АЕРОКОСМІЧНІ СИСТЕМИ МОНІТОРИНГУ ТА КЕРУВАННЯ

УДК 621.396.96

[1]**І. В. Остроумов,** асп.
[2]**О. Г. Кукуш** , д-р фіз.-мат. наук, проф.
[3]**В. П. Харченко**, д-р техн. наук. проф.

БАГАТОАЛЬТЕРНАТИВНА КЛАСИФІКАЦІЯ СИТУАЦІЙ ПОВІТРЯНОГО СТАНУ У ВИПАДКУ, КОЛИ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТІ ВІДОМІ НЕТОЧНО

[1]НАУ, кафедра аеронавігаційних систем, , E-mail: ostroumov@ukr.net
[2]Київський національний університет імені Тараса Шевченка, механіко-математичний факультет,
E-mail: alexander_kukush@univ.kiev.ua
[3]НАУ, кафедра аеронавігаційних систем, E-mail: kharch@nau.edu.ua

Запропоновано методику розпізнавання класу ситуацій і розрахунку ймовірності правильності вибору за формулою Баєса з урахуванням неточності задання щільності. Застосування такої методики сприяє підвищенню достовірності розпізнавання класу наявної повітряної ситуації, що допоможе на більш ранньому етапі уникнути можливої конфліктної ситуації.

A method for identification class of air situation is proposed. Also this article represents the algorithm for calculating probability of correct selection by Bayes formula when the frequency distribution is known roughly. This method is raising accuracy of identification of air situation classes and makes it possible to avoid the conflict situation earlier.

Багатоальтернативна класифікація ситуацій повітряного стану

На політ повітряного корабля (ПК) впливає цілий спектр факторів, що дають про себе знати через відхилення деяких параметрів польоту ПК від оптимальних значень. У результаті виникає цілий спектр можливих ситуацій повітряного стану. Факторами, що впливають на нормальний хід польоту, можуть бути: погіршення точності визначення свого місцеперебування, несприятливі метеорологічні умови, похибки в пілотуванні, похибки диспетчера та ін. Такі «незаплановані» відхилення ПК від заданої траєкторії руху можуть призвести до виникнення конфліктної ситуації і стати причиною катастрофи. Тому цілком очевидна потреба постійно стежити за положенням ПК у просторі на випадок відхилення і точно класифікувати повітряну ситуацію під час польоту.

Розглянемо класифікацію повітряного стану, наведену в праці [1]. Для польоту по трасі у вертикальній площині запроваджують таку класифікацію ситуацій: нормальна ситуація (S_1), ускладнення умов польоту (S_2), складна ситуація (S_3), аварійна ситуація (S_4), катастрофічна ситуація (S_5). Кожна із цих ситуацій (рис. 1) характеризується деякою величиною відхилення значень висоти від заданих.

У межах кожного класу оцінювану величину розподілено, наприклад, за нормальним законом (рис.1) Кожному з класів S_k, де $k=\overline{1,5}$, відповідає математичне сподівання m_k та своя дисперсія σ_k^2 . Належність до певного класу визначають за максимумом апостеріорної ймовірності, що розраховують за формулою Баєса [2].

Кожний з класів характеризується щільністю розподілу $\rho(x)$ параметра x, що відповідає висоті польоту ПК (рис. 1). Але в дійсності для виконання вимірювань відоме неточне значення щільності $\hat{\rho}(x)$. Тому постає потреба враховувати цю неточність у формулі Баєса при розрахунку ймовірності правильного вибору класу.

Визначення класу ситуації

Попадання ПК у певний клас ситуації характеризується апріорною ймовірністю. Розрахунок апріорних імовірностей доцільно виконувати за методикою, описаною у праці [2]. Апріорні ймовірності враховують норми ешелонування і вище ЕП290 мають такий вигляд:

$$p_1 = 2\Phi(0{,}3)\ ;$$
$$p_2 = \Phi(1) - \Phi(0{,}3)\ ;$$
$$p_3 = \Phi(1{,}7) - \Phi(1)\ ;$$
$$p_4 = \Phi(2{,}3) - \Phi(1{,}7)\ ;$$
$$p_5 = \Phi\left(2 + \frac{d}{300}\right) - \Phi\left(2 - \frac{d}{300}\right)\ ,$$

де Ф(x) – функція розподілу стандартної гауссівської величини; $2d$ – геометричні розміри ПК у вертикальній площині.

