Азарсков, д-р. техн. наук, проф.
Л. С. Житецький, канд. техн. наук, проф.
О. А. Сущенко, канд. техн. наук, доц.

СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ ДИСКРЕТНОЇ НЕМІНІМАЛЬНО-ФАЗОВОЇ СИСТЕМИ

НАУ, кафедра систем управління літальних апаратів, E-mail fsu@nau.edu.ua

Розвивається адаптивний підхід до синтезу цифрової слідкуючої системи з прямим зв'язком за задавальним впливом в умовах, коли об'єкт є немінімально-фазовим. Припускається, що відомо деяку обмежену опуклу множину належності вектора невідомих параметрів слідкуючого приводу. Встановлюється умова невироджуваності моделі об'єкта. Досліджено асимптотичні властивості системи. Наводено результати моделювання.

An adaptive approach to synthesizing the digital tracking system with direct set-point coupling is extended under conditions when a plant is non-minimum phase. Some bounded set of belonging of servo drive unknown parameters vector is believed to be known. The object's model non-singularity condition is established. The asymptotical properties of control system are studied. Simulation results are given.

Вступ

Проблема підвищення точності відтворення заданої траєкторії руху цифрової слідкуючої системи, яку було поставлено раніше [1], зберігає свою актуальність дотепер [2]. Така проблема виникає, зокрема, у процесі розроблення цифрових радіотехнічних засобів автосупроводження літальних апаратів [3].

Суттєві можливості для підвищення точності слідкування відкриває, як відомо, введення прямого зв'язку за задавальним впливом, що дозволяє реалізувати так званий принцип інваріантності [3]. У класі дискретних (цифрових) слідкуючих систем цей принцип отримав розвиток у працях [1; 4].

Труднощі, що виникають під час побудови дискретних слідкуючих систем згідно з принципом інваріантності, спричинено тим, що за певних умов неперервні мінімально-фазові об'єкти втрачають цю чудову властивість в імпульсному режимі функціонування за досить малого періоду дискретизації [1; 5]. А за наявності немінімально-фазового об'єкта знайдена в праці [4] умова інваріантності для дискретних моментів часу не може бути виконаною через появу нестійких прихованих коливань [1, гл. II].

Щоб подолати труднощі, пов'язані з уведенням прямого зв'язку за задавальним впливом для керування рухом дискретної немінімально-фазової системи, у свій час було запропоновано два підходи. Один з таких підходів ґрунтується на апроксимації оберненої дискретної передавальної функції немінімально-фазової частини такої системи поліномом з використанням процедури двостороннього z-перетворення [1]. Цей підхід, який пізніше незалежно був висунутий в праці [2], дозволяє забезпечити як завгодно малу за абсолютним значенням похибку слідкування при надходженні інформації про відповідні майбутні значення задавального впливу. Другий підхід передбачає підвищення порядку астатизму системи [3, приклад 3]. Між тим реалізація обох підходів потребує точної апріорної інформації про параметри об'єкта, яка в багатьох практичних випадках може виявитись недоступною. У цьому випадку цілком природно використати адаптивний підхід [6–8].

В книзі [6, п. 7.4] розроблено метод адаптивної стабілізації дискретного немінімально-фазового об'єкта з використанням стосовно простої рекурентної процедури точкового оцінювання невідомого вектора параметрів цього об'єкта в класі систем з керуванням за відхиленням. Але реалізація цього методу вимагає на кожному кроці алгоритму адаптації невироджуваності настроювальної моделі об'єкта, на базі якої здійснюється зворотний зв'язок у системі. Виконуючи цю вимогу, цей метод можна негайно застосувати в дискретній слідкуючій системі з приведеною неперервною частиною (ПНЧ), яка в імпульсному режимі стає немінімально-фазовою. Проте він не дає ніяких гарантій, що навіть в асимптотиці похибка відтворення задавального впливу буде незначною.

Для суттєвого підвищення показника точності керування рухом адаптивної немінімально-фазової системи в праці [7] вперше було висунуто ідею введення додаткового прямого настроювального зв'язку за задавальним впливом із врахуванням тієї особливості, що жодний з відомих алгоритмів адаптації зовсім не гарантує збіжності поточних оцінок невідомих параметрів

ПНЧ до їхніх істинних значень незалежно від того, чи є ПНЧ не мінімально-фазовою, чи ні.

У цій роботі обґрунтовується метод синтезу адаптивних дискретних систем керування рухом з додатковим прямим настроюваним зв'язком за задавальним впливом, у яких для визначення параметрів як зворотного, так і прямого зв'язку використовується алгоритм адаптації, що є деякою модифікацією процедури поточного оцінювання, запропонованої у праці [6, п. 7.4].

