

ІНФОРМАЦІЙНО-ДІАГНОСТИЧНІ СИСТЕМИ

УДК 531.77 (045)

Ю. В. Куц, д-р. техн. наук, проф.
Л. М. Щербак, д-р. техн. наук, проф.

З ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ КУТОВИХ ВИМІРЮВАНЬ

НАУ, Інститут інформаційно-діагностичних систем, ivs@nau.edu.ua

Розглянуто історичні аспекти розвитку куткових вимірювань, актуальні питання сучасної кутометрії, застосування під час дослідження циклічних процесів.

The historical aspects of angular measurements development, urgent questions of modern angular measurements, application for research of cyclic processes are considered.

Вступ

Кут, як і час, маса, лінійні розміри, належить до тих фізичних величин, які мають стародавню історію вивчення і використання. З давніх часів землеробство і прогнозування сезонних природних явищ, архітектура і будівництво, судноплавство, астрономія та багато інших галузей практичної діяльності людини потребували визначення кількісних співвідношень для характеристики кутів. Осмислення часу і дослідження ряду непізнаних фізичних явищ та ефектів здійснювались безпосередньо через кутові вимірювання. Починаючи з великих географічних відкриттів древніх мореплавателів в історії людства, значну їх кількість зроблено завдяки саме кутовим вимірюванням.

Природним шляхом сформувалась окрема галузь вимірювань – *вимірювання кутів* – галузь знань, яка пов'язана з методами та засобами вимірювання кутів на площині та в просторі.

Сьогодні вимірювання кутів та застосування пов'язаних з ними уявлень і способів обробки експериментальних даних широко використовуються в геодезії, картографії, навігації, локації, астрономії, фізиці, геофізиці, машинобудуванні й енергетиці, метеорології, психології, біології, медицині та інших галузях.

Виникнення та розвиток куткових вимірювань

Історичні факти кутометрії. Витоки кутометрії беруть початок із сивої давнини (III–II тис. до н.е), із стародавніх цивілізацій Шумер, Вавілонії та Єгипту [1; 2; 3]. Саме тоді сформувались основні фундаментальні поняття, які стали підґрунтям для розвитку сучасних методів кутометрії. Особливо плідно цей розвиток відбувався завдяки нагальним потребам у точному вимірюванні часу. До цього періоду належить

винахід сонячного годинника – по суті першого перетворювача фізичної величини – часу в кут. Стародавні вавілонці сконструювали сонячний годинник, у якому час визначався не за довжиною тіні, а за її напрямком. Це дозволило значно точніше і з постійною чутливістю визначати час.

Найпростіший сонячний годинник – *гномон* [3], являє собою вертикальний стрижень (він, власне, і називається гномоном), установлений в центрі горизонтальної площадки з круговою шкалою. У давнину гномони використовували не тільки для визначення часу, але й для визначення широти, висоти Сонця над горизонтом, місця його встановлення, нахилу екліптики до екватора. Використовуючи вимірювання з гномоном в різних точках поверхні Землі на одному меридіані і спираючись на гіпотезу про її форму у вигляді кулі видатний древньогрецький вчений Ератосфен (276 – 194 рр. до н.е.) уперше вирахував довжину дуги земного меридіана. Схему його експерименту показано на рис. 1.



Рис. 1. Експеримент Ератосфена з визначення довжини дуги меридіана Землі

У цьому експерименті з трикутника *ABC* отримано кут $\alpha = 7^{\circ}12'$, після чого визначено довжину кола Землі: $L = AD \frac{360^{\circ}}{7^{\circ}12'}$. Отриманий Ератосфеном результат – 39375 км лише на 2% відрізняється від визначеного в наш час значення $L = 40075,7$ км.

У період з VII ст. до н.е. до I ст. до н.е. відбувався активний розвиток геометрії у

Стародавній Греції. Першу систематизацію знань з геометрії, включаючи знання, здобуті під час дослідження операцій з плоскими кутами, відображено в елементарній геометрії Евкліда – праці «Начала» (III ст. до н.е.).

Значний внесок у розвиток кутових вимірювань зробили видатні математики і астрономи середньовіччя на Близькому Сході. Так, наприклад, уродженець Хіви (Хорезму) Абу Абдалла Мухаммед ібн Муса аль-Хорезмі (приблизно 780–850 рр.) увів у практику обчислень синус, почав широко застосовувати тригонометричні функції кутів для розв'язання задач гномоніки – науки про сонячні годинники.

Інший відомий вчений Сходу Абу-Рейхан-Мухаммед ібн Ахмед аль-Біруні (972–1048 рр.) на початку XI ст. виконував надзвичайно точні кутові вимірювання [3]. Він виміряв кут нахилу екліптики до екватора і в 1020 р. отримав таке його значення – $23^{\circ}34'0''$ (за результатами сучасних вимірювань отримано значення $23^{\circ}34'45''$), розробив метод визначення радіуса Землі (за його вимірюваннями та розрахунками радіус становив 6490 км), першим визначив усі шість тригонометричних функцій на колі.

