

УДК 531.383

О.М. Безвесільна, д-р техн. наук, проф.

ВИСТАВЛЕННЯ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ОСЕЙ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ У РАЗІ РОЗМІЩЕННЯ ЇХ НА РУХОМІЙ ОСНОВІ

Національний технічний університет України "КПІ"

Розглянуто підвищення точності виставлення вимірювальних осей акселерометрів інерціальних систем навігації. Виявлено основні помилки виставлення акселерометра, зумовлені параметрами самого акселерометра. Одержано рівняння руху акселерометрів. Викладено метод визначення впливу параметрів руху основи на точність виставлення акселерометрів, метод компенсації помилок виставлення акселерометрів, викликаних рухом об'єкта. Визначено вплив горизонтальних складових питомої сили на точність виставлення, основні засоби компенсації помилок виставлення, спричинених рухом об'єкта.

The efficiency of operation of inertial systems of navigating (ISN) in conditions the basis moved concerning the Earth, in main is defined by accuracy of the exhibition of measuring axes of accelerometers ISN. The operation is devoted to rise of accuracy of the exhibition of measuring axes of accelerometers ISN. In operation is detected main errors of the exhibition of an accelerometer stipulated by parameters of the accelerometer; is obtained equations of motion of accelerometers; the method of definition of influence of parameters of driving of the basis on accuracy of the exhibition of accelerometers is explained; the essence of a method of compensation of errors of the exhibition of accelerometers called by driving of the object is explained; the influence of horizontal components of specific force to accuracy of the exhibition is defined; is explained main ways of compensation of errors of the exhibition called by driving of the object.

Постановка проблеми

Ефективність функціонування інерціальних систем навігації (ІСН) в умовах основи, що рухається відносно Землі, багато в чому визначається точністю виставлення вимірювальних осей акселерометрів інерціальної системи. Разом з тим слід відзначити, що виконується здебільшого тільки попереднє наземне виставлення осей акселерометрів. У процесі роботи на рухомій основі у акселерометрів трапляється відхилення виставлення вимірювальних осей, що призводить до небажаних похибок ІСН рухомих об'єктів (літаків, ракет, надводних і підводних кораблів). Тому актуальною є проблема розроблення нового методу підвищення точності виставлення вимірювальних осей акселерометрів ІСН на рухомій основі.

Аналіз досліджень і публікацій

У літературі [1–3] описано методи попереднього наземного виставлення акселерометрів ІСН. Але немає відомостей про розроблення методу підвищення точності виставлення вимірювальних осей акселерометрів ІСН у процесі переміщення на рухомій основі.

Мета цієї роботи – підвищення точності виставлення вимірювальних осей акселерометрів ІСН.

Завдання роботи:

- 1) виявити основні помилки виставлення акселерометра, зумовлені параметрами самого акселерометра;
- 2) викласти суть одного з відомих методів виставлення – методу виставлення вертикалі;
- 3) одержати повні рівняння руху акселерометрів;

- 4) викласти метод визначення впливу параметрів руху основи на точність виставлення акселерометрів;
- 5) викласти суть методу компенсації помилок виставлення акселерометрів, спричинених рухом об'єкта;
- 6) визначити вплив горизонтальних складових питомої сили на точність виставлення;
- 7) викласти основні засоби компенсації помилок виставлення, спричинених рухом об'єкта.

Визначення і позначення

На рис. 1 показано, що точка X збігається з центром ваги чутливої маси m .

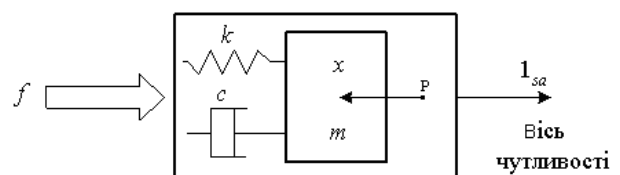


Рис. 1. Лінійний акселерометр

Точку P зафіксовано на корпусі приладу. Чутлива маса акселерометра має тільки один степінь вільності. Вихідний сигнал акселерометра x_i пропорційний переміщенню чутливої маси відносно корпусу приладу в напрямку, обумовленому вектором 1_{sa} .

Сила на одиницю маси потрібна для утримання чутливої маси у стані рівноваги.

Запишемо рівняння руху чутливої маси:

$$\left(p^2 + \frac{c}{m} p + \frac{k}{m} \right) x_i = -f 1_{sa},$$

де p – оператор диференціювання; c – коефіцієнт демпфування; m – величина чутливої маси; k – коефіцієнт жорсткості пружини; f – питома сила, що діє на прилад; 1_{sa} – одиничний вектор, що визначає вісь чутливості акселерометра.

