

АЕРОПОРТИ ТА ЇХ ІНФРАСТРУКТУРА

УДК 621.762:539.3

Т.І. Матченко, канд. техн. наук, доц.
Я.В. Радецька, асист.МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ
ТА ПОШКОДЖЕНЬ ПУЧКА ПРУТКІВНАУ, кафедра комп'ютерних технологій будівництва
E-mail: Talainel@yandex.ru

Запропоновано алгоритм визначення пошкоджень матеріалу з сумісним використанням континуальної та дискретної моделі матеріалу. Наведено співвідношення, які дозволяють моделювати механічні властивості та пошкодження конструкційного матеріалу з використанням моделі матеріалу у вигляді пучка прутків, кожен з яких має свої механічні властивості і попереднє напруження.

The algorithm of material damage determination, based on continual and discrete material model is considered. Given ratios allow to model the mechanical properties and damages of construction material, using a beam of rods as a model. Each of rods has its own mechanical properties and prestress.

Постановка проблеми

У праці [1] проведено аналіз технологічних процесів створення конструкційних металокомпозитів із високим заданим значенням міцності, жорсткості та низьким заданим значенням щільності термічного розширення. Для проектування технологій створення матеріалів із заданими властивостями використовується база даних експериментальних залежностей того або іншого характеру впливу чи її навантаження на зміну структури конструкційного матеріалу, а також залежностей зміни структури на його фізико-механічні властивості та міцнісні характеристики. Якщо розглядають об'єм матеріалу ΔV_1 діаметром до $10\ 000\ \text{Å}^0$, то всі властивості матеріалу описуються кристалічними ґратами. У свою чергу, різні кристали окремих зерен складають зернисту структуру матеріалу в межах діаметра мініоб'єму ΔV_2 від 1 до 100 мкм. У більшості випадків в об'ємах діаметром більше 100 мкм матеріал однорідний (континуальний). Математичний апарат моделювання міцності кристалів розглянуто в праці [2]. Властивості кристалів можна моделювати ґратами Браве (рис. 1).

Для моделювання деформованого стану ґрат Браве доцільно застосовувати метод скінченних елементів. Для моделювання пошкоджень ґрат Браве доцільно застосовувати структурну модель пошкоджень, що запропонована в працях [3; 4]. Для триклинних ґрат $a \neq b \neq c$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$; для моноклінних $a \neq b \neq c$, $\alpha = \gamma = 90^\circ$, $\beta \neq 90^\circ$; для ромбічних $a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$; для тетрагональних $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$; для ромбоєдричних $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$; для гексагональних $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$; $a = b \neq c$, $\alpha = \beta \neq \gamma$; для кубічних $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$.