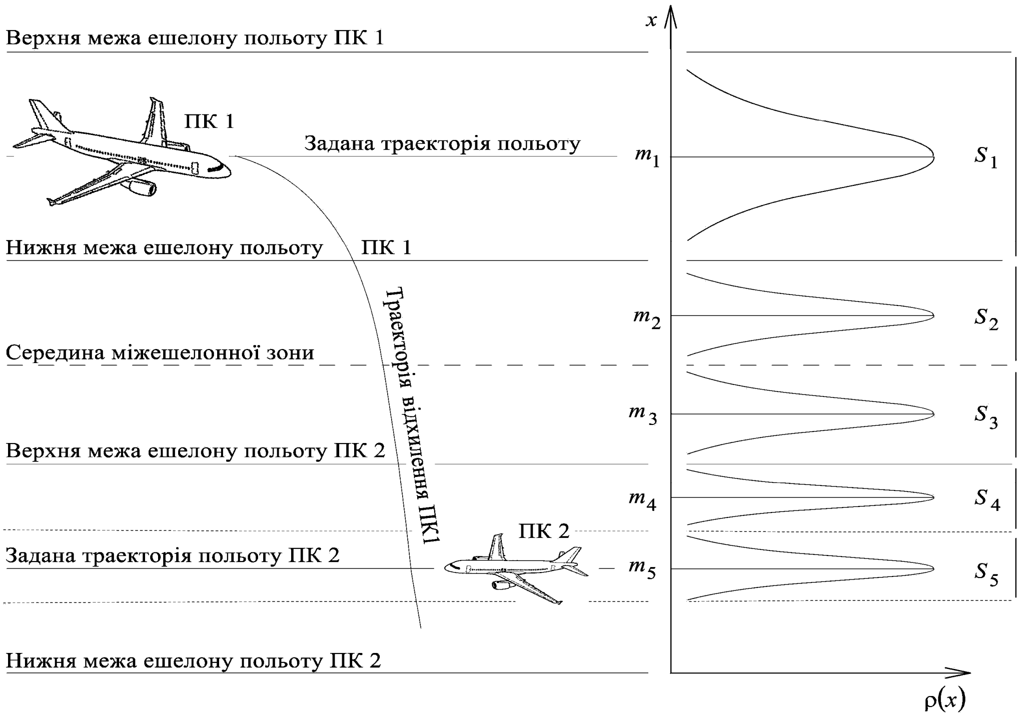

Рис. 1. Багатоальтернативна класифікація ситуацій повітряного стану ПК у вертикальній площині

Математичне сподівання і дисперсія для кожного з класів розраховують залежно від висоти заданої траєкторії руху ПК, оскільки для різних висот польоту притаманні різні параметри ешелонування.

Середньоквадратичне відхилення (σ) для кожного з класів вибирають за «правилом 2σ» так, щоб кожній межі для класу відповідало значення 2σ (рис. 1) «Правило 2σ» використовують з метою, щоб за вибраної щільності ймовірність відповідної ситуації дорівнювала приблизно 95%. Наприклад, вище ЕП 290 відповідно до розподілу класів ці значення σ будуть такими [2]:

$$\sigma_1 = 45,$$
$$\sigma_2 = \sigma_3 = 52{,}5,$$
$$\sigma_4 = 45,$$
$$\sigma_5 = \frac{d}{2}.$$

Під час польоту бортовим обладнанням ПК безупинно відслідковується положення літака у просторі. У результаті виконання вимірювань маємо n незалежних спостережень $x_1,\ldots,x_n$ параметра x дійсної висоти польоту. Кожному з вимірювань відповідає своя щільність $\rho_1(x),\ldots,\rho_5(x)$.