У сталому стані за постійної величини $f1_{sa}$

$$x_i = \frac{m}{k}(-f1_{sa}) + x_i(0),$$

де $x_i(0)$ відповідає нульовій оцінці на шкалі приладу. Вибір $x_i(0) = 0$ як номінального значення дозволяє характеризувати будь-яку помилку положення нуля приладу безпосередньо величиною x . Якщо коефіцієнт жорсткості пружини випадково зміниться на величину Δk , а маса m відома точно, тоді

$$x_i = -\frac{m}{k}\left(1 - \frac{\Delta k}{k}\right)(-f1_{sa}) + x_i(0).$$

Пронормуємо вираз сталого відхилення приладу, звівши коефіцієнт передачі до одиниці:

$$x_i^* = \frac{k}{m}x_i = -\left(1 - \frac{\Delta k}{k}\right)f1_{sa} + \frac{k}{m}x_i(0)$$

або

$$x_i^* = -a_1 f 1_{sa} + a_0,$$

де a_0 – зсув нуля:

$$a_0 = \frac{k}{m}x_i(0);$$

a_1 – коефіцієнт передачі:

$$a_1 = 1 - \frac{\Delta k}{k};$$

Δa_1 – помилка в коефіцієнті передачі:

$$\Delta a_1 = -\frac{\Delta k}{k}.$$

У разі автоматичного узгодження осі чутливості приладу з напрямком вектора f , що виконується за неузгодженістю $x_i^* - |f|$; похибки a_0 і Δa_1 призводять до появи залишкового кута між вектором f і вектором 1_{sa} .

Помилки положення осі чутливості приладу спричиняються тільки тим, що акселерометр є “закритим” приладом. Це викликає потребу передавати напрямок 1_{sa} на зовнішню поверхню корпусу приладу, відмічаючи це, наприклад, за допомогою риски. Якщо риска не паралельна вектору 1_{sa} , то помилка положення осі чутливості буде чисельно дорівнювати куту між ними.

Якщо похибок оператора перетворення немає, то за допомогою автоматичної системи акселерометр можна встановлювати в таке положення, коли вектор 1_{sa} точно збігатиметься з вектором f . При цьому напрямок вектора вказується спостерігачу за допомогою риски з деякою помилкою (рис. 2):

– помилкою кутового положення осі чутливості кута α_{sa} між вектором 1_{sa} і напрямком риски;

– помилкою вимірювання напрямку, яка зумовлена похибками оператора перетворення α_i та вимірюється між векторами f і 1_{sa} ;

– загальною помилкою визначення напрямку кута α між вектором f і рисою.

Для виставлення приладу відносно вектора необхідно знати як характеристики приладу з вимірювання величини, що діє по його осі чутливості, так і напрямок цієї осі.

Для повного калібрування приладу необхідно знати напрямок і модуль вектора, використовувани під час калібрування. Це дозволяє вважати, що завдання виставлення є протилежним завданню калібрування.

Для визначення параметрів a_0 і a_1 необхідно орієнтувати вектор 1_{sa} так, щоб він спочатку збігався за напрямком з вектором g , а потім був би йому протилежним. У кожному з цих положень знімаються показання приладу $(x_i^*)_1$ і $(x_i^*)_2$.

Оскільки прилад вимірює проекцію вектора g на напрямок 1_{sa} , що дорівнює добутку g на косинус кута між цими векторами, то помилка в цьому куті до одного мілірадіана дозволяє знати цю проекцію з відносною помилкою, що не перевищує значення $5 \cdot 10^{-7}$.

Значення a_0 і a_1 визначаємо за формулами:

$$a_0 = \frac{(x_i^*)_1 + (x_i^*)_2}{2};$$

$$a_1 = \frac{(x_i^*)_1 - (x_i^*)_2}{2|g|}.$$

Після визначення величини a_0 точний напрямок вектора 1_{sa} знаходимо поворотом приладу в таке положення, в якому він перпендикулярний до вектора g (при цьому вихідний сигнал мінімальний).

Для помилки в сигналі x_i^* , що дорівнює $5 \cdot 10^{-7}|g|$ (1σ), a_0 , становить $3,5 \cdot 10^{-7}g$ (1σ) [1]. Це означає, що вектор 1_{sa} можна орієнтувати за нормаллю до вектора g з помилкою, що не перевищує $3,5 \cdot 10^{-4}$ мрад (менше ніж 0,1 кут. с) [1].

Орієнтація вектора 1_{sa} за нормаллю до вектора g з точністю 1 мрад має сенс тільки в тому випадку, якщо напрямок самого вектора 1_{sa} (або положення площини, нормальної до цього вектора) відомо не менш точно.