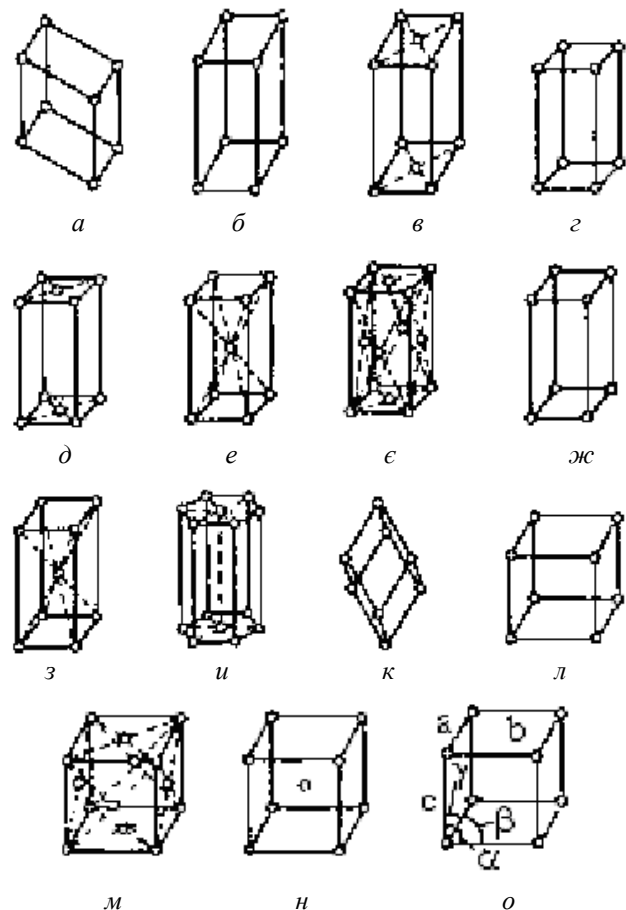


Рис. 1. Ґрати Браве:

a – примітивні триклинні; *b* – примітивні моноклінні; *v* – базоцентровані моноклінні; *z* – примітивні ромбічні; *d* – базоцентровані ромбічні; *e* – об'ємноцентровані ромбічні; *e* – гранецентровані ромбічні; *ж* – примітивні тетрагональні; *з* – об'ємноцентровані тетрагональні; *и* – базоцентровані гексагональні; *к* – примітивні ромбоєдричні; *л* – кубічні; *м* – гранецентровані кубічні; *н* – об'ємноцентровані кубічні; *о* – загальний вигляд

Суть проблеми

У комп'ютерній програмі, що моделює властивості конструкційного матеріалу, в об'ємах від 1 до 100 мкм фізична структура матеріалу моделюється характерним для матеріалу розкидом різних ґрат Браве та їх різних розмірів з короткими, середніми та довгими зв'язками.

Враховується, що під час того чи іншого впливу або характеру деформування при вивільненні або поглинанні енергії достатньої для якісного переходу довжина зв'язків може стрибати або монотонно переходити від довгих до середніх, і від середніх до коротких зв'язків і навпаки.

Для успішного моделювання пошкоджень матеріалу та структури, яка складається з ґрат Браве необхідно побудувати модель пошкодження одного зв'язку.

Мета роботи

1. Побудова алгоритму структури, окремі зв'язки яких є пучками прутків, комбінування попереднього напруження в прутках для оптимізації структури так, щоб її жорсткість та міцність були найбільшими.

2. Побудова співвідношень, які дозволяють визначити модуль Юнга для пучка прутків, кожен з яких має свій модуль Юнга.

3. Побудова співвідношень, які дозволяють визначити модуль Юнга для пучка прутків залежно від попереднього напруження кожного з прутків у пучку.

Алгоритм, що використовується для прогнозування пошкодженості металу, має такий вигляд (рис. 2):

1) вхідні дані для визначення напружено-деформованого стану об'єму, що розглядається, за континуальною моделлю;

2) визначення крокового напруження за навантаженням;

3) визначення напружено-деформованого стану за континуальною моделлю;

4) визначення площин з максимальними деформаціями зсуву;

5) вхідні дані для дискретної моделі деформування фрагменту об'єму, що розглядається;

6) визначення напружено-деформованого стану у зв'язках ґрат Браве (дискретна модель матеріалу);

7) порівняння експериментальних значень пошкоджень одного зв'язку дискретної моделі і результатів розрахунків за дискретною моделлю, якщо умови критерію було виконано і відбулося пошкодження, то алгоритм звертається до блока з номером 8, якщо пошкодження не відбулося, то алгоритм звертається до блока з номером 2;

8) визначення напружено-деформованого стану у зв'язку зі зміненими механічними характеристиками;

9) визначення механічних властивостей для анізотропної континуальної моделі за результатами розрахунків дискретної моделі з частково пошкодженими зв'язками;

10) визначення напружено-деформованого стану об'єму матеріалу, що розглядається, з урахуванням анізотропії;

11) видача результатів розрахунків напружено-деформованого стану;

12) виключення зв'язків, які повністю вичерпали свій ресурс міцності;

13) видача відсотків пошкодженості в чарунках ґрат Браве за заданими напрямками та в заданих площинах;

14) вхідні дані для розрахункової моделі за результатами натурних експериментів при статичному напруженні;

15) вхідні дані для розрахункової моделі за результатами натурних експериментів при циклічному напруженні;

16) визначення параметрів пошкодженості матеріалу.

