

УДК 629.735.05:004(045)

О.А. Сущенко, канд. техн. наук, доц.

## ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТУРІВ КЕРУВАННЯ СИСТЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ КУРСУ

НАУ, кафедра систем управління літальних апаратів  
E-mail fsu@nau.edu.ua

*Розглянуто особливості моделювання контурів керування системи визначення курсу. Запропоновано підхід до створення моделей системи визначення курсу, спроможних забезпечити дослідження контурів керування системи на ранніх етапах її створення. Проаналізовано два основних режими роботи системи: приведення до горизонту та визначення курсу (азимуту).*

*Features of simulation of control loops of heading system are considered. The approach to creation of the heading system models able to provide research of control loops at early stages of creation of the system is suggested. Two basic modes of the system such as setting to horizon and heading (azimuth) determination are analyzed.*

### Постановка проблеми

Ускладнення та розширення задач розвитку сучасних транспортних засобів призводить до необхідності створення нових перспективних систем керування рухомими об'єктами.

Одним із напрямів розвитку сучасних систем керування і навігації є створення приладів для визначення повної просторової орієнтації рухомого об'єкта, які за своїми можливостями наближаються до інерціальних навігаційних систем, але потребують значно менших витрат коштів та ресурсів. До таких приладів належать гіроскопічні пристрої, здатні виконувати функції гіровертикалі й вимірювача курсу та акселерометри, використовувані для корекції гіровертикалі та забезпечення її незбуреності зовнішніми прискореннями. Наявність акселерометрів дозволяє після відповідного інтегрування отримувати інформацію про швидкість рухомого об'єкта та пройдений їм шлях. До теперішнього часу у випадках надання до системи високих точнісних вимог перевага надається системам платформного типу.

До основних характеристик систем навігації рухомих об'єктів належать точність, надійність, вартість.

Останнім часом розвиток засобів навігації супроводжується різким зниженням маси, габаритів і вартості датчиків первинної інформації. Вагою обставиною є також стрімкий прогрес засобів обчислювальної техніки, що суттєво розширює функціональні можливості бортових обчислювачів та надає певні можливості для ускладнення алгоритмічного забезпечення навігаційних систем.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дослідження систем зазначеного класу на ранніх етапах їхнього створення потребує використання їхнього математичного опису.

Моделі систем визначення курсу наведено в працях [1; 2]. У них розглянуто низку важливих підходів до створення моделей систем визначення просторової орієнтації. Але для детального дослідження сучасних складних навігаційних систем із використанням обчислювальних засобів вважається доцільним урахувати такі чинники:

- рух платформи, на якій встановлюються датчики первинної інформації;
- наявність електронних пристроїв;
- необхідність дослідження контурів керування системи.

Перші два аспекти досить детально висвітлюються, наприклад, у працях [3; 4].

Останній аспект, тобто особливості моделювання контурів керування сучасних складних навігаційних систем, потребує додаткового дослідження.

**Мета роботи** – створення моделі сучасної системи визначення курсу з високими точнісними показниками, найкращим чином пристосованої до дослідження її контурів керування.

### Принципи побудови математичної моделі системи визначення курсу

До складу досліджуваної системи належать два гіроскопи з динамічним настроюванням із вертикальним і горизонтальним положенням головних осей, що дозволяє використовувати їх як гіровертикалі і вимірювач курсу, а також акселерометри, вимірювальні осі яких збігаються із подовжньою та бічною осями рухомого об'єкта.

Перераховані датчики первинної інформації розміщуються на платформі, встановленій у кардановому підвісі.

Вісь зовнішньої рами підвісу спрямована вздовж подовжньої осі рухомого об'єкта, вісь внутрішньої рами підвісу – уздовж бічної осі.

Вісь платформи перпендикулярна до площини, утвореної двома попередніми осями. Як і більшість сучасних систем визначення курсу, така система може виконувати дві функції:

- у режимі гірокомпаса система дозволяє визначити курс об'єкта відносно географічного меридіану;
- у режимі гіроазимуту система дозволяє визначити кут відхилення від заданого напрямку.