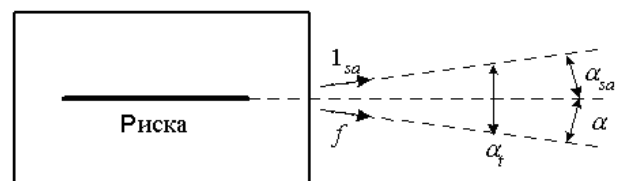


Рис. 2. Напрямок вектора

Виставлення вертикалі

Натепер як у теорії, так і в практичній реалізації найбільш повно вирішено завдання визначення і виставлення в системі одного з напрямків, що називається вертикаллю [1]. Значну частину того, що зроблено для розроблення методики і технічних засобів виставлення вертикалі на нерухомій основі, можна застосовувати і для виставлення вертикалі на рухомій основі.

Зазвичай як один з вимірюваних векторів беруть такий, який збігається з вертикаллю.

Особливе значення для визначення напрямку вертикалі на рухомій основі має розбіжність між уявною і дійсною вертикалями (рис. 3).

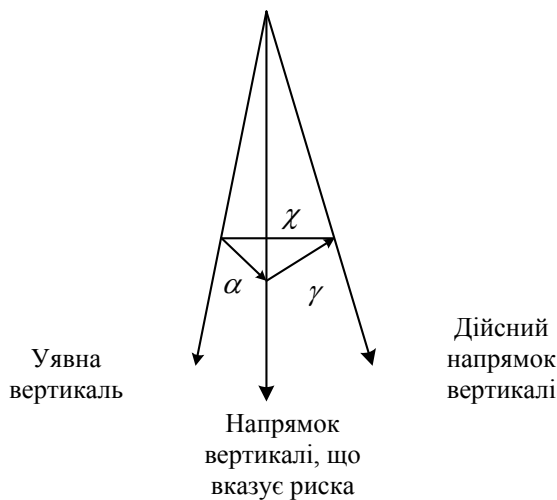


Рис. 3. Напрямок вертикалі

Дійсна вертикаль збігається з напрямком вектора прискорення сили ваги g , а уявна вертикаль збігається з напрямком вектора повної питомої сили f . Кут між уявною і дійсною вертикалями позначимо через χ .

Гранична точність визначення напрямку вектора f за допомогою приладів характеризується кутом α . Цей кут визначається конкретними технічними характеристиками приладів, що застосовуються для вимірів. Малий кут χ між дійсною і уявною вертикалями визначається виразом

$$\chi = \frac{|g f|}{|g||f|},$$

де $|g \times f|$ – скалярний добуток; $|g| |f|$ – добуток довжин векторів \vec{g} і \vec{f} ; $\vec{g} = \{g_x, g_y, g_z\}$, $\vec{f} = \{f_x, f_y, f_z\}$ – проєкції векторів \vec{g} і \vec{f} на осі x, y, z .

Найбільший інтерес становить випадок, коли $|f| \approx g$;

$$\chi \approx \frac{f_z}{g}. \quad (1)$$

У праці [1] відзначається, що напрямок вектора питомої сили за допомогою акселерометрів з одним ступенем вільності потрібно визначати двома або трьома такими приладами.

У разі використання трьох акселерометрів немає потреби виконувати спеціальну орієнтацію осей чутливості [1]. Для цього випадку

$$\bar{\alpha}^2 = \frac{3}{2} \bar{\alpha}_{sa}^2 + 2 \left(\frac{\sigma_{a_0}}{g} \right)^2 + \sigma_{\Delta a_1} \left(1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i \right),$$

де $\bar{\alpha}^2$ – середній квадрат загальної помилки виставлення (визначення напрямку вектора або кута між вектором f і рискою); $\bar{\alpha}_{sa}^2$ – середній квадрат помилки кутового положення осей чутливості кожного приладу, рад²; σ_{a_0} – середньоквадратичне відхилення зсуву нуля акселерометра в g ; $\sigma_{\Delta a_1}$ – середньоквадратичне відхилення коефіцієнта передачі акселерометра від одиниці (безрозмірна величина, яку іноді вимірюють одиницями g/g); ψ_i – кут між віссю кінцевого повороту і відповідною віссю координат; $i = 1, 2, 3$.

Точність виставлення вертикалі визначається найчастіше зсувом нульових сигналів акселерометрів.

Функція $1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i$ дорівнює нулю за збігу вектора f з віссю чутливості будь-якого з трьох приладів, якщо $\psi = 0 + 2\pi n$, $n = 1, 2, 3$.

Функція $1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i$ набуває максимального значення, що дорівнює одиниці, якщо $\psi = 90^\circ + 2\pi n$, $i = 1, 2, 3$.