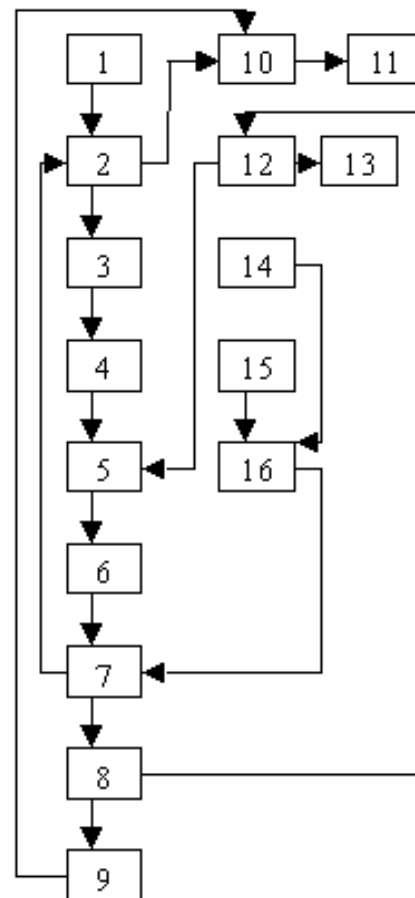


Рис. 2. Алгоритм прогнозування пошкодженості металу в малій області конструкції

Гіпотеза 1

Пропонується моделювання діаграми деформування матеріалу на розтягання пучком прутків, кожен з яких підкорюється своїй залежності $\sigma - \varepsilon$ [5]. Комбінуючи прутками та попереднім напруженням, можна моделювати задану діаграму деформування пучка прутків.

Гіпотеза 2

Пропонується моделювати накопичення пошкоджень матеріалу, що працює, на одноосьове розтягання пучком прутків, кожен з яких підкорюється своїй залежності $\sigma - \varepsilon$ та має свою межу допустимих деформацій та допустимих напружень. У процесі зростання деформації пучка рвуться ті прутки, деформація яких виявилася більшою за допустиму межу.

У результаті моделювання деформацій матеріалу пучком прутків можна визначити відсоток пошкодження, кількість непошкоджених прутків, залишковий енергетичний і деформаційний ресурс та залишкову міцність пучка матеріалу.

Модель зв'язки – пучок прутків, кожний з яких має свої фізико-механічні властивості.

Розглянемо пучок прутків, який працює на стиснення. Якщо прутки закріплені тільки в вузлах чарунків ґрат Браве, то зусилля в прутках можна визначати, використовуючи три причини зміни довжини прутків:

– унаслідок осьового повороту вузлів з'єднання прутків ΔL^I ;

– осьового стиснення ΔL^{II} ;

– прогинання пучка ΔL^{III} .

Тоді

$$\Delta L = \Delta L^I + \Delta L^{II} + \Delta L^{III}.$$

Розглянемо окремо кожну з причин зміни довжини i -го прутка. Під впливом прикладеного з ексцентриситетом зусилля попереднього напруження кожний вузол спірання прутка повертається на малий кут θ_0 . Оскільки в пучку окремий пруток i може знаходитися на відстані e_i від центроїда перерізу пучка, то кінці прутка переміщуються окремо.

Горизонтальне переміщення приблизно дорівнює $(\Delta L_0^I)_i = 2\theta_0 e_i$,

де L_0 – довжина прутка при відсутності поперечного навантаження на пучок; e_i – ексцентриситет розміщення i -го прутка відносно центроїда перерізу.