Сучасник аль-Біруні – єгипетський математик, астроном та фізик ібн аль-Хайсам (965–1039 рр.), досліджував заломлення світла, розробив методи вимірювання кутів заломлення.

Розвиток астрономії і геодезії – наук, значну частину змісту яких становлять кутові вимірювання на небесній сфері та на поверхні землі, привів до створення плоскої і сферичної тригонометрії. Розроблена видатним німецьким математиком К. Гауссом теорія похибок здебільшого була спрямована на задоволення потреб кутових вимірювань в астрономії [4]. У цих задачах похибки були настільки малими (частки процентів), що допускали лінійну апроксимацію. Це дало можливість К. Гауссу і його послідовникам розробити і розвинути лінійну теорію похибок.

На основі наукових праць французького математика Р. Декарта у XVII ст. геометрія отримала нове дихання. Створений Р. Декартом метод координат дозволив поєднати методи алгебри і геометрію.

Значну роль у кутових вимірюваннях відіграло і відіграє число π – відношення довжини кола до його діаметра ($\pi \approx 3,14\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\dots$). Уже в середині першого тисячоліття китайський математик Цзу Чун чжі (429–500 рр.) дав наближене значення числа π у простих дробах спочатку як $22/7$ ($\sim 3,1429$), а пізніше як $335/113$ ($\sim 3,14159292$, тобто з похибкою

лише в шостому розряді після коми в його десятковому поданні) [5]. Результат Цзу Чун чжі був перевершений у 1427 р. самаркандським математиком і астрономом Джіат Еддін Джемшид аль-Каші, який приблизно у 1420 р. виразив відношення довжини кола до його радіуса у вигляді десяткового дробу більш ніж з 15 знаками [6]. Остаточо з'ясовано арифметичну природу цього числа у XVIII–XIX ст. І. Ламберт та А. Лежандр установили, що π – це ірраціональне число, а Ф. Ліндеман довів, що π є трансцендентним числом (не може бути коренем алгебричного рівняння з цілими коефіцієнтами) [7].

Інструменти і прилади для вимірювання кутів. Інструментарій кутових вимірювань налічує десятки найменувань приладів, які застосовуються у різних галузях науки і техніки. Деякі з них нині вийшли із вжитку і майже забуті, інші й сьогодні активно використовуються в технічних та лабораторних вимірюваннях [1; 3; 8–11; 19]. У більшості з них робочу міру кута виконано у вигляді лімба (кругової шкали) або кодового диска. Кут утворюється лініями візування на цілі (об'єкти), які визначаються за положенням наведених на них зорових труб чи алідад.

Нижче наведено приклади кутовимірювальних інструментів та приладів, які застосовуються у різних галузях – від найпростіших до надскладних з використанням сучасних досягнень електроніки, оптики, радіотехніки та інформаційних технологій.

В астрономії: *армілярна сфера* – древній астрономічний інструмент для визначення координат небесних світил, *астролябія* (рис. 2) – інструмент, який слугував до XVIII ст. для визначення широти і довготи, *квадрант* – старовинний астрономічний інструмент для вимірювання висоти небесних світил над горизонтом та кутових відстаней між ними (лімба квадранта складає $1/4$ частину кола).

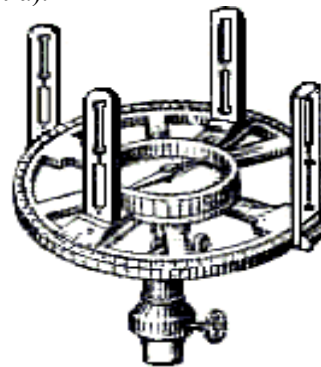


Рис. 2. Астролябія

У мореплаванні: *секстант* (рис. 3, а) – інструмент, який використовувався для

вимірювання висот небесних світил, *компас* – прилад, що вказує напрям географічного і магнітного меридіанів, *бусоль* – прилад для вимірювання на місцевості азимутів чи румбів напрямлення, *інклінатор* або *бусоль нахилень* (рис. 3, б) – прилад для вимірювання магнітного нахилення.