Розглянемо приклад визначення точності вимірювання напрямку вектора g за допомогою трьох акселерометрів, що мають задані похибки. Виберемо акселерометр з такими характеристиками:

$$\alpha_{sa} = 0,1 \text{ мрад}; \quad \sigma_{a_0} = 5 \cdot 10^{-5} g; \quad \sigma_{\Delta a_1} = 1 \cdot 10^{-4} g/g.$$

Знаходимо середньоквадратичні значення:

$$\bar{\alpha}_{\max} = 0,173 \text{ мрад};$$

$$\bar{\alpha}_{\min} = 0,141 \text{ мрад}.$$

Із цього прикладу видно, що вони недопустимо великі.

Рівняння руху лінійних взаємоортогональних акселерометрів

Абсолютне прискорення точки складається з переносного, відносного і коріолісового прискорень, кожне з яких є складною функцією кутових і лінійних координат об'єкта. Для виставлення

осей акселерометрів у визначене положення в різних літературних джерелах розглядають тільки окремі з цих складових прискорень.

Неврахування всіх складових прискорення призводить до похибок виставлення.

Для виведення рівняння руху скористаємося такими правими системами координат (рис. 4):

– інерціальною системою координат u , умовно нерухомою щодо зоряного простору з початком у центрі Землі – точці O (вісь Oz_u спрямована по малій осі земного еліпсоїда у бік північного полюса, осі Ox_u і Oy_u розміщені в площині екватора, вісь Ox_u розташована вздовж лінії перетинання площини екватора з площиною гринвіцького меридіана);

– опорною географічною системою координат n з початком у точці O' місця розташування системи акселерометрів (вісь $O'x_n$ – по дотичній до меридіана місця на північ; $O'y_n$ – по дотичній до паралелі на схід; $O'z_n$ – по вертикалі місця);

– геоцентричною системою координат c з початком у точці O' місця розташування системи акселерометрів (вісь $O'x_c$ спрямована перпендикулярно до площини, утвореної осями $O'y_c$ і $O'z_c$, вісь $O'y_c$ – по дотичній до паралелі на схід, вісь $O'z_c$ – по геоцентричній вертикалі).

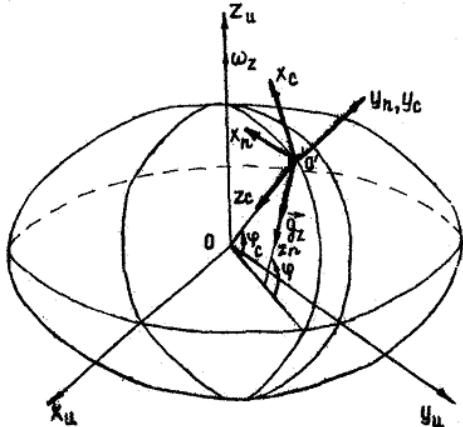


Рис. 4. Системи координат

Уважаємо, що три лінійні акселерометра встановлені на основі, що рухається відносно Землі, наприклад, на ІСН літального апарата (ЛА).

Нехай один із трьох акселерометрів A_1 встановлений таким чином, що його вісь чутливості буде орієнтована вздовж вертикальної осі z .

Другий акселерометр A_2 встановлений так, що його вісь чутливості орієнтована вздовж осі x , третій акселерометр A_3 встановлений так, що його вісь чутливості орієнтована вздовж осі y географічної системи координат. Тоді при дії прискорення на систему акселерометрів на виході кожного з приладів буде сигнал, пропорційний питомій силі \vec{f} . Причому питома сила \vec{f} буде

мірою різниці прискорення сили ваги \vec{G} та інерціального абсолютного прискорення $\vec{\ddot{r}}_u$, що діють на чутливу масу.

Вектор питомої сили в географічній системі координат можна подати матрицею

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} \vec{G}_x - (\vec{\ddot{r}}_{uu}^n)_x \\ \vec{G}_y - (\vec{\ddot{r}}_{uu}^n)_y \\ \vec{G}_z - (\vec{\ddot{r}}_{uu}^n)_z \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де $\vec{G}_{x,y,z}$ – проекції прискорення сили ваги на осі

географічної системи координат; $(\vec{\ddot{r}}_{uu}^n)_{x,y,z}$ – проекції інерціального абсолютного прискорення $\vec{\ddot{r}}_u$ на осі географічної системи координат; верхній буквенний індекс показує на систему координат, щодо якої розглядаються складові вектори, нижній індекс показує, в якій системі координат береться похідна; \vec{r}_u – радіус-вектор, що визначає місце розташування системи акселерометрів.

Проекції радіуса-вектора, що визначає місце розташування рухомої системи в інерціальній системі координат, можна записати у вигляді

$$\vec{r}^u = \begin{pmatrix} r \cos \varphi_c \cos \lambda_u \\ r \cos \varphi_c \sin \lambda_u \\ r \sin \varphi_c \end{pmatrix}, \quad (3)$$

де λ_u – довгота в інерціальній системі координат; φ_c – широта в геоцентричній системі координат.