Постановка завдання

Нехай передавальна функція слідкуючого приводу системи має вигляд

$$W_0(s)=\frac{k}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}, \qquad (1)$$

де k – коефіцієнт підсилення розімкненого приводу, а τ_1 і τ_2 – сталі часу. Вважається, що $\tau_1 \neq \tau_2$. Для визначеності припускаємо $\tau_1 > \tau_2$, тобто $\eta = \tau_1/\tau_2 > 1$. (2)

Основне припущення полягає в тому, що параметри k, τ_1, τ_2 слідкуючого приводу невідомі конструктору системи; відомі лише їхні апріорні оцінки:

$$\begin{aligned} &0<\underline{k}\le k\le \overline{k}<\infty,\\ &0<\underline{\tau}_1\le \tau_1\le \overline{\tau}_2<\infty,\\ &0<\underline{\tau}_2\le \tau_2\le \overline{\tau}_2<\infty. \end{aligned} \qquad (3)$$

Визначимо далі замкнену обмежену опуклу множину $T_\tau=[\underline{\tau}_1,\overline{\tau}_1]\times[\underline{\tau}_2,\overline{\tau}_2]\subset R^2$ векторів $\hat{\tau}=\left[\hat{\tau}_1,\hat{\tau}_2\right]^{\mathrm{T}}$, де Т – знак транспонування. Тоді з обмежень (3) негайно випливає, що $\tau\in T_\tau$, де $\tau=\left[\tau_1,\tau_2\right]^{\mathrm{T}}$. Додатково припускаємо, що для будь-якого вектора $\hat{\tau}$ з множини T_τ, а не тільки для τ, виконується співвідношення

$$\hat{\eta}=\hat{\tau}_1/\hat{\tau}_2>1,$$

яке є аналогічним співвідношенню (2).

Можна вважати, що зміна $\Delta y_n^0=y_n^0-y_{n-1}^0$ задавального впливу y_n^0 за один такт обмежена за рівнем, тобто для l_∞– норми послідовності $\{\Delta y_n^0\}$ маємо

$$\|\Delta y^0\|_\infty := \sup_{0\le n<\infty}|\Delta y_n^0|<\infty.$$

Задача полягає в тому, щоб за умови припущень синтезувати адаптивну цифрову слідкуючу систему, в якій забезпечується астатизм другого порядку (складова розузгодження $e_n=y_n^0-y_n$, пропорційна величині Δy_n^0, в кожний n-й дискретний момент часу має дорівнювати 0, якщо $n\to\infty$).

Множина невизначеності параметрів моделі об'єкта

Застосування апарату z-перетворення дозволяє отримати вираз дискретної передавальної функції ПНЧ, яка містить у своєму складі слідкуючий привід з передавальною функцією (1) і так званий фіксатор, у такому вигляді:

$$W_0(z)=\frac{\mu B'(z^{-1})}{(1-z^{-1})A'(z^{-1})}. \qquad (4)$$

Тут $\mu=kT_0$, а $A'(z^{-1})=1+a_1'z^{-1}+a_2'z^{-2}$, $B'(z^{-1})=b_1'z^{-1}+b_2'z^{-2}+b_3'z^{-3}$ – поліноми від оператора $z^{-1}=e^{-sT_0}$ затримки на один такт, що дорівнює T_0, з коефіцієнтами $a_1'=a_1'(\beta_1,\beta_2)$, $a_2'=a_2'(\beta_1,\beta_2)$, $b_1'=b_1'(\beta_1,\beta_2)$, $b_2'=b_2'(\beta_1,\beta_2)$, $b_3'=b_3'(\beta_1,\beta_2)$, які залежать від безрозмірних параметрів $\beta_1=T_0/\tau_1$, $\beta_2=T_0/\tau_2$ і знаходяться за формулами

$$a_1'=-(e^{-\beta_1}+e^{-\beta_2}),\quad a_2'=e^{-\beta_1}e^{-\beta_2};$$

$$b_1'=1-\frac{\beta_1}{\beta_2(\beta_1-\beta_2)}(1-e^{-\beta_2})+\frac{\beta_2}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}(1-e^{-\beta_1});$$

$$b_2'=\frac{\beta_1}{\beta_2(\beta_1-\beta_2)}(1+e^{-\beta_1}-e^{-\beta_2}-e^{-\beta_1}e^{-\beta_2})-$$
$$-\frac{\beta_2}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}(1-e^{-\beta_1}+e^{-\beta_2}-e^{-\beta_1}e^{-\beta_2});$$

$$b_3'=\frac{\beta_2}{\beta_1(\beta_1-\beta_2)}(e^{-\beta_2}-e^{-\beta_1}e^{-\beta_2})-$$
$$-\frac{\beta_1}{\beta_2(\beta_1-\beta_2)}(e^{-\beta_1}-e^{-\beta_1}e^{-\beta_2})+e^{-\beta_1}e^{-\beta_2},$$

наведеними у праці [8].

