

УДК 532.528

<sup>1</sup>В.В. Астанін, д-р техн. наук, проф.  
<sup>2</sup>П.П. Лепіхін, д-р фіз.-мат. наук, проф.  
<sup>3</sup>В.М. Сторожук, мол. наук. співроб.

## АНАЛІЗ СКІНЧЕННИХ ПРОГИНІВ ІМПУЛЬСНО НАВАНТАЖЕНИХ ЕЛІПТИЧНИХ ПЛАСТИН

<sup>1</sup>НАУ, кафедра механіки  
 E-mail: astanin@nau.edu.ua

<sup>2,3</sup>Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України  
 E-mail: lepikhin@ipp.kiev.ua

*Визначено точність отриманих раніше на основі енергетичного підходу аналітичних співвідношень для визначення великих прогинів центральної точки еліптичних пластин, виготовлених з пружно-пластичних матеріалів, що зміцнюються, при імпульсному навантаженні. Досліджено вплив геометрії і параметрів імпульсу на прогини пластин.*

*By way of comparison with the known experimental data, the authors determined the accuracy of the analytical expressions obtained earlier with the use of the energy-based approach for calculating large deflections of elliptical plates made of elastic-plastic strain-hardening under pulse loading. We investigated the influence of the geometry and parameters of pulses on the plate deflections.*

### Вступ

У листовому штампуванні як критерій руйнування матеріалів знайшли застосування діаграми граничної формозміни, що можуть бути отримані гідродинамічним видавлюванням через еліптичні отвори з різним співвідношенням великої і малої осей. Еліптичні пластини також застосовуються під час дослідження механічного поведінки листових матеріалів для різних співвідношень головних деформацій при динамічному навантаженні. При цьому в ряді випадків необхідно визначити прогини центральної точки пластини.

### Аналіз досліджень і публікацій

З великої кількості робіт, присвячених дослідженню поведінки пластин, навантажених тиском, що змінюється в часі, тільки в декількох з них об'єктом вивчення були пластини еліптичної форми. Експериментальному вивченню впливу швидкості деформації на граничну діаграму формозміни присвячено праці [1–3].

Чисельно й експериментально подібні нестационарні задачі для круглих і еліптичних пружно-пластичних мідних пластин, що зміцнюються, однакової товщини, з двома ступенями еліпсності при квазістатичному навантаженні досліджувалися в працях [4; 5].

У праці [6] з використанням енергетичного підходу отримано аналітичне рішення для імпульсно навантаженої затисненої по контуру пружно-пластичної еліптичної пластини з урахуванням зміцнення матеріалу. При цьому робота пластичних деформацій пластини прирівнювалася до енергії імпульсу, що навантажує.

Припускалося, що матеріал нестисливий, а залежність між інтенсивностями напруження  $\sigma_i$  і деформацій  $\varepsilon_i$  апроксимується степеневим законом  $\sigma_i = A\varepsilon_i^m$ ,

де  $A$  і  $m$  – константи матеріалу.

**Мета** – визначення точності отриманих у праці [6] аналітичних залежностей для визначення великих прогинів центральної точки еліптичних пластин, виготовлених з пружно-пластичних матеріалів, що зміцнюються, при імпульсному навантаженні, теоретичний аналіз впливу на скінченний прогин центральної точки пластини її геометрії, параметрів імпульсу навантаження і характеристик матеріалу.

### Матеріали досліджень

При побудові аналітичних співвідношень у праці [6] була розглянута еліптична в плані пластинка, що випробує вплив рівномірно розподіленого по її поверхні імпульсного тиску  $p(t)$  у рідині (рис. 1).

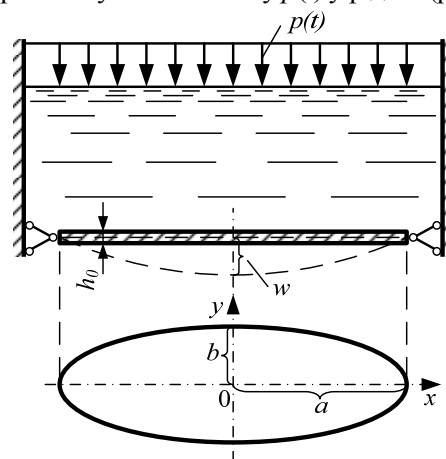


Рис. 1. Розрахункова схема задачі

Для великих прогинів, використовуючи мембранне наближення, отримано такі аналітичні залежності:

– для еліптичної пластини, навантаженої напівсинусоїдальним імпульсом тиску

$$w = a \sqrt{\frac{2}{n^2 + 1} \left[ \frac{P_0^2 T (m + 1)}{2IAh_0} \right]^{\frac{1}{m+1}}}, \quad (1)$$

– для імпульсів іншої форми

$$w = a \sqrt{\frac{2}{n^2 + 1} \left[ \frac{E_y (m + 1)}{Ah_0} \right]^{\frac{1}{m+1}}}, \quad (2)$$

де  $w$  – прогин центральної точки пластини;  $a$  і  $b$  – велика і мала півосі еліпса відповідно;  $n = a/b$ ;  $P_0$  – амплітуда імпульсу;  $T$  – тривалість напівсинусоїдального імпульсу;  $I = \rho c$  – імпеданс дотичної з пластиною рідини, в якій поширюється імпульс тиску;  $\rho$  і  $c$  – щільність рідини і швидкість звуку в ній;  $h_0$  – початкова товщина пластини;  $E_y$  – питома енергія імпульсу:

$$E_y = I^{-1} \int_0^\infty p^2(t) dt,$$

$t$  – час.

На рис. 2 зображено порівняння значень  $w$  для круглих мідних пластин радіусом 0,028 м, розрахованих за формулою (2), з експериментальними даними праці [7].

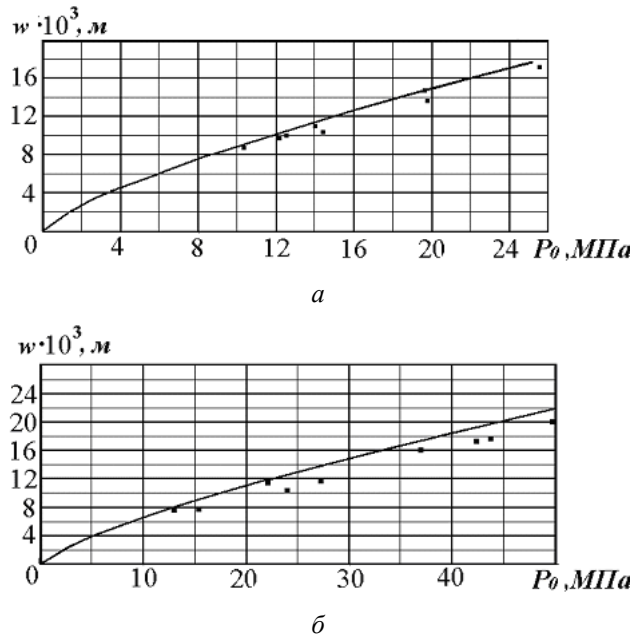


Рис. 2. Зіставлення результатів, отриманих з використанням формули (2) (суцільна лінія), з експериментальними даними праці [7] (точки):  
 $a - h = 0,55$  мм;  $b - h = 0,9$  мм

Діаграма деформування задавалася у вигляді  $\sigma_i = 490 \varepsilon_i^{0,35}$  [7]. Навантаження формувалося експонентним імпульсом тиску в рідині

$$p(t) = P_0 e^{-t/\theta},$$

де  $\theta = 2,2 \cdot 10^{-4}$  с.

Результати порівняння показали, що неузгодженість розрахункових і експериментальних даних не перевищує 14,6%. У зв'язку з тим, що авторам невідомі експериментальні дані з імпульсного навантаження еліптичних пластин, подібна перевірка виразів (1), (2) не проводилася. Наведено результати дослідження з використанням аналітичного виразу (1) впливу на скінченний прогин центральної точки еліптичної пластини геометрії пластини, параметрів імпульсу навантаження і характеристик матеріалу.

Залежність прогину  $w$  пластин різної товщини від тривалості імпульсу тиску, що навантажує, для трьох ступенів еліпсності показана на рис. 3.