Продиференціювавши вираз (3) для \vec{r}^u двічі, одержимо вираз для $\vec{\ddot{r}}$ проекцій абсолютного інерціального прискорення, виражених у інерціальній системі координат.

Використавши матрицю перетворення від інерціальної системи до геоцентричної

$$c^u = \begin{pmatrix} -\cos \lambda_u \sin \varphi_c & -\sin \lambda_u \sin \varphi_c & \cos \varphi_c \\ -\sin \lambda_u & \cos \lambda_u & 0 \\ -\cos \lambda_u \cos \varphi_c & -\sin \lambda_u \cos \varphi_c & -\sin \varphi_c \end{pmatrix}$$

і матрицю перетворення від геоцентричної системи до географічної

$$c_n^c = \begin{pmatrix} \cos \chi & 0 & \sin \chi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \chi & 0 & \cos \chi \end{pmatrix},$$

де χ – відхилення від вертикалі.

З погляду на те, що $\chi = \varphi - \varphi_c$ (φ_c – географічна широта) і що

$$\begin{aligned} r \lambda_u^2 \sin \varphi_c \cos \varphi_c \cos \chi + r \lambda_u^2 \cos^2 \varphi_c \sin \chi &= \\ = r \lambda_u^2 \cos \varphi_c \sin \varphi, \end{aligned}$$

$$\vec{i}_{u_u}^n = \begin{pmatrix} (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \cos \chi + (r\dot{\varphi}_c^2 - \ddot{r}) \sin \chi + r\dot{\lambda}_u^2 \cos \varphi_c \sin \varphi \\ -2r\dot{\varphi}_c \dot{\lambda}_u \sin \varphi_c + 2\dot{r}\dot{\lambda}_u \cos \varphi_c + r\dot{\lambda}_u \cos \varphi_c \\ -(2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (r\dot{\varphi}_c^2 - \ddot{r}) \cos \chi + r\dot{\lambda}_u^2 \cos \varphi_c \cos \varphi \end{pmatrix}$$

Скориставшись виразами (2), (3), взявши до уваги, що

$$\dot{\lambda}_u = \omega_3 + \dot{\lambda},$$

де λ – довгота місця; ω_3 – кутова швидкість обертання Землі в інерціальній системі координат, одержуємо результуючу матрицю \vec{f}^n у вигляді

$$\vec{f}^n = \begin{pmatrix} \chi g - (2\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \cos \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \sin \chi - 2\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi - r\dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi \\ -\vartheta g + 2\dot{\varphi}_c \omega_3 \sin \varphi_c + 2\dot{\varphi}_c \dot{\lambda} \sin \varphi_c - 2\dot{\omega}_3 \cos \varphi_c - 2\dot{\lambda} \cos \varphi_c - r\dot{\lambda} \cos \varphi_c \\ g + (2\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \cos \chi - 2\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \cos \varphi - r\dot{\lambda}^2 \cos \varphi_c \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (4)$$

У матриці (4) були враховані такі співвідношення для еліпсоїдної моделі Землі:

$$G_x - r\omega_3^2 \cos \varphi_c \sin \varphi \approx \chi g;$$

$$G_y \approx -\vartheta g;$$

$$G_z - r\omega_3^2 \cos \varphi_c \cos \varphi \approx g, \quad (5)$$

де χ – кут між нормальними до еліпсоїда і геоїда в меридіональному перетині; ϑ – кут між нормальними до еліпсоїда і геоїда в площині перетину, перпендикулярного до площини меридіана.

Таким чином, нами отримано рівняння (4), що визначають складові питомої сили f_z, f_x, f_y , виміряні акселерометрами A_1, A_2, A_3 відповідно.

Якщо вісь чутливості вертикального акселерометра A_1 виставлено точно в положення вертикалі (вісь z_n), то горизонтальні складові f_x, f_y матриці (4) питомої сили не будуть впливати на точність роботи. Проте в реальних умовах практично завжди вісь чутливості вертикального акселерометра A_1 буде відхилитися від вертикалі. При цьому на неї будуть проектуватися горизонтальні складові f_x, f_y питомої сили ваги, вимірювані акселерометрами A_2, A_3 .

У зв'язку з цим вертикальний акселерометр буде вимірювати сигнал f_z з деякою похибкою, спричиненою горизонтальними складовими f_x, f_y .

За показаннями вертикального акселерометра можна судити про стан системи всіх акселерометрів (A_1, A_2, A_3). Тому важливо визначити, яку помилку буде мати система внаслідок дії горизонтальних складових f_x, f_y питомої сили f .

Для визначення впливу горизонтальних складових f_x, f_y питомої сили скористаємося матрицею (4) і запишемо вираз для горизонтальних складових. Надалі знехтуємо членами другого

порядку малості і членами, значення яких менше від $1 \text{ мГл} = 10^{-6} \text{ г} = 10^{-5} \text{ м/с}^2$.

