ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 621. 384.5

В.В. Куліш, д-р фіз.-мат. наук, проф.
І.В. Губанов, канд. фіз.-мат. наук, доц.
О.О. Орлова, студ.
А.В. Сенькович, студ.

ЕН-ОНДУЛЯТОРНІ ПРИСКОРЮВАЧІ ЕЛЕКТРОНІВ КОАКСІАЛЬНОГО ТИПУ

HAV, кафедра теоретичної фізики E-mail: gubanov@gala.net

Проведено кількісний та якісний аналіз стаціонарних ЕН-прискорювачів електронів коаксіального типу. Показано, що такі системи можуть розглядатися як системи для формування релятивістських електронних пучків з енергіями в десятки мегаелектрон-вольт. За результатами проведеного фізичного аналізу запропоновано варіант проекту для практичної реалізації ЕН-прискорювача.

The quantitative and qualitative analysis of stationary EH-accelerator of coaxial type is fulfilled. It is shown that these systems can be used as accelerating system for the relativistic electron beam formation with energy about tens MeV. The project variant of practice realization of EH-accelerator has been proposed on the base of physical analysis.

Вступ

Фізика ондуляторних індукційних систем (ЕН-систем) ще й до сьогодні являє собою нову недостатньо вивчену ділянку техніки електронних прискорювачів [1].

Наприклад, переважна кількість відомих праць [2–4] виконана лише для випадків лінійно поляризованих та циліндричних циркулярнополяризованих моделей.

У той же час, такий клас моделей, як циркулярно-поляризовані ЕН-системи коаксіального типу, раніше не вивчався взагалі. Разом з тим, попередній якісний аналіз дозволяє дійти висновку, що в ряді ситуацій такі системи можуть уявляти як фізичний, так і суто практичний інтерес.

Вивченню фізичних особливостей і можливостей їх практичного застосування і присвячена ця робота.

Постановка задачі

Математично система полів, що генеруються в області прискорення, може бути описана у вигляді:

$$\begin{split} \vec{B} &= B_0 \sum_{j=1}^{\infty} \hat{b}_j \left\{ \left(\vec{e}_y \operatorname{ch} \left(jky' \right) + \vec{e}_z \operatorname{sh} \left(jkx' \right) \right) \cos(jp_2) + \left(\vec{e}_x \operatorname{ch} \left(jkx' \right) + \vec{e}_z \operatorname{sh} \left(jky' \right) \right) \sin(jp_2) \right\} + \vec{e}_z B_z; \\ \vec{E} &= -\vec{e}_x E_0 \sum_{j=0}^{\infty} \hat{a}_j \sin(jp_2) - \\ -\vec{e}_y E_0 \sum_{j=0}^{\infty} \hat{a}_j \cos(jp_2) + \vec{e}_z E_z, \quad p_2 = kz + p_{20}, \end{split}$$

де B_0 , E_0 – амплітуди перших гармонік магнітного й електричного полів, відповідно; j – номер гармоніки; \hat{a}_j , \hat{b}_j – нормовані Фур'є-амплітуди j-х гармонік поля; \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z – одиничні ортвектори; k – квазіхвильове число: $k = 2\pi/\Lambda$; Λ – період ондуляції; x', y' – координати в локальній системі відліку, пов'язаної з циліндром, відносно якого розташовані магніти й індуктори; B_z – індукція поздовжнього магнітного поля; E_z – поздовжня компонента вихрового електричного поля індукторів; p_{20} – початкова фаза поля.

Розв'язок

Опис динаміки руху частинок в області взаємодії проводимо в рамках лоренцової постановки задачі. Для її розв'язку застосовуємо ієрархічну версію методу Боголюбова–Зубарєва [5].