Оскільки щільності $\rho_1(x),\ldots,\rho_5(x)$ відомі неточно, позначимо їх відомі наближені значення через $\hat{\rho}_1(x),\ldots,\hat{\rho}_5(x)$. Реально їх будують за допомогою деякої навчальної вибірки (обсягом m) і враховують статистичні оцінки, побудовані за цією вибіркою.

За спостереженнями $x_1,\ldots,x_n$ будують щільності

$$\hat{\rho}_k^{(n)}\left(x^{(n)}\right) = \prod_{i=1}^{n} \hat{\rho}_k\left(x_i\right),$$

де $x^{(n)} = (x_1 \ldots x_n)$, $k = \overline{1{,}5}$.

Рішення щодо належності ситуації до k-го класу може бути прийнято за умови

$$p_k \hat{\rho}_k^{(n)}\left(x^{(n)}\right) = \max\left\{p_j \hat{\rho}_j^{(n)}\left(x^{(n)}\right), j = \overline{1{,}5}\right\}.$$

Якщо максимум досягається на декількох класах, тоді рішення приймається на користь будь-якого з класів за відповідних $j_1 \ldots j_p$. Наприклад, на користь $S_{j_{\min}}$, де $j_{\min} := \min\left(j_1 \ldots j_p\right)$.

Імовірність правильного розпізнавання класу ситуації можна подати у вигляді [3]

$$P_п = \hat{P}_п + R_1,$$

де $\hat{P}_п$ – імовірність правильного розпізнавання, за умови, якби істинними були щільності $\hat{\rho}_k$, а не ρ_k, $k = \overline{1{,}5}$; R_1 – похибка, що враховує неточність завдання щільності.

Реально знайти конкретне значення для похибки R_1 дуже складно. Проте можна знайти інтервал, що містить величину цієї похибки. Тоді, після знаходження максимально допустимого значення похибки R_1, стає можливим оцінити ймовірність правильного розпізнавання класу ситуації за умови, коли щільності розподілу відомо неточно.

Тоді маємо нерівність

$$P_n \geq \hat{P}_{\text{п}} - \left|R_1\right|. \tag{1}$$

Розрахунок імовірності правильного розпізнавання за формулою Баєса

Належність до певного класу визначаємо максимумом апостеріорної ймовірності за формулою Баєса [4]:

$$\max_{1\leq k\leq 5} \hat{q}_k\left(x^{(n,j)}\right) = \frac{\max\limits_{1\leq k\leq 5}\left(p_k \hat{\rho}_k^{(n)}\left(x^{(n,j)}\right)\right)}{\sum\limits_{k=1}^{5} p_k \hat{\rho}_k^{(n)}\left(x^{(n,j)}\right)} \tag{2}$$

Тоді згідно з працею [3]

$$\hat{P}_{\text{п}} = \hat{E} \max_{1\leq k\leq 5} \hat{q}_k\left(x^{(n,j)}\right),$$

де $\hat{E}$ – символ математичного сподівання за умови, що $x^{(n,j)}$ має щільність розподілу $\sum\limits_{k=1}^{5} p_k \hat{\rho}_k^{(n)}\left(x^{(n,j)}\right)$, $1 \leq j \leq M$.

Наближене значення $\hat{P}_{\text{п}}$ отримуємо застосуванням методу Монте-Карло до формули Баєса (2):

$$\hat{P}_{\text{п}} \approx \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M} \frac{\max\limits_{1\leq k\leq 5}\left(p_k \hat{\rho}_k^{(n)}\left(x^{(n,j)}\right)\right)}{\sum\limits_{k=1}^{5} p_k \hat{\rho}_k^{(n)}\left(x^{(n,j)}\right)}, \tag{3}$$

де M – кількість реалізацій, в кожному з яких маємо n вимірювань. Кількість реалізацій можна визначити з умови

$$\frac{\hat{P}_{(M)}}{\hat{P}_{(M-1)}} \geq 0{,}005\,. \tag{4}$$

Згідно з виразом (4) потрібно продовжувати вимірювання висоти польоту ПК доти, доки приріст імовірності не буде досить малим.