Відповідно до праці [6, п.7.4.4] за міру керованості дискретного об'єкта з довільною передавальною функцією

$$\hat{W}_0(z^{-1})=\frac{\hat{\mu}\hat{B}'(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})},$$

у якій $\hat{\mu}>0$ – фіксовані числа, а

$$\hat{B}'(z^{-1})=\hat{b}_1'z^{-1}+\hat{b}_2'z^{-2}+\hat{b}_3'z^{-3};$$
$$\hat{A}(z^{-1})=1+\hat{a}_1z^{-1}+\hat{a}_2z^{-2}+\hat{a}_3z^{-3},$$

можна брати як результат поліномів $\hat{A}(z^{-1})$ і $\hat{B}'(z^{-1})$. Останній являє собою визначник матриці

$$M(\hat{\theta}^0)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{a}_1 & 1 & 0 & \hat{b}'_1 & 0 & 0 \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & 1 & \hat{b}'_2 & \hat{b}'_1 & 0 \\ \hat{a}_3 & \hat{a}_2 & \hat{a}_1 & \hat{b}'_3 & \hat{b}_2 & \hat{b}'_1 \\ 0 & \hat{a}_3 & \hat{a}_2 & 0 & \hat{b}'_3 & \hat{b}'_2 \\ 0 & 0 & \hat{a}_3 & 0 & 0 & \hat{b}'_3 \end{pmatrix},$$

що залежить від вектора $\hat{\theta}^0=[\hat{a}_1,\hat{a}_2,\hat{a}_3,\hat{b}'_1,\hat{b}'_2,\hat{b}'_3]^{\mathrm{T}}\in R^6$ коефіцієнтів цих поліномів. Конкретно, умовою повної керованості такого об’єкта є вимога

$$\det M(\hat{\theta}^0)\neq 0, \qquad (5)$$

де $a_{i,\min}=\min\limits_{\hat{c}\in\Omega}\hat{a}_i$, $a_{i,\max}=\max\limits_{\hat{c}\in\Omega}\hat{a}_i$, $b_{i,\min}=\min\limits_{\hat{c}\in\Omega}\hat{b}_i$, $b_{i,\max}=\max\limits_{\hat{c}\in\Omega}\hat{b}_i$, а $\hat{b}_i=\hat{\mu}\hat{b}_i$ $(i\in\{1,2,3\})$. Виконання цієї умови гарантує, як відомо, що поліноми $\hat{A}(z^{-1})$ і $\hat{B}'(z^{-1})$ будуть взаємно простими.

Назвемо умову (5) умовою невироджуваності моделі об’єкта (ПНЧ), яка має передавальну функцію $\hat{W}_0(z^{-1})$.

Зафіксуємо період дискретизації T_0 та визначимо множину $\Omega\overset{\Delta}{=}[\underline{\mu},\overline{\mu}]\times[\underline{\beta}_1,\overline{\beta}_1]\times[\underline{\beta}_2,\overline{\beta}_2]$, у якій $\underline{\mu}=$ $=\underline{k}T_0, \overline{\mu}=\overline{k}T_0, \underline{\beta}_1=T_0/\overline{\tau}_1, \overline{\beta}_1=T_0/\underline{\tau}_1, \underline{\beta}_2=T_0/\overline{\tau}_2$, $\overline{\beta}_2=T_0/\underline{\tau}_2$. На підставі виразу (3) маємо $c\in\Omega$., де $c=[\mu,\beta_1,\beta_2]^{\mathrm{T}}$. Визначимо далі відображення $\Omega\to\Xi\subset R^5$ і $\Omega\to\Xi^0\subset R^6$, де Ξ і Ξ^0 – відповідно множини векторів $\hat{\theta}=[\hat{a}'_1,\hat{a}'_2,\hat{b}_1,\hat{b}_2,\hat{b}_3]^{\mathrm{T}}$ і $\hat{\theta}^0=[\hat{a}_1,\hat{a}_2,\hat{a}_3,\hat{b}_1,\hat{b}_2,\hat{b}_3]^{\mathrm{T}}$, породжених усіма векторами $\hat{c}=[\hat{\mu},\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2]^{\mathrm{T}}$ з обмеженої множини Ω. Тоді можна записати