Після проведення стандартних процедур дворазово усереднена система рівнянь (система другого рівня ієрархії) набуває вигляду:

$$\frac{d\overline{z}}{dt} = \frac{c^{2}\overline{\overline{p}}_{z}}{\overline{E}}; \quad \frac{d\overline{r}}{dt} = \frac{c^{2}\overline{\overline{p}}_{\perp}}{\overline{E}}\sin(\overline{\overline{\Omega}});$$

$$\frac{d\overline{E}}{dt} = \frac{ec^{2}}{\overline{E}}\left\{\overline{\overline{p}}_{\perp}E_{0}\cos(\overline{\overline{\Theta}}_{0}) + \overline{\overline{p}}_{z}E_{z}\right\};$$

$$\frac{d\overline{\overline{p}}_{\perp}}{dt} = eE_{0}\cos(\overline{\overline{\Theta}}_{0}) - ecB_{0}\frac{\overline{\overline{p}}_{z}}{\overline{E}}\sin(\overline{\overline{\Theta}}_{0})\left\{1 + \frac{(k_{2}\Delta r)^{2}}{4}\right\};$$

$$\begin{split} \frac{d\overline{\overline{\Theta}}_{0}}{dt} &= k_{2} \frac{c^{2} p_{z}}{\overline{E}} + \frac{ec}{\overline{E}} B_{z} - \\ &- \frac{ec\overline{\overline{p}}_{z}}{\overline{E}^{-} \overline{\overline{p}}_{\perp}} B_{0} \cos\left(\overline{\overline{\Theta}}_{0}\right) \left\{ 1 + \frac{k_{2}^{2} \Delta r^{2}}{4} \right\} - \frac{eE_{0}}{\overline{\overline{p}}_{\perp}} \sin\left(\overline{\overline{\Theta}}_{0}\right); \\ \frac{d\overline{\overline{\Psi}}_{0}}{dt} &= k_{2} \frac{c^{2} p_{z}}{\overline{E}^{-}} - \frac{ec}{\overline{E}} B_{z} + \\ &+ \frac{ec\overline{\overline{p}}_{z}}{\overline{E}^{-} \overline{\overline{p}}_{\perp}} B_{0} \cos\left(\overline{\overline{\Theta}}_{0}\right) \left\{ 1 + \frac{k_{2}^{2} \Delta r^{2}}{4} \right\} - \frac{eE_{0}}{\overline{\overline{p}}_{\perp}} \sin\left(\overline{\overline{\Theta}}_{0}\right); \\ \frac{d\overline{\overline{\Omega}}}{dt} &= \frac{c^{2} p_{\perp}}{\overline{E}^{-} \overline{\overline{p}}} \sin\left(\overline{\overline{\Omega}}\right) + \frac{ec}{\overline{E}^{-}} B_{z} - \\ &- \frac{ec\overline{\overline{p}}_{z}}{\overline{E}^{-} \overline{\overline{p}}_{\perp}} B_{0} \cos\left(\overline{\overline{\Theta}}_{0}\right) \left\{ 1 + \frac{k_{2}^{2} \Delta r^{2}}{4} \right\} - \frac{eE_{0}}{\overline{\overline{p}}_{\perp}} \sin\left(\overline{\overline{\Theta}}_{0}\right), \end{split}$$

де c – швидкість світла в вакуумі; p_z – поздовжня складова імпульсу електрона; Е – повна енергія електрона; e – заряд електрона; p_{\perp} – перпендикулярна складова імпульсу електрона; Ω, Θ_0 – комбінаційні фази обертання електрона в системі:

$$\Omega = \operatorname{arcrg}\left(\frac{y}{x}\right) - k_2 z;$$

$$\Theta_0 = \operatorname{arcrg}\left(\frac{p_y}{p_x}\right) - k_2 z;$$

 E_0 – напруженість ондуляторного електричного поля; Δr – відхилення радіуса частинки від середнього радіуса; B_z – індукція ондуляторного магнітного поля; B_0 – індукція поздовжнього магнітного поля.

Технологічні умови оптимальної роботи системи визначаємо як такий стан системи, при якому середній радіус обертання електронного пучка залишається незмінним у процесі прискорення, а саме прискорення є максимальним:

$$r(t) = r_{\text{perf}} = \text{const}; \; \mathsf{E}_{k} \to \max.$$

Як неважко встановити, вказані вимоги можуть бути виконані за умови:

$$\Omega = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{y}{x} \right\} + \operatorname{arctg} \left\{ \frac{p_x}{p_y} \right\} = \alpha + p_0 = 0;$$

$$\Theta = kz + \operatorname{arctg} \left\{ \frac{p_x}{p_y} \right\} = kz + p_0 = 0.$$
(1)