Отримане значення ймовірності правильного розпізнавання можна використовувати тільки у випадку, коли щільності відомі точно. Для врахування неточності задання щільності потрібно обчислити похибку R_1, яка буде це враховувати.

Оцінювання похибки знаходження ймовірності правильного розпізнавання

Значною частиною похибки є максимум функції $\varphi(a,b)$ [3]. Функцію $\varphi(a,b)$ зображено на рис. 2;

$$\varphi(a,b) = 2\Phi\left(-\frac{a}{b}\right) - 1 + e^{a+\frac{b^2}{2}}\left(1 - 2\Phi\left(-b - \frac{a}{b}\right)\right).$$

Потрібне значення максимуму функції $\varphi(a,b)$ знаходимо для параметрів, що лежать у межах:

$-\delta_1 \leq a \leq 0,\ 0 \leq b \leq \delta_2$.

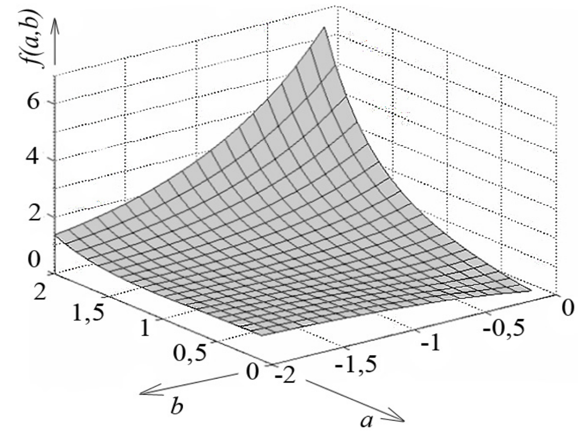

Рис. 2. Зовнішній вигляд поверхні $f = \varphi(a,b)$

Граничні значення для параметрів a та b необхідно розраховувати за формулами

$$\delta_1 = \delta_1(n) = -\frac{n}{2}\left[h + \ln(1-h)\right],$$

де $h = \dfrac{\sqrt{2}\cdot n_{\alpha/2}}{\sqrt{m}}$ за умови, що $0 < h < 1$;

$n_{\alpha/2}$ – $\dfrac{\alpha}{2}$ квантиль нормального закону (функція є оберненою до функції нормального розподілу і табличною);

$$\delta_2 = \delta_2(n) = \frac{\sqrt{n}\sqrt{3}n_{\alpha/2}}{\sqrt{m}}.$$

Вони залежать від обсягу навчальної вибірки m і кількості вимірювань n.

Позначимо максимум функції $\varphi(a,b)$ через функцію $\omega_\varphi(\delta_1,\delta_2)$, тобто:

$$\omega_\varphi(\delta_1,\delta_2) = \max\{\varphi(a,b),\ -\delta_1 \leq a \leq 0,\ 0 \leq b \leq \delta_2\}.$$

Тоді похибку R розрахунку ймовірності правильного розпізнавання за правилом Баєса в разі неточного задання щільності можна визначити нерівністю [3]

$$\left|R\right| \le \sum_{k=1}^{5} p_k \omega_{\varphi}\left(\delta_1^{(k)}(n), \delta_2^{(k)}(r \quad (5)$$

,
де p_k – апріорні ймовірності класів.

Залежність похибки R від кількості вимірювань n для різних значень навчальної вибірки m показано на рис. 3.

Загалом імовірність правильного розпізнавання з урахуванням неточності задання щільності (1) можна оцінити нерівністю

$$P_{\text{п}} \ge \hat{P}_{\text{п}} - \left(R + 1 - (1-\alpha)^5\right),$$

де α – рівень довіри.