Урахуємо, що відцентрові члени можуть бути виключені з розгляду в полярних районах. Виконаємо необхідні тригонометричні операції.

Будемо вважати кут χ настільки малим, що припустимою замінимо [2]

$$\cos \chi \approx 1; \quad \sin \chi \approx \chi \approx e \sin 2\varphi, \quad (6)$$

де e – стискання земного еліпсоїда:

$$e = \frac{a-b}{a};$$

a і b – велика і мала півосі еліпсоїда відповідно або екваторіальний і полярний радіуси еліпсоїда.

Використовуємо ряд відомих співвідношень [2; 3]:

$$V_{xn} = V \cos k = r\dot{\varphi}_c \cos \chi;$$

$$V_{yn} = V \sin k = r\dot{\lambda} \cos \varphi_c;$$

$$|\vec{r}| = r \approx r_0 + h, \quad (7)$$

де V_{xn}, V_{yn} – північна і східна складова шляхової швидкості ЛА; V – горизонтальна складова шляхової швидкості ЛА; k – курс ЛА; r_0 – місцевий геоцентричний радіус еліпсоїда; h – висота ЛА над еліпсоїдом.

Тоді помилка системи акселерометрів Δ_Γ , викликана впливом горизонтальних складових питомої сили:

$$\Delta_\Gamma = \left[(\vec{f}1_{xn})^2 + (\vec{f}1_{yn})^2 \right]^{0,5} \chi = 2\omega_3 V \chi \sin \varphi.$$

Визначимо Δ_Γ для таких значень параметрів:

$$\omega_3 \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}; \quad \varphi \approx 90^\circ; \quad V \approx 78 \text{ м/с};$$

$$\chi \approx 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

У цьому випадку помилка системи акселерометрів (помилка у вихідному сигналі акселерометра A_1 , викликана проекціями f_x, f_y), унаслідок впливу горизонтальної складової питомої сили, буде менша від одного мілігалла

$$\Delta_\Gamma \approx 0,3 \text{ мГл} = 0,3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2.$$

Вважаючи, що помилка у вихідному сигналі вертикального акселерометра A_1 повинна становити не більше $1 \text{ мГл} = 10^{-5} \text{ м/с}^2$, впливом горизонтальних складових f_x, f_y , що вимірюються акселерометрами A_2 і A_3 , будемо нехтувати, якщо відхилення осі чутливості вертикального акселерометра A_1 від вертикалі порядку однієї кутової хвилини і менше. Оскільки зазвичай відхилення осі чутливості не більше 5 к.с, то надалі вплив f_x, f_y враховувати не будемо.

Запишемо вираз третього рядка матриці (4) для вертикальної складової питомої сили, що вимірюється акселерометром A_1 , з урахуванням третього рівняння системи (5).

Візьмемо до уваги таку залежність зміни гравітаційного прискорення від висоти h об'єкта над довідковим еліпсоїдом [3]:

$$G_z \approx \gamma_0 \left(1 + \frac{h}{r}\right)^{-2} \quad (8)$$

Розкладемо вираз (6) у степеневий ряд для випадку $h \ll r$:

$$G_z \approx \gamma_0 - \frac{2\gamma_0 h}{r} \quad (9)$$

Урахуємо також співвідношення

$$\gamma_0 \approx g + (r_0 + h)\omega_3^2 \cos \varphi_c \cos \varphi,$$

де g – зведене до поверхні довідкового еліпсоїда вимірюване значення прискорення сили ваги.

Оскільки вісь чутливості акселерометра A_1 виставлено по нормалі до довідкового еліпсоїда (по осі z географічної системи координат), то можна вважати

$$g \approx g_z \quad (10)$$

Підставивши рівняння (10) у вирази (9), (8), а потім (7) у вираз f_z для матриці (4), записаний з урахуванням третього рівняння системи (5), отримуємо

$$\begin{aligned} f_z = & g_z + (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \cos \chi - \\ & - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \cos \varphi - h\omega_3^2 \cos \varphi_c \cos \varphi - \\ & - r\dot{\lambda}^2 \cos \varphi_c \cos \varphi - 2\frac{h}{r}\gamma_0. \end{aligned}$$

З погляду на співвідношення (6) і (7), здійснюючи необхідні тригонометричні перетворення і скориставшись виразом для місцевого геоцентричного радіуса еліпсоїда [3]

$$r_0 \approx a(1 - e \sin^2 \varphi),$$

а також з погляду на те, що $r \approx r_0 + h$, одержимо рівняння для питомої сили у вигляді

$$\begin{aligned} f_z = & g_z + \left\{ \frac{V^2}{r} + 2e \frac{V^2}{r} \left[1 - 2 \cos^2 \varphi \left(1 - \frac{\sin^2 k}{2} \right) \right] - \right. \\ & - 2\omega_3 V \sin k \cos \varphi + 2\dot{h} \frac{e}{r} V \cos k \sin 2\varphi - 2\frac{\gamma_0 h}{r} - \\ & \left. - \omega_3^2 \cos^2 \varphi h + \ddot{h} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

Надалі для зручності запису індекси z будемо опускати в f_z і g_z . У фігурних дужках рівності (11) подано вирази прискорень, дія яких призводить до відхилення осі чутливості акселерометра від заданого напрямку. Фізичним джерелом цього небажаного явища є рух об'єкта відносно Землі.