Проводячи відповідні перетворення рівняння (1), отримуємо систему рівнянь:

$$k\frac{c\overline{\overline{p}}_{z}}{e} + B_{z} - \frac{\overline{\overline{p}}_{z}}{\overline{\overline{p}}_{\perp}}B_{0} = 0 ;$$

$$\frac{c\overline{\overline{p}}_{\perp}}{e\overline{\overline{p}}} + B_{z} - \frac{\overline{\overline{p}}_{z}}{\overline{\overline{p}}_{\perp}}B_{0} = 0 .$$

ISSN 1813-1166. Вісник НАУ. 2006. №4

У цьому випадку

$$\overline{\overline{r}} \equiv r_{\text{perf}} = \frac{1}{k} \frac{\overline{\overline{p}}_{\perp}}{\overline{\overline{p}}_{z}} = \text{const}.$$

Реалізувати цей режим роботи, який назвемо ізохронним, можна за рахунок спеціального підбору профілів магнітних полів (амплітуди ондуляторного поля чи величини поздовжнього поля). Розглянемо обидва методи ізохронізації.

У першому з них ізохронізація досягається за рахунок спеціального підбору залежності амплітуди ондуляторного поля від поздовжньої координати z у формі:

$$B_0\left(\overline{\overline{z}}\right) = \frac{E_0\overline{z}K_1 + p_{\perp 0}}{E_z\overline{\overline{z}}K_1 + p_{z0}}B_z + k_2\frac{c}{e}\left(E_0\overline{\overline{z}}K_1 + p_{\perp 0}\right).$$
 (2)

Другий варіант спостерігається при підборі поздовжнього магнітного поля в робочому каналі:

$$B_{z}\left(\overline{\overline{z}}\right) = \frac{E_{z}\overline{z}K_{1} + p_{z0}}{E_{0}\overline{\overline{z}}K_{1} + p_{\perp0}}B_{0} - k_{2}\frac{c}{e}\left(E_{z}\overline{\overline{z}}K_{1} + p_{z0}\right).$$
 (3)

Коефіцієнт K_1 визначають із умови для середніх параметрів електронного пучка:

$$K_1 = \frac{E_0^2 + E_z^2}{cE_z} \,.$$

Кут вльоту реперної частинки до системи визначаємо співвідношенням

$$\alpha = \operatorname{arctg}(k_2 r_{\operatorname{pen}}).$$

Для повного визначення синхронних розподілів (2), (3) необхідно знати початкові поперечний та поздовжній імпульси частинки. У цьому випадку ці величини визначаються як поперечний та поздовжній початкові імпульси реперної частинки електронного пучка, тобто

$$p_{\perp 0} = p_{\perp 0 \text{ per}}$$

$$p_{z0} = p_{z0\text{pen}}.$$

З урахуванням рівнянь (2), (3) проведемо аналіз динаміки пучка заряджених частинок. При цьому обмежуємося розглядом слабкострумової моделі пучка, в якій взаємодією між електронами можна знехтувати.

Критерій «проходження-викидання» частинки

У випадку, коли параметри частинки істотно відрізняються від параметрів реперної частинки, остання значно відхиляється від «рівноважного» стану і «викидається» з прискорювального тракту, як це показано на рис. 1 (крива 2).



Рис. 1. Залежність радіуса обертання частинки від поздовжньої нормованої координати: 1 – частинка, що проходить прискорювальний тракт; 2-частинки, що викидаються

У нульовому наближенні умову проходження частинки "без викидання" можна записати як

$$\Delta r \le \left| \frac{\Lambda}{2\pi} \right| \sqrt{1 - \frac{E_0}{\beta_{\perp 0} B_0}} , \qquad (4)$$

де ∆*r* – початкове відхилення частинки від положення реперної частинки:

 $\Delta r = r_0 - r_{0 pen};$

 Λ – період ондуляції; $\beta_{\perp 0}$ – початкова безрозмірна перпендикулярна швидкість частинки:

$$\beta_{\perp 0} = \frac{\upsilon_{\perp 0}}{c}.$$

Даний ефект за своєю природою є подібним до «захоплення» нестаціонарному ефекту V ЕН-прискорювачі [6].

Відмінність полягає лише в тому, що в цій системі поле не змінюється з часом, завдяки чому частинка в області взаємодії не «захоплюється», як у випадку нестаціонарних систем, а викидається з робочої області прискорювального каналу. Як бачимо з рис. 2 (крива 3), система виявляється доволі чутливою до величини відносного відхилення радіуса частинки від радіуса обертання реперної частинки на вході.