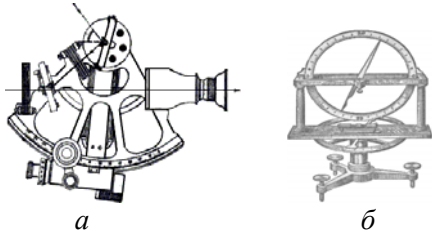


Рис. 3. Приклади кутовимірювальних приладів у мореплаванні: а – секстант; б – інклінатор

У військовій справі: *артилерійська бусоль* – прилад для вимірювання магнітних азимутів цілей, вертикальних і горизонтальних кутів, який використовується під час управління вогнем артилерії, *стереотруба* – артилерійській оптичний прилад для спостереження за полем бою з укриття і точного вимірювання вертикальних та горизонтальних кутів.

У геодезії: *екліметр* – портативний інструмент для вимірювання кутів у вертикальній площині на місцевості з невисокою точністю, *бульбашковий рівень* – прилад для орієнтації осей та площин інструментів відносно прямої лінії та вимірювання малих кутових відхилень від неї, *тахеометр* – вид теодоліта з далекомірним пристроєм, який використовується в геодезії для визначення кутів і відстаней без розрахунків.

У геофізиці: *інклінометр* – прилад для визначення кута нахилу і напрямлення викривлення бурової скважини, контролю положення її осі на підставі використання гравітаційного та магнітного полів Землі або гіроскопічного ефекту.

В авіації: *авіагоризонт* – прилад для вимірювання поздовжніх та поперечних кутів крену літака, *гіровертикаль* – прилад для визначення положення літака відносно лінії істинного горизонту і визначення кутів крену та тангажа, *показчики кутів атаки* літака.

В оптиці: *гоніометр* – пристрій для високо-точного вимірювання кутів між плоскими гранями твердих тіл у кристалографії, *оптоволоконний гіроскоп* (рис. 4) – надчутливий прилад для прецизійного визначення кута повороту об'єкта на основі кільцевого лазера, *поляриметр* – прилад для вимірювання ступеня поляризації і кута повороту площини поляризації світла.



Рис. 4. Оптиковолоконний гіроскоп

У гірничій справі: *півколо висяче* – прилад для визначення кута нахилу підземних горних виробок, *гірничий компас* – прилад для визначення елементів залягання гірничих порід (напрямків їх простягнення, падіння), *гірничий гірокомпас* – прилад для орієнтування шахт та контролю підземного знімання на шахтах розробки копалин з магнітними властивостями.

У машинобудуванні: *кутомір* – пристрій для вимірювання контактним методом кутів між двома площинами деталей та виробів, *мікрометр* – призначений для вимірювання зовнішніх розмірів деталей (його відліковий пристрій оснований на гвинтовій парі, яка перетворює обертальний рух мікрогвинта у поступальний рух рухомої вимірювальної п'ятки), *індикатор* – вимірювальний інструмент, стрілка якого показує на круглому циферблаті переміщення у невеликому інтервалі мірного штифта; принцип дії ґрунтується на використанні гвинтової пари.

Кутові вимірювання у фізичному експерименті та вимірювальній техніці. Багатий історичний досвід використання кутів, їх математична обґрунтованість, висока точність вимірювання, проста геометрична інтерпретація, тлумачення отриманих результатів та наочність спонукали фізиків шукати і застосовувати способи перетворення різних фізичних величин у кут для дослідження нових фізичних явищ та ефектів. Кутові вимірювання як метод дослідження та візуалізації об'єктивно існуючих природних явищ часто приводили до блискучих відкриттів. Розглянемо найбільш цікаві, на наш погляд, приклади використання кутометрії у фізичному експерименті.

Видатні російські академіки М. В. Ломоносов та Г. В. Ріхман використали для дослідження атмосферної електрики у 1752–1754 рр. розроблений ними прилад “електричний показчик” або “електричний гномон” [12]. Основними елементами електричного показчика є залізна лінійка, льняна нитка і дерев'яний квадрант з рівномірно нанесеними цифрованими поділками. Під час торкання лінійки до наелектризованого тіла нитка відхиляється на певний кут, який

визначається з рівноваги сил тяжіння та електростатичної взаємодії по шкалі квадранта.

В цьому приладі використано принцип зрівноважування двох механічних моментів, що діють на рухому частину приладу, – обертального, що залежить від вимірюваної величини, і протидіючого, який не залежить від вимірюваної величини. Цей принцип було покладено в основу розроблення різноманітних електровимірювальних приладів прямої дії.

Оригінальний спосіб використання кутових вимірювань демонструє прилад “крутильні ваги Кулона” [13] (рис. 5), який у 1785 р. був винайдений і застосований французьким фізиком Шарлем Кулоном для визначення закону взаємодії точкових зарядів. У цьому приладі роль покажчика кута відіграла підвішена на срібній нитці стрілка. Принцип дії приладу ґрунтується на використанні двох обертальних моментів – моменту, що необхідний для закручування нитки, та моменту, створеного дією сили електростатичної взаємодії заряджених кульок.