Якщо система не рухається відносно Землі, то $f = g$.

Під час руху відхилення напрямку \vec{f} від напрямку \vec{g} може бути настільки великим (тобто кут χ , що визначається виразом (1), може бути

настільки великий), що необхідно виконувати перетворення і компенсацію вихідного сигналу акселерометра. Тому відповідні члени виразу (11) у фігурних дужках (позначимо весь вираз у фігурних дужках через D) називаються членами компенсації прискорень [1].

Зазвичай, і в разі введення компенсації кут χ дещо відрізняється від нуля неідеальністю самого процесу компенсації, що має деяку залишкову помилку.

Проаналізуємо різноманітні засоби компенсації. Компенсувати вихідний сигнал можна виконати на підставі двох різноманітних принципів: фільтрації сигналу і корекції сигналу за допомогою додавання до нього певного зовнішнього сигналу.

Залежно від характеру руху основи і вимог до точності компенсації ці засоби можна застосовувати роздільно або спільно.

Фільтрація сигналу має безсумнівну перевагу, оскільки може бути виконана автономними засобами і не потребує застосування додаткових датчиків. Можливість поділу сигналу на корисну складову і перешкоду заснована на розбіжності їх у частоті.

Уведення зовнішніх коригувальних сигналів потребує застосування додаткових пристроїв і дозволяє виконувати точний поділ сигналів близьких частот, оскільки ґрунтується на амплітудному принципі. При цьому для зниження рівня шумів у вихідних сигналах акселерометрів також можна застосовувати фільтрацію.

У кожному конкретному випадку, виходячи безпосередньо з виразів (1) і (11), можна сформулювати вимоги до точності компенсації. Ці вимоги пов'язані з такими характеристиками, як бажана точність виставлення, швидкість і конструкція об'єкта, можливі маневри об'єкта. Тому навести загальну кількісну оцінку потрібної точності компенсації вихідних сигналів акселерометрів тут не можливо. Викладемо коротко лише метод визначення впливу руху об'єкта на точність виставлення акселерометрів.

Отримані аналітичні вирази для D , D_1 , D_2 дозволяють визначити вимоги до необхідної точності визначення параметрів руху об'єкта.

Пояснимо це докладніше на прикладі виразу для D . Зв'язок між абсолютним значенням сумарної похибки ΔD і абсолютними значеннями похибки $\Delta V, \Delta k, \Delta \varphi, \Delta h, \Delta \dot{h}, \Delta \ddot{h}$ можна подати у вигляді повного диференціала функції D :

$$\begin{aligned} \Delta D \approx & \left(\frac{\partial D}{\partial V} \right) \Delta V + \left(\frac{\partial D}{\partial k} \right) \Delta k + \left(\frac{\partial D}{\partial \varphi} \right) \Delta \varphi + \left(\frac{\partial D}{\partial h} \right) \Delta h + \\ & + \left(\frac{\partial D}{\partial \dot{h}} \right) \Delta \dot{h} + \left(\frac{\partial D}{\partial \ddot{h}} \right) \Delta \ddot{h}, \end{aligned}$$

де $\frac{\partial D}{\partial V}$, $\frac{\partial D}{\partial k}$, $\frac{\partial D}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial D}{\partial h}$, $\frac{\partial D}{\partial \dot{h}}$, $\frac{\partial D}{\partial \ddot{h}}$ – коефіцієнти чутливості похибки ΔD до похибок вимірювань відповідних параметрів.

Можна знайти аналітичні вирази $\frac{\partial D}{\partial V}$, $\frac{\partial D}{\partial k}$ тощо.

Потім, знаючи припустиме значення абсолютної похибки ΔD , можна визначати припустимі значення похибок визначення параметрів V , k , φ та ін. Змінюючи значення параметрів руху об'єкта, можна визначити їхній вплив на точність виставлення акселерометрів.