$$\Xi^*\supset\Xi^0. \qquad (6)$$

У цьому співвідношенні

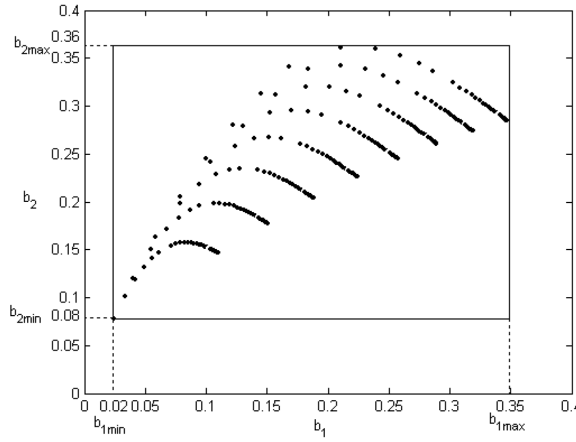
$$\Xi^*=[a_{1,\min},\ a_{1,\max}]\times\ldots\times[a_{3,\min},\ a_{3,\max}]\times$$
$$\times[b_{1,\min},\ b_{1,\max}]\times\ldots\times[b_{3,\min},\ b_{3,\max}].$$

На підставі виразу (6) з урахуванням (3) можна зробити висновок, що Ξ^* – множина належності невідомого вектора

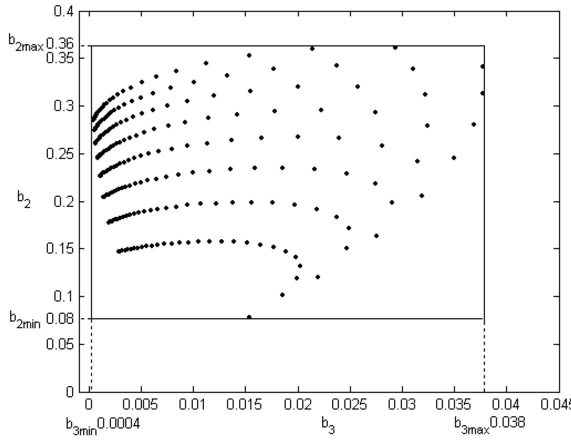
$$\theta^0=[a_1,a_2,a_3,b_1,b_2,b_3]^T, \text{тобто } \theta^0\in\Xi^*.$$

Геометричну інтерпретацію властивості (6) для конкретного числового прикладу, коли $0{,}14\le\hat{\mu}\le0{,}22$, $0{,}3\le\hat{\beta}_1\le1{,}0$, $0{,}6\le\hat{\beta}_2\le30{,}0$, показано на рис. 1.

Відомо [9, с.136], що поліноми $\hat{A}(z^{-1})$ і $\hat{B}'(z^{-1})$, породжені довільним вектором $\hat{\theta}^0$ із Ξ^0, заздалегідь є взаємно простими. Цей відмітний факт, підтверджений недавно в праці [8], ілюструється графіками, зображеними на рис. 2. Отже, умова (5) неодмінно виконується, якщо $\hat{\theta}^0=\theta^0$. Звідси негайно випливає, що існує деякий ε-окіл $B(\theta^0,\varepsilon)$ вектора θ^0, такий, що ця умова виконується для всіх $\hat{\theta}^0\in B(\theta^0,\varepsilon)$. Числовий аналіз показав, що він може навіть повністю покривати множину Ξ^*: $B(\theta_0,\varepsilon)\supset\Xi^*$. Таким чином, будь-який об’єкт з передавальною функцією $\hat{W}_0(z^{-1})$, у якій коефіцієнти поліномів $\hat{A}(z^{-1})$ та $\hat{B}(z^{-1})$ незалежно набувають довільних значень в інтервалах $[a_{i,\min},a_{i,\max}]$, $[b_{i,\min},\ b_{i,\max}]$, може мати властивість повної керованості [8].



а



б

Рис. 1. Проекції множин Ξ^* і Ξ^0 для конкретного числового прикладу: *а* – на площину $\{\hat{b}_1,\hat{b}_2\}$; *б* – на площину $\{\hat{b}_3,\hat{b}_2\}$

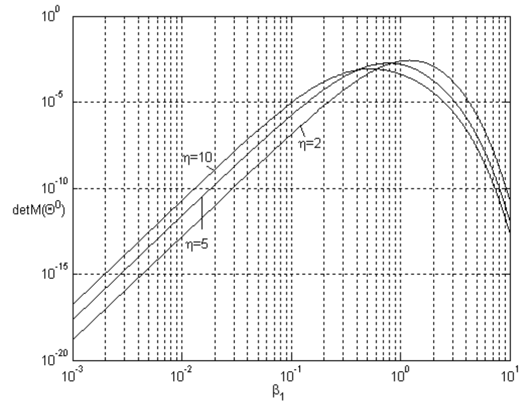


Рис. 2. Графіки залежності $\det M(\hat{\theta}^0)$ від $\hat{\beta}_1$

Аналіз виразів коефіцієнтів $b_1' = b_1'(\beta_1, \beta_2)$, $b_2' = b_2'(\beta_1, \beta_2)$, $b_3' = b_3'(\beta_1, \beta_2)$ показує, що b_1', b_2', b_3' – додатні числа для всіх $\beta_1 > 0,\ \beta_2 > 0$. А це дає можливість визначити множину Ξ^* таким чином, щоб була виконана вимога (див. рис. 1):