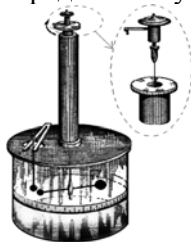


Рис. 5. Крутильні ваги Кулона

Англійський хімік і фізик Генкі Кавендіш застосував кутові вимірювання в експерименті з визначення гравітаційної постійної, поставленою ним у 1798 р. [14]. В експерименті вимірювалось притягання двох важких кульок розміром з людину, які були закріплені на кінцях підвішеного за середину стрижня. Для підвищення чутливості приладу кут повороту стрижня визначався за допомогою “оптичного важеля” – за зміщенням світлового променя, відбитого закріпленою на стрижні люстерком.

Отримане Г. Кавендішем значення гравітаційної постійної лише на 0,5% відрізняється від сучасного значення гравітаційної постійної.

У 1851 р. французький фізик Жан Бернар Леон Фуко (1819–1868 рр.) виконав знаменитий експеримент з маятником, який мав великий період коливань (маятником Фуко) [15]. У маятнику Фуко вантаж підвішувався на тонкому дроті довжиною 67 м. Зміна в часі кутового положення площини качання маятника доводила факт обертання Землі навколо своєї осі.

У вимірювальній техніці кути використовуються для вимірювальних перетворень і по-

дання результату вимірювання. Зручність використання кутів для вимірювань різних фізичних величин вчені помітили давно. Відомо, наприклад, що в період 1846–1848 рр. з’явилися “металеві” манометри М. Бурдона [1]. Чутливим елементом цього приладу була зігнута дугою металева трубка з перетином у формі еліпса. Під дією тиску трубка розпрямлювалася і через систему важелів рухала стрілка приладу.

Серед безлічі відомих вимірювальних приладів, дія (або система відліку) яких ґрунтується на перетворенні кутів, можна виділити такі: механічні *годинники*, у яких час перетворюється у кут повороту α стрілки, *важільні терези* з перетворенням “маса – α ”, *динамометр* з перетворенням “зусилля – α ”, *анероїд* (металевий барометр) – “тиск повітря – α ”, *манометр* – “тиск рідини – α ”, *тахометр* – “швидкість обертання механічних деталей – α ” тощо.

Перетворення електричного струму чи напруги в α використовується в електровимірювальних механізмах різних систем, дзеркальних гальванометрах, призначених для вимірювання надмалих струмів та кількості електрики і т. ін. Ці прилади характеризуються високою економічністю, зручністю зорового сприйняття оком людини.

Спеціальні пристрої на основі *магнесинів* та *сельсинів* дозволяють синхронно відтворювати значення кутів на відстані без механічного зв’язку (наприклад, для передачі на відстань показань різних вимірювальних приладів).

Наведені приклади свідчать про те, що кут і кутові вимірювання протягом усього розвитку цивілізації не тільки активно використовувались у житті та практичній діяльності людини, але й були ефективним інструментом пізнання людиною навколишнього світу.

Одиниці виміру кутів та їх відтворення

Окремо зупинимось на питанні одиниць виміру кутів. Багатостолітня практика кутових вимірювань і сила традиції в цій галузі не дозволили метричній десятковій системі одиниць повністю увійти в царину кутових вимірювань. Для кутів не витримується десятковий принцип формування кратних і часткових одиниць їх вимірювання.

Історичні факти становлення одиниць. Досліджуючи питання походження одиниць виміру кутів деякі автори [2] припускають, що ще жреці стародавнього Вавілона, усвідомлюючи процес зміни природних циклів на Землі приблизно за 360 діб, розділили коло на відповідну

кількість рівних частин, яким відповідає кут в один градус – 1° . У праці [3] висловлено інше припущення: поділ кола на 360 градусів, кожного градуса – на 60 minut і кожної минути – на 60 секунд походить від шумерів (приблизно 2100 р. до н.е.), які вміли вимірювати кути з точністю до декількох minut.

Можна припустити, що надалі, завдячуючи сонячному годиннику, в якому часові інтервали вимірюються через кути, кратність одиниць виміру кута числу 60 стали використовувати і для вимірювання часу. І сьогодні в годині 60 хвилин, у хвилині – 60 секунд (а не 100, що може здаватись більш раціональним з огляду на широке використання метричної системи). Але ці гіпотези не мають чіткого наукового обґрунтування.

Суттєвий внесок в розробку одиниць виміру кутів зробили древньогрецькі математики і астрономи. Їх досягнення ґрунтовно викладено у праці [6]. Відомий астроном Стародавньої Греції Клавдій Птоломей (II ст. н. е.) ділив коло на 360 частин, для позначення яких застосовував слово “ $\tau\mu\prime\mu\alpha\tau\alpha$ ”, тобто “відрізки”, яке було переведено латинським словом “segmentes”. Птоломей скорочено позначав їх як μ° . Потім почали писати лише один верхній символ – кружечок, який зберігся до нашого часу для позначення градуса.