Крім того, система забезпечує визначення кутів відхилення платформи від площини горизонту, лінійні прискорення, швидкість рухомого об'єкта та пройдений їм шлях. Залежно від виконуваних функцій система визначення курсу має декілька режимів роботи, які відповідно відрізняються складом датчиків та параметрами контурів керування. До таких режимів належать:

- попереднє приведення до горизонту;
- точне приведення до горизонту;
- режим гірокомпаса;
- режим гіроазимуту.

Найбільш важлива проблема створення сучасних систем визначення курсу – визначення дискретного інтервалу обробки інформації, що, з одного боку, дозволяє реалізувати всі необхідні алгоритми роботи системи, а, з другого боку, – забезпечити необхідні показники перехідних процесів величин, що характеризують точність системи. Напрями вирішення цієї проблеми показано в працях [3; 4]. При цьому необхідно використовувати математичний опис системи, до складу якого входять моделі сервісної електроніки, що значно збільшує час моделювання.

Наприклад, на час моделювання особливо впливає використання моделі широтно-імпульсного модулятора. Інша важлива проблема створення сучасних систем визначення курсу – дослідження контурів керування системи, яке завершується вибором параметрів керування. У цій проблемі можна виділити два важливі аспекти:

- необхідність імітації довготривалих процесів з погляду на використання незбуреної інерціальної вертикалі, тобто прив'язки до періоду Шулера;
- необхідність формування складних законів керування, спроможних забезпечити очікувані точнісні характеристики.

Отже, зазначені обставини вимагають знехтування моделями сервісної електроніки та детального розгляду структури та параметрів законів керування.

Досліджувана система визначення курсу характеризується розподілом функцій керування.

Стабілізація платформи здійснюється за допомогою двигунів стабілізації, встановлених за осями карданового підвісу платформи.

При цьому формування керуючих впливів відбувається на підставі сигналів гіроскопічних датчиків визначення просторового положення рухомого об'єкта. У свою чергу, керування гіроскопічними датчиками здійснюється на підставі сигналів акселерометрів та засобів зовнішньої інформації.

Такий розподіл функції керування забезпечує високу точність стабілізації. Для забезпечення незбуреності системи зовнішніми прискореннями використовується інтегральна корекція за сигналами акселерометрів.

### Модель системи визначення курсу

Створення моделі системи визначення курсу потребує розгляду основних кінематичних співвідношень.

Просторове положення платформи із встановленими на ній датчиками визначається в системі координат  $O\xi_1\eta_1\zeta_1$ , розгорнутій відносно географічної системи координат  $O\xi\eta\zeta$  на кут азимуту  $A_0$ . Взаємне положення систем координат  $O\xi_1\eta_1\zeta_1$  і  $O\xi\eta\zeta$  показано на рис. 1, а.