Методику розрахунку можна подати у вигляді схеми. Схему роботи програми моделювання обчислення ймовірності правильного розпізнавання з урахуванням неточного опису щільності показано на рис. 4.

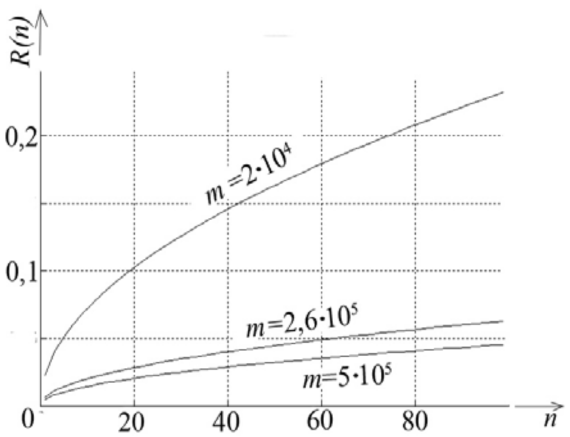

Рис. 3. Залежність похибки від кількості вимірювань для різних значень обсягу навчальної вибірки

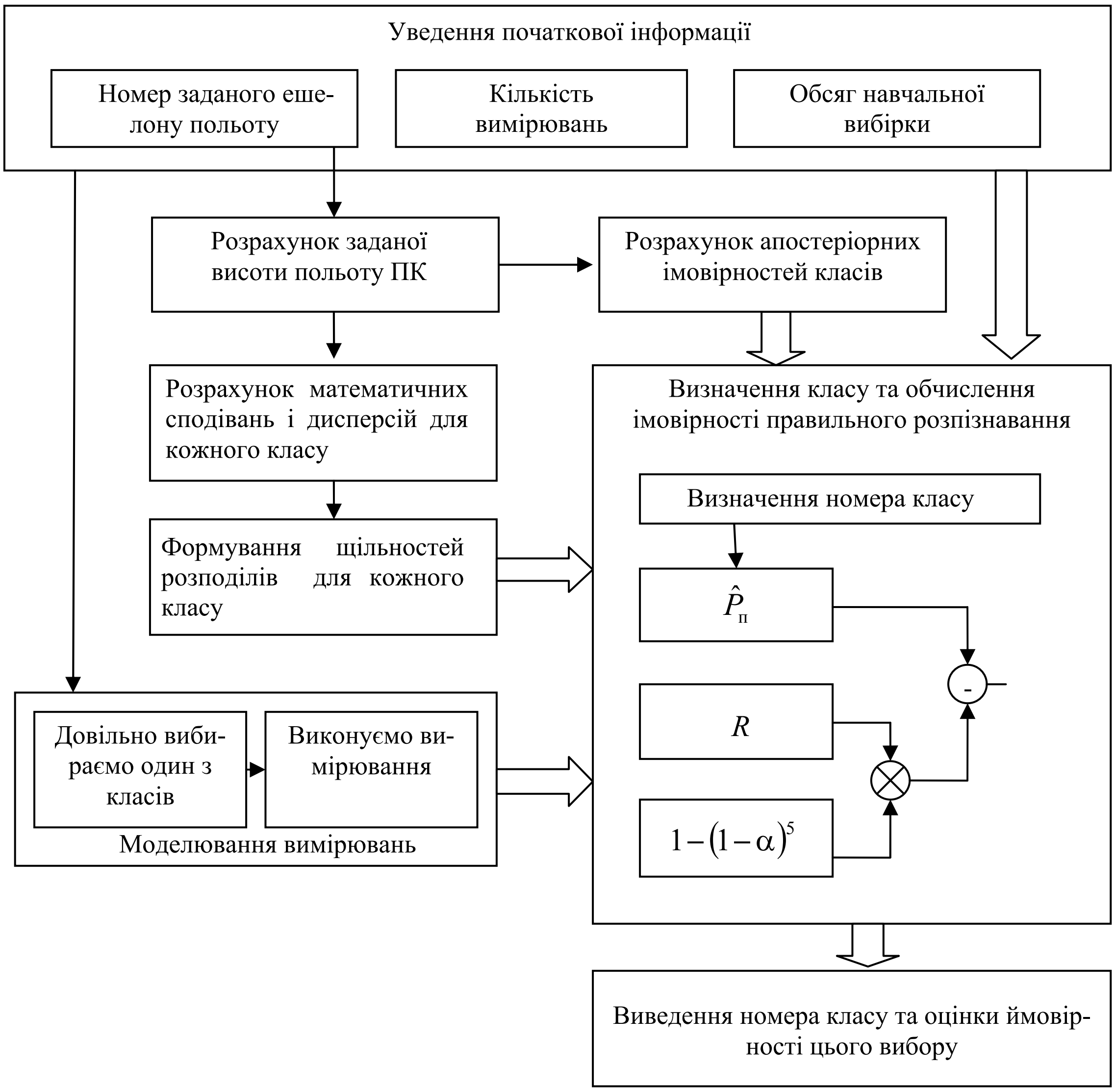

Рис. 4. Схема роботи програми визначення ймовірності правильного розпізнавання з урахуванням неточного задання щільності розподілу

Результати оцінки ймовірності правильного розпізнавання класу ситуації у випадку, коли щільності розподілу відомі неточно

Вихідні дані		Результати		
Обсяг основної вибірки *n*	Обсяг навчальної вибірки *m*	$\hat{P}_{п}$	R_1	$P_{п} \geq \hat{P}_{п} - R_1$
10	10^3	0,9	0,3	0,6
	10^5	0,93	0,03	0,9
20	10^3	0,99	0,50	0,49
	10^5	0,99	0,045	0,945

Розрахунок імовірності правильного розпізнавання

Виконаємо оцінку ймовірності правильного розпізнавання для неточно відомих щільностей розподілу у випадку п'ятикласової класифікації повітряного стану за схемою, зображеною на рис. 4.

Знайдемо значення ймовірності правильного розпізнавання за формулою Баєса (3) і максимальне значення для похибки, що враховує неточність задання щільностей (5). Розрахунок виконаємо за двома різними обсягами основної вибірки і для різних значень обсягу навчальної вибірки. Отримані результати при $\alpha = 0{,}01$ наведено у таблиці.

Висновок