Кожну з рівних частин (градусів) Птоломей поділяв на 60 частин, які він назвав “ $\lambda\epsilon\lambda\tau\alpha$ ”, що дослівно означає “дріб’язок”, або “першими шести десятими”. Наступні два шестидесяткові поділення він назвав “другими шестидесятими” і “третьими шестидесятими”. У перекладі на латину ці одиниці отримали назви відповідно “minuta prima”, “minuta secunda”, “minuta tertia” (тобто перша мінута, друга мінута і третя мінута). Слово “minuta” означає “зменшена”, “дрібна”. Сучасне позначення кутових minut і секунд штрихами ($1'$, $1''$) відповідає введеному Птоломеем позначенню шестидесяткових розрядів.

Сучасні одиниці виміру кутів. Природною одиницею плоского кута є повний плоский кут величиною 2π – кут, на який має бути повернуто тверде тіло, що обертається навколо нерухомої осі, щоб усі його точки зайняли початкове положення [16], або кут, на який має бути повернутий промінь навколо точки, з якої він виходить до суміщення з його початковим положенням. На практиці застосовують часткову одиницю – частину кута повного оберту. Відомо, що плоский кут θ визначається як відношення довжини дуги l , що відповідає цен-

тральному куту θ на колі радіуса R , до величини цього радіуса: $\theta = l/R$.

Виходячи із загальних міркувань когерентна одиниця виміру кута в системі СІ повинна була бути безрозмірною: $[\theta] = \frac{[l]}{[R]} = \frac{m}{m} = 1$.

Проте це не завжди зручно. Тому в системі СІ визначено одиницю виміру плоского кута один радіан – центральний кут, який утворено двома радіусами кола, що відсікають на колі дугу, довжина якої дорівнює величині R . Таким чином, радіан ділить коло одиничного радіуса на 2π частин. Розгорнутий кут дорівнює π радіанів. У системі одиниць СІ радіан віднесено до додаткових одиниць. ДСТУ 3651.0–97 [17] визначає радіан як безрозмірну похідну одиницю, назва якої може бути використана у поданні інших похідних одиниць там, де це зручно.

Радіан як додаткова одиниця системи одиниць має виняткову особливість – незалежність від вибору основних одиниць довільної системи одиниць. Державний стандарт [17] дозволяє застосовувати поряд з радіаном і інші позасистемні одиниці виміру плоского кута – градуси, минути, секунди та гради.

Град – це $1/100$ прямого кута (позначається через 1^s). Цю одиницю було запропоновано під час введення метричної системи мір. Утворюють часткові одиниці для града здійснюється через коефіцієнт $1/100$, наприклад, один садтиград дорівнює одній сотій града: $1^c = 0.01^s$. Град широко застосовують у західних країнах, хоча в нашій країні ця одиниця не набула широкого використання.

Градус уведено як $1/90$ частину прямого кута (один градус містить 60 кутових minut, або 3600 кутових секунд: $1^\circ = 60' = 3600''$). Куту 2π радіан у градусній мірі відповідає 360° . Некогерентній одиниці плоского кута в один оберт відповідає один повний цикл (2π радіан).

Розвиток робочих мір кутів. Довгий час лімб залишався єдиною робочою багатозначною мірою кута. Автоматизація кутових вимірювань та застосування цифрової техніки привели до створення і використання кодового диска, який перетворює кут у двійковий код. Для безконтактного оптичного перетворення застосовують оптично прозорі диски з нанесеними на них непрозорими ділянками. 11-розрядний диск, наприклад, забезпечує роздільну здатність перетворення кута $\sim 10'$, а 20-розрядний – $\sim 1,2''$. Подальше удосконалення кодових дисків

струмується технологічними та конструкційними труднощами [18].

Більш високі метрологічні характеристики забезпечує міра кута на основі кільцевих лазерів [19]. Дія таких приладів ґрунтується на ефекті Саньяка, внаслідок якого виконується проміжне перетворення кута повороту цього приладу у фазовий зсув електричних сигналів радіочастоти. Похибка визначення кута за допомогою кільцевих лазерів розміщена на рівні $\sim 0,1''$

Найбільш точні засоби вимірювання кутів – міри кутові призматичні [20], призначені для передачі одиниці плоского кута від еталонів до виробів. Вони можуть бути однозначними і багатозначними. Робочі кути мір утворюються суміжними вимірювальними поверхнями, нормаллями до робочих поверхонь або робочими гранями та основою призми.

Підводячи підсумок розгляду різних кутовимірювальних інструментів і приладів, можна зробити висновок, що кутометрія відіграла і відіграє винятково важливу роль у розвитку суспільства, науки і техніки.