Стиснення внаслідок попереднього напруження скорочують пучок на величину

$$(\Delta L_0^{II})_i = -F_i^0 L_n / A_n E_n,$$

де F_i^0 – початкове зусилля, яке прикладене до i -го прутка, або рівнодіюча зусиль, які викликають попереднє напруження в i -му прутку; L_n – довжина пучка прутків; A_n – площа перерізу пучка прутків; E_n – модуль пружності пучка.

Коли форма кривої прогину пучка прутків змінюється, центроїди на кінцях пучка переміщуються одночасно. Це переміщення дорівнює різниці довжин кривої прогину і довжини хорди L_n (навантаження пучка). Різниця довжин елемента ds на кривій і довжина відповідного елемента dx на хорді дорівнює

$$ds - dx = dx \left[1 + (d\Delta/dx)^2 \right]^{1/2} - dx \cong \frac{1}{2} (d\Delta/dx)^2 dx,$$

де Δ – центральний прогин прутка.

Унаслідок цього

$$\Delta L^{III} = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \frac{d[\Delta_0(x_\Delta)]}{dx_\Delta} \right\}^2 dx_\Delta,$$

де Δ_0 – прогин пучка при відсутності поперечного навантаження; dx_Δ – прогин пучка при $x = x_\Delta$; x_Δ – координата пучка, в якому визначається прогин.

Повна зміна довжини прутка i дорівнює

$$(\Delta L_0)_i = (\Delta L_0^I)_i + (\Delta L_0^{II})_i + (\Delta L_0^{III})_i.$$

Якщо прогин прутків сприймає згинальний момент, тоді

$$(\Delta L_1^I)_i = 2\theta_i e_i;$$

$$(\Delta L_1^{II})_i = -FL / EA_0;$$

$$(L_1^{III})_i = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \frac{d[\Delta_1(X_\Delta)]}{dX_\Delta} \right\} dX_\Delta;$$

$$(\Delta L_1)_i = (\Delta L_1^I)_i + \Delta L_1^{II} + \Delta L_1^{III},$$

де $(\Delta L_1)_i$ – зміна довжини прутка i навантаженого зусиллям F .

Тоді

$$(\Delta L)_i = (\Delta L_1)_i - (\Delta L_0)_i.$$

Ця зміна довжини повинна відповідати зміні довжини прутка i , під впливом прикладеної сили $F_i - F_i^0$.

Отже,

$$\frac{(F_i - F_i^0)_i}{A_i E_i} = (\Delta L)_i = (\Delta L_1)_i - (\Delta L_0)_i, \quad (1)$$

де l_i – початкова довжина i -го прутка до створення попереднього напруження; A_i – площа перерізу i -го прутка; E_i – модуль пружності i -го прутка.

Для того, щоб знайти l_i , зауважимо, що коли попереднє напруження діє вздовж осі, відстань між вузлами навантаження на пруток i $L + (\Delta L_0)_i$ повинно дорівнювати довжині прутка під впливом зусилля F_i^0 , тобто

$$l_i = \left[\frac{L_n + (A_n L_0)_i}{1 + (F_i^0) / E_i A_i} \right].$$

Підставивши значення ΔL в рівняння (1), отримуємо рівняння для окремої сили F_i , яка прикладена до прутка:

$$\frac{(F_i - F_i^0) L_i}{E_i A_i} = 2l_i (\theta_i - \theta_0) - \frac{(F_n - F_0) L_n}{E_n A_n} + \frac{1}{2} \int_0^{L_i} \left[\left(\frac{d\Delta_1}{dx_\Delta} \right)^2 - \left(\frac{d\Delta_0}{dx_\Delta} \right)^2 \right] dx_\Delta.$$

Виконавши підсумки за i , та поклавши $l_i = L$, отримаємо рівняння зміни довжини пучка прутків:

$$\sum_{i=1}^N \frac{(F_i - F_i^0) L_i}{E_i A_i} = 2(\theta_1 - \theta_0) \sum_{i=1}^N e_i - \frac{(F - F_0) LN}{E_n A_n} + \frac{N}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{d\Delta_1}{dx_\Delta} \right)^2 - \left(\frac{d\Delta_0}{dx_\Delta} \right)^2 \right] dx_\Delta; \quad (2)$$

$$F^0 = \sum_{i=1}^n F_i^0;$$

$$F = \sum_{i=1}^N F_i,$$

де N – сумарна кількість прутків у пучку; n – кількість прутків, що мають попереднє навантаження.