Висновки

1. Установлено, що помилки виставлення трьох ортогональних акселерометрів зумовлені здебільшого двома причинами:

- нестабільністю параметрів самих приладів (зсувами нуля акселерометрів, відхиленнями коефіцієнта передачі акселерометра від одиниці, помилкою кутового положення осі чутливості, тобто кутом між рискою і віссю чутливості);
- рухом об'єкта, на якому встановлено систему акселерометрів, в результаті чого наявні прискорення будуть призводити до відхилення осей чутливості приладів від напрямку вертикалі.

2. Наведено вираз для визначення помилки виставлення від нестабільності параметрів акселерометрів:

$$\alpha = \left[\frac{3}{2} \alpha_{sa}^2 + 2 \left(\frac{\sigma_{a_0}}{g} \right)^2 + \sigma_{\Delta a_1}^2 \left(1 - \sum_{i=1}^3 \cos^4 \psi_i \right) \right]^{0,5},$$

де α_{sa} – помилка кутового положення осі чутливості кожного приладу; σ_{a_0} – середньоквадратичне відхилення зсуву нуля акселерометра; $\sigma_{\Delta a_1}$ – середньоквадратичне відхилення коефіцієнта передачі акселерометра від одиниці; ψ_i – кут між віссю кінцевого повороту і відповідною віссю координат.

3. Отримано вирази складових питомої сили, що вимірюються трьома ортогональними акселерометрами. Ці вирази у спрощеному вигляді можна подати у вигляді матриці:

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} \chi g + D_1 \\ -\vartheta g + D_2 \\ g + D \end{pmatrix},$$

$$D_1 = -(2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \cos \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \sin \chi - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi - r\dot{\lambda} \cos \varphi_c \sin \varphi;$$

$$D_2 = 2r\dot{\varphi}_c \omega_3 \sin \varphi_c + 2r\dot{\varphi}_c \dot{\lambda} \sin \varphi_c - 2\dot{r}\omega_3 \cos \varphi_c - 2\dot{r}\dot{\lambda} \cos \varphi_c - r\ddot{\lambda} \cos \varphi_c;$$

$$D = (2\dot{r}\dot{\varphi}_c + r\ddot{\varphi}_c) \sin \chi + (\ddot{r} - r\dot{\varphi}_c^2) \cos \chi - 2r\omega_3 \dot{\lambda} \cos \varphi_c \cos \varphi - r\dot{\lambda}^2 \cos \varphi_c \cos \varphi,$$

вирази прискорень у проєкціях f_x , f_y , f_z питомої сили відповідно, вплив яких потрібно компенсувати виставленням акселерометрів.

Установлено, що в разі точного виставлення акселерометрів повинні виконуватися рівності

$$f_x \approx \chi g; f_y \approx -\vartheta g; f_z \approx g$$

або

$$D_1 = 0; D_2 = 0; D = 0.$$

4. Показано, що виставлення осей чутливості трьох акселерометрів у взаємоперпендикулярних напрямках полягає в необхідності з потрібним ступенем точності виміряти параметри руху об'єкта, що входять у вирази D , D_1 , D_2 (швидкість, широта, довгота та ін.), потім обчислити (наприклад, у БЦОМ) аналітичні вирази D , D_1 , D_2 і подати їх з оберненими знаками на вихід акселерометрів. У такий спосіб виконується компенсація перешкод-прискорень, що викликали відхилення осей чутливостей акселерометрів від заданих напрямків.

5. Показано, що якщо помилка у вихідному сигналі вертикального акселерометра повинна становити не більше 10^{-5} м/с^2 , і якщо відхилення осі чутливості вертикального акселерометра не більше однієї кутової хвилини, то впливом горизонтальних складових питомої сили (що вимірюються горизонтальними акселерометрами) можна знехтувати.

6. Установлено, що в цьому випадку кут між дійсною і уявною вертикалями (між напрямками

вектора прискорення сили ваги g і напрямком вектора повної питомої сили f) можна визначити за формулою (1).

7. Обґрунтовано, що здійснення аналітичної компенсації помилок виставлення дозволяє не виконувати попереднього точного виставлення акселерометрів, у чому й полягає основна перевага цього методу.

Перспективи подальших досліджень

Наведений новий метод підвищення точності виставлення акселерометрів ІСН дозволить на практиці визначати потрібну точність вимірювань параметрів рухомого об'єкта, на якому встановлено ІСН з трьома акселерометрами, і забезпечить потрібну точність виставлення вимірювальних осей акселерометрів у кожному конкретному випадку.

Отримані результати можна використовувати в ІСН аерокосмічних апаратів та приладобудуванні.

Література

1. *Литтон А.* Выставка инерциальных систем на подвижном основании. – М.: Наука, 1971. – 167 с.
2. *Ривкин С.С.* Теория гироскопических устройств, Т. I. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 507 с.
3. *Селезнев В.Н.* Навигационные устройства. – М.: Машиностроение, 1974. – 599 с.

Стаття надійшла до редакції 04.07.06.