Актуальні проблеми сучасної кутометрії

Методи і засоби кутометрії завдяки високим метрологічним показникам, займають чільне місце у загальній теорії вимірювань. На сьогодні найвищу у світі точність ($0,003'' \dots 0,005''$) відтворення і передачі одиниці плоского кута забезпечує національний еталон плоского кута Німеччини [21]. Галузь використання кутових вимірювань як надзвичайно чутливого та інформаційно-ємного методу дослідження явищ та об'єктів постійно розширюється.

Розширення досліджень фізичних явищ і технічних систем. Спостерігається проникнення методів вимірювання і обробки результатів кутових спостережень в інші, суміжні галузі вимірювань. Розроблені у кутометрії геометричні уявлення на колі та методи обробки кутових величин знайшли нове застосування і подальший розвиток в дослідженні широкого класу циклічних процесів, до яких належить значна частина процесів і явищ навколишнього світу. Власне, і слово “цикл” походить від грецького “*kuklos*” – коло, адже найбільш природною геометричною фігурою для відображення кутів є саме коло. Під *циклом* розуміють сукупність взаємопов'язаних явищ чи процесів, що утворюють кругообіг протягом певного проміжку часу – *періоду*. Процеси, в яких можна виділити цикли, називаються *циклічними*.

Існують процеси, в яких можна виокремити

декілька циклів. Кількість циклів у певному процесі може бути скінченною. У виродженому випадку циклічний процес має один цикл. Циклічні процеси можуть бути загасальними і незгасальними. Прикладами незгасального циклічного процесу є зміна сезонів пори року, зміни тиску крові в судинах у людини, коливання висоти морських приливів і відливів тощо, а прикладом загасального – коливання електричних струмів у резонансному контурі.

Циклічний процес, перебіг якого підпорядкований іншому циклічному процесу, називається *ритмічно-повторюваними*, або просто *ритмічним процесом* [22]. Ритмічний означає розмірений, підпорядкований певному ритму – чергуванню будь-яких елементів, що перебігають у певній послідовності та з певною частотою. Ритмічні явища можуть бути зумовлені одним чи декількома циклами з різними періодами і спостерігаються у природі на мікро- і макрорівнях. Багато процесів в організмі людини є ритмічними, викликаними роботою серця і диханням. Обертання Землі навколо Сонця визначає річну циклічність природних явищ, яка виражається у зміні сезонів, а обертання Земної кулі навколо своєї осі викликає зміну дня і ночі і визначає добову циклічність. Ритмічну природу стосовно згаданих вище циклічних процесів можна прослідкувати для різних процесів в живій і неживій природі на Землі.

Багато прикладів сучасного використання кутових вимірювань наведено у праці [4]. У геології – це, наприклад, вивчення орієнтації різних пластів у просторі, в географії – розподіл широти і довготи різних аномалій, в метеорології – напрямки вітру, циклічність опадів, у медицині – ритмічні фізико-біологічні процеси в організмі людини, в економіці – циклічність виробництва, у зв'язку – трафік у різні пори року і т. ін.

Новий етап розвитку кутометрії пов'язаний з дослідженням випадкових кутів (ВК). Під час визначення їх статистичних характеристик імовірнісний характер отримуваних результатів обумовлений двома факторами: 1) самою вимірюваною величиною – кутом, має імовірнісну природу, 2) процесом вимірювання і отримання реалізацій ВК – супроводжується випадковими похибками. Це зумовлює потребу в застосуванні спеціальних статистичних методів в аналізі ВК.

Статистична кутометрія. Під *статистичною кутометрією* будемо розуміти розділ математичної статистики, який займається вивченням та дослідженням ВК і інших випадкових величин, які передбачають можливість їх дослідження на колі.

Історичний огляд розвитку теорії ВК наведено у праці [4]. Перші дослідження в цьому напрямі стосувались рівномірно розподілених ВК. У 1734 році Д. Бернуллі (Bernoulli D.) намагався пояснити близькість орбітальних площин відомих тоді шести планет сонячної системи випадковістю. Кожній орбітальній площині ставилась у відповідність одинична нормаль, а статистикою критерію рівномірності було обрано довжину результуючої нормалі.

Відмінні від рівномірного розподілу на колі досліджуються лише, починаючи з ХХ ст. Р. Мізес (Von Mises R.) дослідив розподіл, названий його ім'ям (1918), намотаний нормальний розподіл вивчав (1928) Ф. Перрен (Perrin F.). У ХХ ст. значний внесок у розвиток ідей статистичного аналізу ВК зробили такі вчені як Р. А. Фішер (Fisher R. A.), Е. Дж. Гамбел (Gumbel E. J.), Д. Дуранд (Durand D.), Г. С. Ватсон (Watson G.S.), Е. Дж. Вільямс (Williams E.J.), С. Р. Рао (Rao C. R.), Д. Р. Рао (Rao J. S.), Е. С. Пірсон (Pearson E. S.), К. В. Мардіа (K.V. Mardia) та ін.