$$b_{i,\min} > 0, \qquad (i = 1, 2, 3). \tag{7}$$

Стратегія керування

Для побудови цифрової слідкуючої системи за наявності ПНЧ з передавальною функцією (4), яка має властивість немінімальної фазовості, учинимо так. Щоб забезпечити стійкість замкненої частини системи, введемо стабілізатор у ланцюг зворотного зв'язку, а для компенсації складової похибки системи, пропорційної величині ∇y_n^0, уведемо прямий зв'язок за задавальним сигналом y_n^0. При цьому керувальний вплив u_n визначимо як суму

$$u_n = u_n^{(s)} + u_n^{(c)}, \tag{8}$$

у якій $u_n^{(s)}$ являє собою сигнал на виході стабілізатора, а $u_n^{(c)}$ – сигнал, який повинен формуватися компенсатором.

Оскільки настроювальні параметри як стабілізатора, так і компенсатора певним чином залежать від апріорі невідомого вектора $\theta = [a_1', a_2', b_1, b_2, b_3]^{\mathrm{T}}$, то в системі слід передбачити отримання поточних оцінок $\theta = [a_1'(n), a_2'(n), b_1(n), b_2(n), b_3(n)]^{\mathrm{T}}$ цього вектора, поклавши функцію оцінювання на адаптивний ідентифікатор.

Пропонований принцип організації керування призводить до структурної схеми системи, показаної на рис. 3.

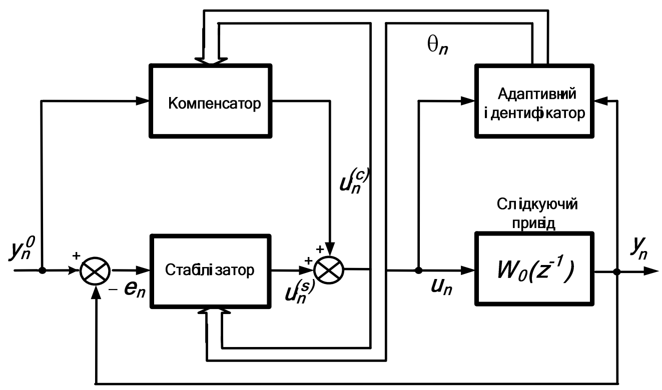


Рис. 3. Структурна схема адаптивної цифрової слідкуючої системи

Алгоритм адаптивної ідентифікації

Якщо множина Ξ^* має таку властивість, що вимога (5) виконується для всіх $\hat{\theta}^0 \in \Xi^*$, то за алгоритм адаптивної ідентифікації можна взяти, як відомо [6, п.7.4.2], простішу рекурентну процедуру точкового оцінювання

$$\theta_n = \begin{cases} \theta_{n-1} \text{ при } |\tilde{e}_n| \le \rho, \\ P_{\Xi^+}\left\{\theta_{n-1} - \dfrac{\tilde{e}_n - \rho \operatorname{sign} \tilde{e}_n}{\|\varphi_{n-1}\|^2}\varphi_{n-1}\right\} \\ \text{в іншому випадку.} \end{cases} \tag{9}$$

У цьому алгоритмі $\rho \ge 0$ – досить мале невід'ємне число, що обирається конструктором; $\varphi_{n-1} = [-\Delta y_{n-1}, -\Delta y_{n-2}, u_{n-1}, u_{n-2}, u_{n-3}]^{\mathrm{T}}$ – вектор фазових змінних системи;

$$\tilde{e}_n = \Delta y_n - \theta_{n-1}^{\mathrm{T}} \varphi_{n-1} \tag{10}$$

має смисл поточної похибки ідентифікації; P_{Ξ^*} – оператор проектування на обмежену опуклу множину

$$\Xi^+ = [a'_{1,\min}, a'_{1,\max}] \times [a'_{2,\min}, a'_{2,\max}] \times$$
$$\times [b_{1,\min}, b_{1,\max}] \times [b_{2,\min}, b_{2,\max}] \times [b_{3,\min}, b_{3,\max}],$$

де $a'_{i,\min} = \min\limits_{\hat{c}\in\Omega} \hat{a}_i'$, $a'_{i,\max} = \max\limits_{\hat{c}\in\Omega} \hat{a}_i'$.

Алгоритм (9) формально виходить як рекурентна процедура знаходження поточного розв'язку $\hat{\theta} = \theta_n$ нескінченної за номером n системи нерівностей

$$\left|\Delta y_n - \hat{\theta}^{\mathrm{T}} \varphi_{n-1}\right| \le \rho, \quad n = 1, 2, \ldots, \tag{11}$$

яка переходить у систему рівнянь

$$\Delta y_n - \hat{\theta}^{\mathrm{T}} \varphi_{n-1} = 0, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

коли $\rho = 0$.