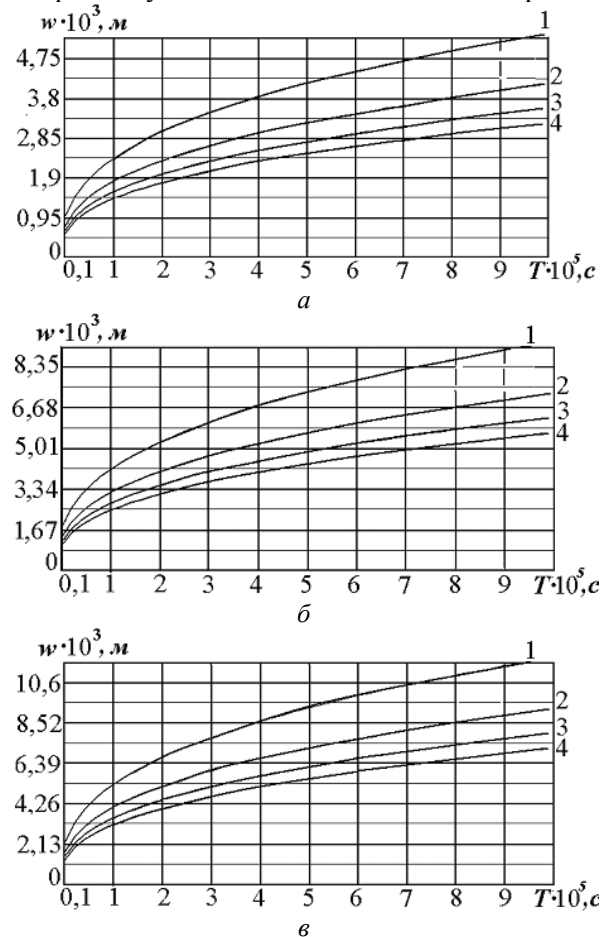


Рис. 3. Залежність прогину центральної точки еліптичних пластин від тривалості імпульсу навантаження  $T$  для різних співвідношень  $n$  і товщин:

$a - n = 3$ ;  $b - n = 1,5$ ;  $v - n = 1$ ;  
 $1 - h_0 = 0,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $2 - h_0 = 1 \cdot 10^{-3}$  м;  $3 - h_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$  м;  
 $4 - h_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  м

Матеріал пластини мідь [7],  $a = 0,0525$  м. Розрахунок проводився для напівсинусоїдального імпульсу

$$p(t) = P_0 H(T-t) \sin(\pi t/T),$$

де  $P_0 = 10$  МПа;  $H(t)$  – функція Хевісайда.

Залежність прогину пластин з міді ( $a$ ,  $b$ ) і сталі 08 кп ( $в$ ,  $г$ ) товщиною 0,5 мм від амплітуди імпульсу, що навантажує, для різних тривалостей імпульсу  $T$  і двох значень  $n$  показано на рис. 4.