Сучасна фазометрія. Розроблені в кутометрії методи обробки даних використовують і в такій важливій галузі вимірювань, як *фазометрія* – галузі, яка вивчає та досліджує сукупність методів і засобів вимірювання, перетворення, регулювання та формування фазових зсувів періодичних сигналів [23–26]. Саме під час розвитку кутометрії були закладені фундаментальні теоретичні положення, які дають розуміння базових ідей і принципів фазометрії. В основі природи кутових і фазових вимірювань лежать однакові геометричні об'єкти – плоский та просторовий кути.

Стрімкий розвиток фазових методів вимірювання і перетворення пояснюється тим, що 1) більшість явищ і процесів мають циклічну природу і тому їх треба досліджувати методами фазових і кутових вимірювань; 2) існує можливість перетворення різнорідних фізичних величин у фазовий зсув сигналів; 3) фазовий зсув періодичних сигналів є одним з найбільш інформативних параметрів, які використовують для передачі, перетворення та подання інформації.

Фазовий метод вимірювання і створені на його основі інформаційно-вимірювальні системи дозволили вирішити ряд науково-технічних завдань, пов'язаних з прецизійним вимірюванням відстаней, часових інтервалів та аналізом характеристик сигнальних полів різної фізичної природи.

Фазовий метод вимірювання застосовується для дослідження як циклічних, так і перетворе-

них у фазовий зсув нециклічних фізичних явищ, процесів, величин (наприклад, часу, відстані). Розглядаючи процеси, що розгортаються в часі, і зіставляючи їх з періодом T (або у просторі з просторовим періодом λ) можна поставити їм у відповідність певний кут. Кожному інтервалу часу t (або відстані D) можна поставити у відповідність фазовий зсув сигналів вигляду

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} \right) \bmod 1 \quad (\text{або} \quad \varphi = 2\pi \left(\frac{D}{\lambda} \right) \bmod 1),$$

де $x \bmod y$ – операція визначення остачі числа x за модулем y . Таким чином, дробова частина t як частина періоду певного періодичного процесу (або дробова частина D) ідентифікується з кутом φ , після чого її можна досліджувати методами фазометрії.

Фазовий зсув і кут мають багато спільних властивостей. Властивостями, які підтверджують спорідненість природи фазових і кутових вимірювань, є: 1) обидві ці величини однозначно визначаються в межах інтервалу $[0, 2\pi]$; 2) для однозначної оцінки кутів необхідно визначити початковий напрям, а для однозначної оцінки різниці фазових зсувів – опорне коливання; 3) ці величини вимірюють однаковими одиницями – радіанами, градусами або частками фазового циклу чи кола; 4) міра фазового зсуву і плоского кута – 2π рад природно відтворюється: перша – після завершення одного повного циклу гармонічного сигналу, друга – як центральний кут повного кола.

Проте фазові зсуви сигналів мають і певні особливості та відмінності порівняно з кутами. У першу чергу – це залежність фазових вимірювань від частоти, що дозволяє виконувати багаточастотні (багатовимірні) вимірювання, розширювати діапазон вимірювання за межі інтервалу $[0, 2\pi]$ [25]. Крім того, кутові вимірювання за характером належать до прямих вимірювань, а фазові – до непрямих, оскільки оцінку фазового зсуву зазвичай виконують на підставі вимірювань значень електричних сигналів.

На окрему увагу заслуговує питання похибок вимірювання фази. Фазові вимірювання характеризуються замкненою шкалою, тому застосована сьогодні для потреб фазометрії лінійна (а не більш природна кутова) теорія похибок не завжди адекватно відображає характеристики точності результатів вимірювань.

Під час розв'язання різних практичних завдань виникає потреба у вимірюванні фазових зсувів у широкому частотному і динамічному діапазонах досліджуваних сигналів, за наявності шумів та завад, що потребує більш широкого і

теоретично обґрунтованого застосування статистичних методів обробки результатів вимірювань та новітніх інформаційних технологій [26].

Висновки

Кутові вимірювання мають багатосторічну історію і належать до стародавніх видів вимірювань. Кут і кутові вимірювання протягом усього розвитку цивілізації були ефективним інструментом пізнання людиною навколишнього світу.

Методи і засоби кутометрії забезпечують досягнення високої точності вимірювання.

Методи обробки результатів спостережень ВК можуть бути поширені на циклічні процеси різної природи, які розвиваються у часі та просторі.