Операція проектування умисно вводиться в алгоритм (9) для того, щоб умова $\det M(\theta_n) \neq 0$ виконувалась для кожного $n = 1, 2, ...$ Неважко зрозуміти, що в разі виконання умови (7) ця операція також дає

$$b_1(n) + b_2(n) + b_3(n) > 0 \qquad (12)$$

для будь-якого цілого $n \in [1, \infty)$.

Процедура (9) визначає алгоритм адаптивної ідентифікації об'єкта в замкненому контурі керування (після задання початкової оцінки $\theta_0 \in \Xi^+$).

Синтез стабілізатора

Для визначення закону формування послідовності $\{u_n^{(s)}\}$ складемо поліноміальне рівняння

$$(1 - z^{-1})A'_n(z^{-1})F_n(z^{-1}) + B_n(z^{-1})G_n(z^{-1}) = 1 \qquad (13)$$

відносно невідомих

$$F_n(z^{-1}) = 1 + f_1(n)z^{-1} + f_2(n)z^{-2} + f_3(n)z^{-3};$$

$$G_n(z^{-1}) = g_0(n) + g_1(n)z^{-1} + g_2(n)z^{-2} + g_3(n)z^{-3},$$

де $A'_n(z^{-1}) = 1 + a'_1(n)z^{-1} + a'_2(n)z^{-2}$,

$B_n(z^{-1}) = b_1(n)z^{-1} + b_2(n)z^{-2} + b_3(n)z^{-3}$ – поліноми, породжені поточним вектором θ_n.

Рівняння (13) має однозначний розв'язок, оскільки $A'_n(z^{-1})$ і $B_n(z^{-1})$ – взаємно прості поліноми, коли $\det M(\theta_n) \neq 0 \ \forall\, n$.

Використовуючи розв'язок рівняння (13), формуємо тепер $\{u_n^{(s)}\}$ за законом

$$F_{n-1}(E)u_n^{(s)} = G_{n-1}(E)e_n, \qquad (14)$$

де E – оператор зсуву на один такт назад: $Ex_n = x_{n-1}$.

Синтез компенсатора

Відомо [1, гл. II], що для підвищення на одиницю порядку астатизму системи з повною ін.-формацією про $W_0(z^{-1})$ послідовність $\{u_n^{(c)}\}$ має формуватись у такий спосіб:

$$u_n^{(c)} = \mu^{-1}\nabla y_n^0. \qquad (15)$$

Але тепер число μ невідоме. Тому в формулі (15) воно має бути заміненим належною оцінкою μ_n. Виявляється, що таку оцінку можна отримати, використовуючи чудове співвідношення

$$b_1 + b_2 + b_3 = \mu(1 + a'_1 + a'_2),$$

установлене раніше в праці [8]. Тоді замість (15) будуємо закон формування $\{u_n^{(c)}\}$ у вигляді

$$u_n^{(c)} = \mu_n^{-1}\nabla y_n^0, \qquad (16)$$

де $\mu_n = [b_1(n) + b_2(n) + b_3(n)]/[1 + a'_1(n) + a'_2(n)]$. (17)

На підставі виразу (17) з урахуванням обмеження (12) можна бачити, що послідовність оцінок $\{\mu_n\}$ відокремлена від нуля рівномірно за n. Цей суттєвий факт забезпечує невироджуваність закону керування (16) за задавальним впливом.

Асимптотичні властивості системи

Попередній важливий результат, що стосується асимптотичних властивостей синтезованої системи, визначає така лема.

Лема. В умовах припущень стосовно множини Ξ*, якщо $\|\nabla y^0\|_\infty < \infty$ і за будь-якої початкової оцінцки $\theta_0 \in \Xi^*$:

а) послідовність оцінок $\{\theta_n\}$, породжених алгоритмом адаптивного керування (8), (9), (14), (16), (17), збігається до деякого вектора $\theta_\infty \in \Xi^*$, тобто $\lim\limits_{n\to\infty} \theta_n = \theta_\infty$; (18)

б) послідовність $\{\|\varphi_n\|\}$ обмежена рівномірно за n, тобто існує скінченне число C таке, що

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \|\varphi_n\| \le C < \infty; \qquad (19)$$

в) гранична похибка ідентифікації задовольняє обмеження $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} |\tilde{e}_n| \le \rho$.

Доведення положення а) леми ґрунтується на встановленні того факту, що скалярна функція

$$V_n = \|\theta - \theta_n\|^2$$

є функцією Ляпунова алгоритму (9). Дійсно, неважко показати, що $\{V_n\}$ – незростаюча послідовність: $V_n \le V_{n-1}$. Звідси врешті-решт випливає існування границі (18).