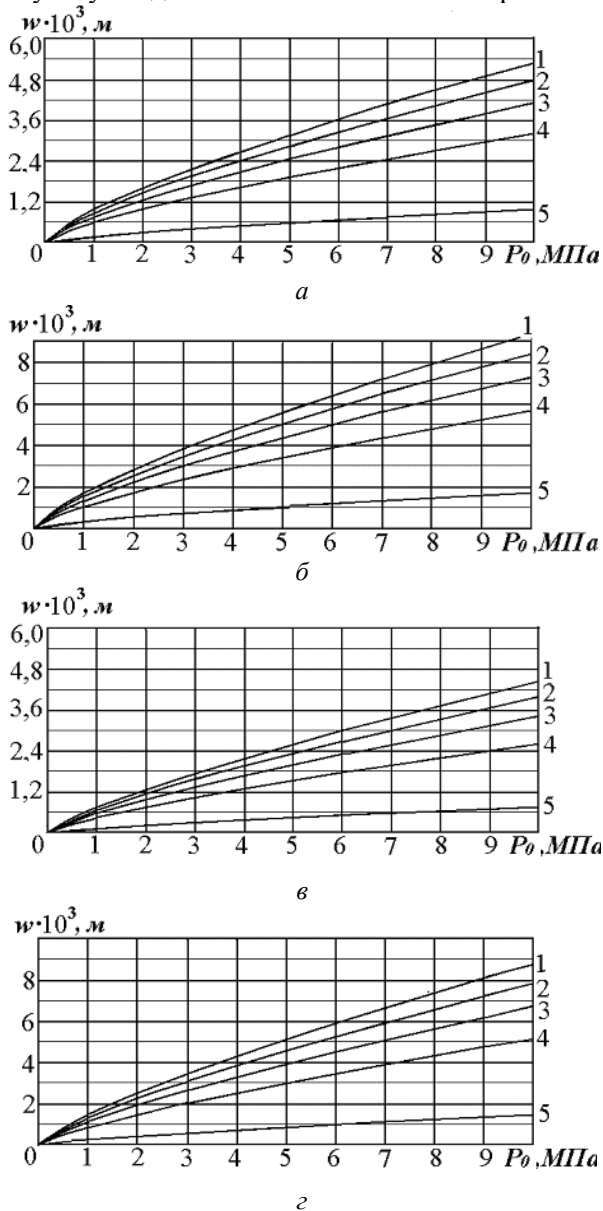


Рис. 4. Залежність прогину центральної точки еліптичних пластин від амплітуди імпульсу, що навантажує, для різних тривалостей імпульсу  $T$  і двох значень  $n$ :

$a$  – мідь,  $n = 3$ ;  $б$  – мідь,  $n = 1,5$ ;  $в$  – сталь 08 кп,  $n = 3$ ;  $г$  – сталь 08 кп,  $n = 1,5$ ;

1 –  $T = 1,0 \cdot 10^{-4}$  с; 2 –  $T = 7,5 \cdot 10^{-5}$  с; 3 –  $T = 5,0 \cdot 10^{-5}$  с; 4 –  $T = 2,5 \cdot 10^{-5}$  с; 5 –  $T = 1,0 \cdot 10^{-6}$  с

Для сталі діаграма деформування бралася у вигляді  $\sigma_i = 588 \varepsilon_i^{0,28}$  [8], для міді [7],  $a = 0,0525$  м.

### Висновки

У зв'язку з відсутністю експериментальних даних з імпульсного навантаження еліптичних пластин, перевірка точності отриманих у праці [6] виразів проводилася з використанням дослідних даних для круглих ( $n = 1$ ) пластин [7]. Максимальна розбіжність експериментальних і розрахункових даних не перевищує 14,6%, що дозволяє рекомендувати наведені в праці [6] вирази для інженерних розрахунків.

Аналіз результатів розрахунків показав, що найбільший вплив на скінченний прогин еліптичної пластини зумовлюють амплітуда імпульсу  $P_0$  і величина  $n$ . Так, для мідної пластини товщиною  $h_0 = 0,5$  мм ( $n = 1,5$ ), навантаженої напівсинусоїдальним імпульсом тривалістю  $T = 10^{-4}$  с, при збільшенні  $P_0$  у два рази, прогин збільшується на 68%.

При  $P_0 = 10$  МПа дворазове збільшення  $n$ ,  $h_0$  чи зменшення  $T$  приводить до зменшення прогину на 78, 28 і 29 % відповідно.

### Література

1. *Pearcy J. H.* The effects of strain rate on the forming limit diagram for sheet metal // *Annals of CIRP.* – 1980. – 29, N1. – P. 151–152.
2. *Drewes E.J., Martini A.* Effects of forming speed on the formability of thin sheets // *Estel bar forsch entwicke Werke.* – 1976. – 11, N1. – P. 43–50.
3. *Broomhead P., Grive R.J.* The effect of strain rate on the strain to fracture of a sheet steel under biaxial tensile stress conditions // *Trans. ASME. J. Eng. Mater. and Technol.* – 1982. – 104, N4. – P. 102–106.
4. *Ромащенко В.А.* Метод исследования осесимметричного динамического формоизменения разрушаемых оболочек. Сообщ. 1. Теория и численный метод // *Пробл. прочности.* – 1996. – №3. – С. 5–19.
5. *Ромащенко В.А., Сторожук В.Н.* Метод исследования неосесимметричного динамического формоизменения разрушаемых оболочек. Сообщ. 2. Расчеты и эксперимент // *Пробл. прочности.* – 1996. – №4. – С. 41–48.
6. *Сторожук В.Н., Ромащенко В.А., Лепихин П.П., Жураховский С.В.* Аналитический расчет сильного формоизменения импульсно-нагруженных эллиптических пластин // *Пробл. прочности.* – 2002. – № 3. – С. 134–140.
7. *Kosing O.E., Skews B.W.* An investigation of high-speed forming of circular plates in a liquid shock tube // *Int. J/ Impact Engng.* – 1998. – 21, №2. – P. 801–816.
8. *Головлев В.Д.* Об особенностях металла к глубокой вытяжке // *Новые процессы обработки металлов давлением.* – М.: АН СССР, 1968. – С. 135–143.

Стаття надійшла до редакції 10.05.06.