Якщо використати принцип віртуальної роботи, можна записати залежність для усіх прогинів і поворотів вузлів кріплення пучка прутків та залежність для усіх прогинів і поворот кінцевих перерізів пучка.

Якщо $M = 0$:

$$\Delta_0(x_\Delta) = \frac{-Fex_\Delta(L - x_\Delta)}{2E_n I_0};$$

$$2\theta_0 = \frac{-F^0 e L}{E_n I_0};$$

$$e = \frac{\sum_{i=1}^N F_i^0 e_i}{F_0},$$

де I_0 – момент інерції пучка прутків.

Якщо $M > 0$ (пучок утримує згинальний момент):

$$\Delta_1(x_\Delta) = \int_0^L \frac{(M - Fe)}{E_n I_0} m_\Delta dx;$$

$$2\theta_1 = \int_0^L \frac{(M - Fe)}{E_n I_0} dx,$$

де m_Δ – одиничний момент:

$$m_\Delta = \left(1 - \frac{x_\Delta}{L} \right) x \quad \text{для } 0 \leq x \leq x_\Delta,$$

$$m_\Delta = \frac{x_\Delta}{L} (L - x) \quad \text{для } x_\Delta \leq x \leq L.$$

Виконуючи аналіз рівняння (2), можна визначити модуль пружності пучка E_n прутків, що працює на стиснення, кожний з яких має свій модуль пружності E_i , та своє попереднє напруження.

Якщо пучок прутків працює на розтягання, то відсутні складові зміни довжини пучка такі, як поворот вузлів з'єднання $\Delta L'$ і прогини точок $\Delta L''$. Не повторюючи викладки, збільшення довжини пучка прутків при розтяганні дорівнює:

$$\sum_{i=1}^N \frac{(F_i - F_i^0) L_i}{E_i A_i} = \frac{(F - F_0) LN}{E_n A_n}. \quad (3)$$

З рівняння (3) можна визначити модуль пружності пучка прутків на розтягання E_n .

Висновки

1. Запропоновано алгоритм визначення пошкоджень матеріалу з сумісним використанням континуальної та дискретної моделей матеріалу.
2. Наведені співвідношення дозволяють моделювати механічні властивості та пошкодження конструкційного матеріалу з використанням моделі матеріалу у вигляді пучка прутків, кожен з яких має свої механічні властивості і попереднє напруження.

Література

1. Матченко Т.І., Рожновська О.С. Аналіз технологій створення конструкційних матеріалів з високою міцністю на розтяг // *Авіа-2004*. – К.: НАУ, 2004. – С. 43.32
2. Тертична В.А. Моделювання міцності конструкційних матеріалів заданої структури в пластичній зоні перед вершиною тріщини // *Авіа-2004*. – К.: НАУ, 2004. – С. 42.139.
3. Зубець А.В. Моделювання пошкоджень конструкційних матеріалів заданої структури в пластичній зоні перед вершиною тріщини // *Авіа-2004*. – К.: НАУ, 2004. – С. 43.112.
4. Матченко Т.І. Структурна модель пошкоженості твердого тіла, що деформується // *Вісн. НАУ*. – 2002. – №3. – С. 210–217.
5. Матченко Т.І., Тертична В.А. Моделювання пластичних зон попереду вершини тріщини конструкційних матеріалів заданої структури // *Авіа-2004*. – К.: НАУ, 2004. – С. 43.116.

Стаття надійшла до редакції 08.06.06.