Для того щоб довести справедливість положень б) і в) леми, потрібно спочатку скласти рівняння стану деякої нестаціонарної динамічної системи відносно вектора

$$\tilde{\varphi}_n = [e_n, e_{n-1}, e_{n-2}, u_n^{(s)}, u_{n-1}^{(s)},\ u_{n-1}^{(s)}]^{\mathrm{T}},$$

використовуючи співвідношення (10) і (14) разом з (8). Якщо далі повторити певний хід міркувань, подібних до тих, які наведено у праці [6, п. 7.4], то можна переконатись у справедливості положень б) і в).

Зауваження 1. У лемі зовсім не стверджується, що граничний вектор θ_∞, до якого прямує послідовність оцінок $\{\theta_n\}$, збігається з вектором θ.

Зауваження 2. Співвідношення (19) показує, що система дисипативна за станом $\{\varphi_n\}$.

Основний результат, який вдається строго довести, формулюється таким чином.

Твердження. Нехай виконано умови леми і $\Delta y_n^0 \equiv \text{const}$. Тоді при $\rho = 0$ послідовність $\{\mu_n\}$ збігається до істинного значення μ.

Модельні експерименти

Для перевірки ефективності запропонованого методу синтезу проводилося моделювання адаптивної системи керування при $y_n^0 = n$ і $y_n^0 = 10\sin 0{,}05n$. Початкові значення параметрів слідкуючого приводу взято з дисертації [1]: $\tau_1 = 0{,}1$ с, $\tau_2 = 0{,}05$ с, $k = 1{,}8$ с$^{-1}$. Період дискретизації припускається рівним $T_0 = 0{,}1$ с. Множина Ω векторів $\hat{c}$ визначено як

$$\Omega = [0{,}14,\ 0{,}22] \times [0{,}3,\ 1{,}0] \times [0{,}6,\ 30{,}0].$$

Результати модельних експериментів подано на рис. 4 і 5.

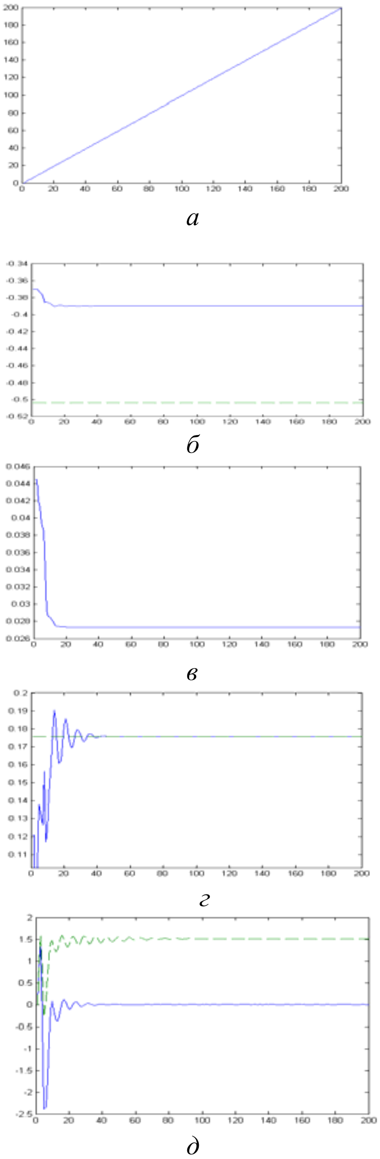


Рис. 4. Результати модельних експериментів при $y_n^0 = n$: *а* – задавальний вплив; *б* – оцінка $a'(n)$ (суцільна лінія) та її точне значення a' (перервна лінія); *в* – функція Ляпунова; *г* – оцінка μ_n (суцільна лінія) та її точне значення μ (перервна лінія); *д* – розузгодження e_n в системі з компенсатором (суцільна лінія) і без компенсатора (перервна лінія)