Уже при відносному відхиленні радіуса частинки на вході більше 1-2% вихідний радіус різко зростає і частинка викидається з області взаємодії.

Динаміка електронного пучка

Ті частинки пучка, для яких виконується умова (4), проходять весь прискорювальний тракт, роблячи осциляції відносно траєкторії реперної частки при своєму русі.

У першому наближенні ці осциляції можуть бути описані системою рівнянь:

$$\frac{d\Delta r}{dt} = C(t)\Delta\Omega,$$

$$\frac{d\Delta\Omega}{dt} = C(t)\Delta r,$$

$$\text{ge}$$

$$C(t) = c\frac{\overline{p}_{\perp}(t)}{\overline{E}(t)} =$$

$$= c\frac{p_{\perp 0} + eE_{0}t}{\sqrt{\overline{E}_{0}} + (p_{\perp 0} + eE_{0}t)^{2} + (p_{z0} + eE_{z}t)^{2}} = \overline{\beta}_{\perp}(t).$$

$$\delta r_{o}, \qquad \delta r_{o}, \qquad$$

=

Рис. 2. Залежність відносного відхилення частинки від положення рівноваги: 1 – розкид за енергією; 2 – відхилення від заданого кута вльоту; 3 – відхилення від початкового

положення частинки

відповідних розрахунків Результати для багаточастинкової моделі пучка показано на рис. 3. Підсумовування за всіма траєкторіями частинок у пучку дозволяє отримати обвідну пучка в цілому (рис. 3, крива 1).

Осциляції проілюстровано на прикладі збільшеного куска траєкторії пучка, як цілого (рис. 3, крива 2).



Рис. 3. Траєкторія руху пучка від поздовжньої нормованої координати T = z/L:

1 – траєкторія руху пучка; 2 – кусок траєкторії пучка у збільшеному масштабі

Результати проведених розрахунків показали, що запропонована система дозволяє одержати прискорений електронний пучок з такими проектними параметрами:

Енергія пучка на вході, КеВ	100
Енергетичний розкид на вході, %	3–5
Радіус обертання реперної частинки, см	24
Діаметр пучка на вході, см	2
Енергія пучка на виході, МеВ	
Енергетичний розкид на виході, %	3–5
Діаметр пучка на виході, см	0,8
	,

Габарити прискорювального блоку без урахування допоміжних блоків системи відповідають параметрам стаціонарного ЕН-прискорювача:

Напруженість електричного поля, МВ/м	2
Індукція ондуляторного магнітного поля, кГс	9
Середня індукція поздовжнього магнітного	
поля, кГс	3,5
Період ондуляцій, см	20
Довжина прискорювального блоку, м	1,5

Висновки

Проведений якісний і кількісний аналіз ЕН-ондуляторного прискорювача коаксіального типу показав, що запропоновані прискорювачі можуть бути реалізовані експериментально. Системи цього типу можуть розглядатися як потенційно перспективні компактні джерела релятивістських електронних пучків з енергіями, розрахованими на десятки мегаелектрон-вольт.

Література

1. Вальднер О.А., Власов А.Д., Шальнов А.Д. Линейные ускорители. – М.: Атомиздат, 1969. – 317 с.

2. *Kulish V.V., Kosel P.B., Kolcio N., Gubanov I.V.* Compact electron EH-accelerator for intensive X-ray flash source // Proc. of SPIE conf. – 1999. – Vol. 3771. – P. 30–43.

3. Kulish V.V., Kosel P.B., Kailyuk A.G., Gubanov I.V. New acceleration principle of charged particles for the electronic need. Quantitative analysis // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1998. – Vol. 19, No2. – P. 106–170.

4. *Куліш В.В., Крутько О.Б., Губанов І.В.* Використання ієрархічного підходу до теорії ЕН-убітронних прискорювачів заряджених частинок // Вісн. Сумс. держ. ун-ту. – 1997. – №1 (7). – С. 45–61.

5. *Kulish V.V.* Hierarchic oscillations and averaging methods in nonlinear problems of relativistic electronics // The Journal of Infrared and Millimeter waves. -1997. - Vol. 18, No 5. - P. 1053–1117.

6. *Kulish V.V.* Hierarchical methods. Vol.II. Undulative electrodynamic systems. – Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 371 p.

Стаття надійшла до редакції 08.09.06.