У ході дослідження отримано методику визначення класу ситуації і розрахунку ймовірності правильного розпізнавання з урахуванням неточного опису щільності. Визначено певний інтервал значень величини похибки (5), що враховує неточність задання щільності розподілу для обчислення апостеріорної ймовірності у формулі Баєса.

Виконано розрахунок параметрів, що оцінюють імовірність правильного розпізнавання у разі неточного задання щільностей розподілу для декількох значень обсягу основної вибірки за різних значень обсягу навчальної вибірки; результати наведено у таблиці.

Наведена методика дає змогу своєчасно і точно визначити клас наявної повітряної ситуації, що, у свою чергу, допоможе на більш ранньому етапі уникнути можливої конфліктної ситуації.

Література

1. *Безпека* авіації: Монографія // В. П. Бабак, В. П. Харченко, В. О. Максимов та ін. – К.: Техніка, 2004. – 584 с.
2. *Харченко В. П., Косенко Г. Г.* Многоальтернативный последовательный метод в задачах ситуационного анализа воздушной обстановки // Моделирование радиоэлектронных систем и комплексов обеспечения полётов: Сб. науч. тр. – К.: КМУГА, 1996. – С. 3–10.
3. *Остроумов И. В., Кукуш А. Г., Харченко В. П.* Оценка вероятности правильного распознавания по правилу Байеса при неточно известной плотности распределения // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2007. № 6.
4. *Закс Ш.* Теория статистических выводов: Пер. с англ. Е. В. Чепурина. – М.: Мир, 1975. – 776 с.

Стаття надійшла до редакції 12.02.07.