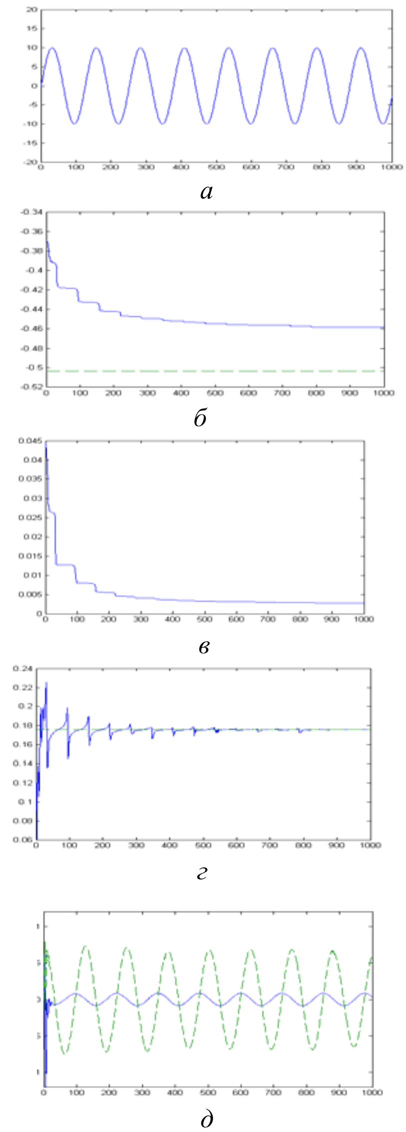


Рис. 5. Результати модельних експериментів при $y^0 = 10\sin 0{,}05n$: *а* – задавальний вплив; *б* – оцінка $a'(n)$ (суцільна лінія) та її точне значення a' (перервна лінія); *в* – функція Ляпунова; *г* – оцінка μ_n (суцільна лінія) та її точне значення μ (перервна лінія); *д* – розузгодження e_n в системі з компенсатором (суцільна лінія) і безкомпенсатора (перервна лінія)

Із рис. 4, *б* і 5, *б* видно, що оцінка $a'(n)$ не збігається до її істинного значення a' (як і інші оцінки, графіків яких не показано на цих рисунках), тоді як функція Ляпунова V_n дійсно не зростає (рис. 4, *в* і 5, *в*). Натомість спостерігається збіжність оцінки μ_n до μ (рис. 4, *г* і рис. 5, *г*). Цей примітний факт відкриває можливість точної компенсації складової похибки e_n, пропорційної Δy_n^0, якщо $n \to \infty$.

Як показують графіки, зображені на рис. 4, *д* і рис. 5, *д*, введення компенсатора дозволяє не менш, ніж на порядок зменшити похибку e_n в усталеному режимі.

Висновки

1. За досить великої апріорної невизначеності стосовно вектора невідомих параметрів об'єкта може існувати непорожня обмежена множина можливих значень коефіцієнтів поліномів, що визначають передавальну функцію таких об'єктів, яким властива повна керованість.

2. Як алгоритм адаптації можна використовувати просту рекурентну процедуру розв'язання певної системи нерівностей.

3. В умовах припущень щодо множини належності вектора невідомих параметрів ПНЧ за обмеженої швидкості зміни задавального впливу синтезована адаптивна система керування рухом залишається дисипативною за станом.

4. Настроюваний параметр прямого зв'язку за задавальним впливом асимптотично наближається до його оптимального значення, незважаючи на те, що збіжність оцінок параметрів об'єкта до їх істинних значень не гарантується.

5. Уведення прямого зв'язку за задавальним впливом дозволяє суттєво підвищити точність системи в усталеному режимі.

Література

1. *Житецкий Л. С.* Вопросы компенсации динамических ошибок цифровых систем программного управления: Дис. … канд. техн. наук / АН УССР. Ин-т кибернетики.– К., 1968. .– 186 с.
2. *Gross E., Tomizuka M.* Experimental flexible beam tip tracking control with a truncated series approximation to uncancelable inverse dynamics //IEEE Trans. on Control Systems Technology. – 1994. – 2, N4. – P. 382 – 391.
3. *Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К.* Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности. – К.: Техніка, 1988. – 208 с.
4. *Кунцевич В. М., Крементуло Ю. В.* Теория инвариантности импульсных и самонастраивающих импульсных систем / Докл. на 2-м Междунар. конгр. ИФАК. – М.: ВИНИТИ. – 1963. – 40 с.
5. *Astrom K. J., Hagander P., Strenby J.* Zeros of sampled systems // Automatica. – 1982. – 20, N1. – P. 31–38.
6. *Робастные* методы оценивания, идентификации и адаптивного управления / В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин, Л. С. Житецкий, Н. Н. Куссуль – К.: НАУ, 2004. – 500 с.
7. *Азарсков В. М, Житецький Л. С., Сущенко О.А.* Синтез цифрової системи автосупроводження з адаптивною обробкою вимірювальних сигналів //Вісн. Півн. наук. центру ТАУ. – 2004. – Вип. 7. – С. 48–59.
8. *Адаптивная* цифровая следящая система с астатизмом второго порядка / Л. С. Житецкий, О. А. Сущенко, Ю. А. Артасюк, А. Н. Голота // Електроніка та системи керування. – 2005. – № 4(6). – С. 96–104.
9. *Катковник В. Я., Полуэктов Р. А.* Многомерные дискретные системы управления. – М.: Наука, 1966. – 466 с.

Стаття надійшла до редакції 29.11.06.