Методи обробки результатів спостережень ВК можуть бути ефективно використані у статистичній фазометрії для формування статистичних оцінок фазових характеристик сигналів.

Література

1. *Брянский Л. Н.* Приборы – долгожители // Контрольно-измерительные приборы и системы.– 2004.– №5.– С. 35–36.
2. *Брянский Л. Н.* Непотопляемая дюжина // Контрольно-измерительные приборы и системы.– 2006.– №3.– С. 27–28.
3. *Величко О. М.* Всесвітня історія метрології: від давнини до кінця XIX століття. – К.: Основа, 2006.– 424 с.
4. *Мардиа К.* Статистический анализ угловых наблюдений. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1979. –240 с.
5. *Берёзкина Э.И.* Математика древнего Китая. – М.: Наука, 1980. – 311 с.
6. *Энциклопедия элементарной математики.* Книга первая. Арифметика //Под ред. П. С. Александрова, А. И. Маркушевича, А. Я. Хинчина. – М., Л.: Гос. Узд-во технико-теор. лит., 1951. – 448 с.
7. *Математическая энциклопедия* / Гл. ред. И. М. Виноградов. – М.: Сов. энцикл., 1984. – Т. 4. –1216 с.
8. *Кузнецов П. Н., Васютинский И. Ю., Ямбаев Х. К.* Геодезическое инструментоведение: Учеб. для вузов. – М.: Недра, 1984.– 364 с.
9. *Краткий политехнический словарь.* – М.: Гос. изд-во технико-теор. лит., 1955. – 1136.
10. *Советский энциклопедический словарь.* –3-тє. изд. – М.: Сов. энцикл., 1985. – 1599 с.
11. *Федоров Б. Д.* Маркшейдерско-геодезические приборы и инструменты. – М.: Недра, 1971. – 288 с.
12. *Электрические измерения.* Средства и методы измерений (общий курс) / Под. ред. Е. Г. Шрамкова. – М.: Высш. шк., 1972.–520 с.
13. *Элементарный учебник физики* / Под ред. Г. С. Ландсберга. Т. II. Электричество и магнетизм. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. – 527 с.
14. *Суорц Кл. Э.* Необыкновенная физика обыкновенных явлений: В 2 т. / Пер. с англ., – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. Т.1 –400 с.
15. *Элементарный учебник физики* / Под ред. Г. С. Ландсберга. Т. I. Механика. Теплота. Молекулярная физика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1968. – 656 с.
16. *Основные термины в области метрологии:* Словарь-справ. / Под ред. Ю. В. Тарбеева – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 113 с.
17. *ДСТУ 3651.0–97.* Основні одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць. Основні положення, назви та позначення. – К.: Держстандарт України, 1998. – 9 с.
18. *Высокоточные угловые измерения* / Д. А. Аникст, К. М. Константинович, И. В. Меськин и др.; Под ред. Ю. Г. Якушенкова. – М.: Машиностроение, 1987. – 480 с.
19. *Окопи Т.* Волоконно-оптические датчики. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.
20. *Васильев А. С.* Основы метрологии и технические измерения. – М.: Машиностроение, 1980. – 192 с.
21. *Гафанович Г. Я., Купко В. С., Костриков А. Л.* К разработке рабочего эталона 1-го разряда плоского угла // Міжнар. наук.-техн. конф. “Метрологія та вимірювальна техніка. Метрологія-2006”: Наук. - пр. конф: У 2 т.
22. *Млинко Б. Б., Пастух О. А., Фриз М. Є.* Обґрунтування вибору математичної моделі ритмічного світлового сигналу, породженого циклічними змінами пульсового кровонаповнення // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2001. – №2. – С. 100–103.
23. *Бабак В. П., Куц Ю. В.* Комп'ютерне моделювання задач кутових вимірювань // Матеріали IV Міжнар. наук.-техн. конф. “Авіа-2002”. – Т. 1: Інформаційно-діагностичні системи. – К.: НАУ, 2002. – С. 11.1–11.4
24. *Еременко В. С., Куц Ю. В., Монченко О. В., Щербак Л. М.* Статистичні характеристики випадкових величин і випадкових кутів // Матеріали VII Міжнар. наук.-техн. конф. “Авіа-2006”. – Т.1: Інформаційно-діагностичні системи: – К.: НАУ, 2006. – С. 11.28 – 11.31.
25. *Бабак В. П., Куц Ю. В.* Метод однозначного визначення великих фазових зсувів сигналів // Вісн. НАУ. – 2003.– №1.– С. 3–8.
26. *Бабак В. П., Десярьов В. В., Куц Ю. В., Щербак Л. М.* //Автоматизована система вимірювань фазових характеристик періодичних сигналів на базі технології LabVIEW.

Стаття надійшла до редакції 31.01.07.