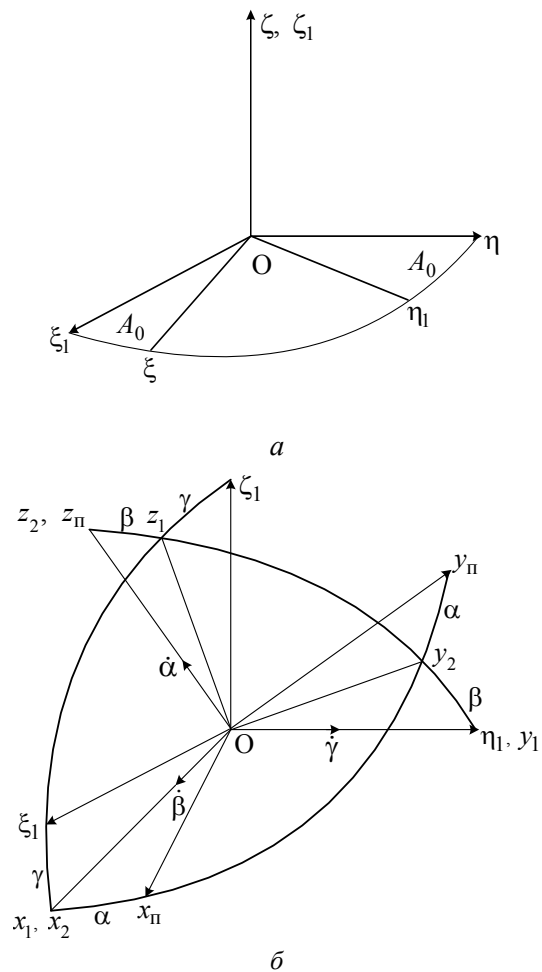


Рис. 1. Взаємне положення систем координат: а –  $O\xi_1\eta_1\zeta_1$  та  $O\xi\eta\zeta$ ; б –  $Ox_1y_1z_1$  та  $O\xi_1\eta_1\zeta_1$

Положення системи координат  $Ox_{\Pi}y_{\Pi}z_{\Pi}$ , зв'язаної з платформою, відносно системи координат  $O\xi_1\eta_1\zeta_1$  визначається поворотами на малі кути  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (рис. 1, б). При цьому в початковий момент часу осі платформи збігаються з осями чутливості розташованих на ній акселерометрів. Точність приведення платформи до горизонту визначається кутами  $\beta$ ,  $\gamma$ , а відхилення платформи від площини меридіана або початкового азимута платформи  $A_0$  – кутом  $\alpha$ .

Матриця спрямовуючих косинусів, що характеризує положення платформи в системі координат  $Ox_{\Pi}y_{\Pi}z_{\Pi}$  відносно системи координат  $O\xi_1\eta_1\zeta_1$ , має вигляд:

$$\tilde{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} \xi_1 & \eta_1 & \zeta_1 \\ x_{\tilde{1}} & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ y_{\tilde{1}} & c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ z_{\tilde{1}} & c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де  $c_{11} = \cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha$ ;

$$c_{12} = \cos \beta \sin \alpha;$$

$$c_{13} = -\sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha;$$

$$c_{21} = -\cos \gamma \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha;$$

$$c_{22} = \cos \beta \cos \alpha;$$

$$c_{23} = \sin \gamma \sin \alpha + \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha;$$

$$c_{31} = \sin \gamma \cos \beta;$$

$$c_{32} = -\sin \beta;$$

$$c_{33} = \cos \gamma \cos \beta.$$

З урахуванням малості кутів  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  матрицю спрямовуючих косинусів може бути зображено так:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \xi_1 & \eta_1 & \zeta_1 \\ x_{\Pi} & 1 & \alpha & -\gamma \\ y_{\Pi} & -\alpha & 1 & \beta \\ z_{\Pi} & \gamma & -\beta & 1 \end{bmatrix}.$$

Рівняння гіроскопа із динамічним настроюванням, що виконує функції гіровертикалі, мають вигляд [5]:

$$J\dot{\gamma}_r - H\dot{\beta}_r + c\gamma_r + d\dot{\gamma}_r - \frac{H}{T}\beta_r = H_1\omega_{xp} + M_{кор x}^r; \quad (2)$$

$$J\ddot{\beta}_r + H\dot{\gamma}_r + c\beta_r + d\dot{\beta}_r + \frac{H}{T}\gamma_r = -H_1\omega_{yp} + M_{кор y}^r; \quad (3)$$

де  $H$  – кінетичний момент ротора гіроскопа;  $c$  – остаточна жорсткість карданового підвісу гіроскопа;  $d$  – коефіцієнт демпфірування;  $T$  – стала часу прецесії гіроскопа;  $H_1 = H(1-s)$ ;  $s = 10^{-3}$ ;  $\omega_{xp}$ ,  $\omega_{yp}$  – проекції кутової швидкості

платформи на її власні осі;  $\beta_r$ ,  $\gamma_r$  – кути, що визначають положення осей Резаля відносно платформи;  $M_{кор x}^r$ ,  $M_{кор y}^r$  – моменти керування.

Рівняння гіроскопа із динамічним настроюванням, що виконує функції вимірювача курсу, мають вигляд:

$$J\ddot{\alpha}_A + H\dot{\beta}_A + c\alpha_A + d\dot{\alpha}_A + \frac{H}{T}\beta_A = -H_1\omega_{xp} + M_{кор x}^A; \quad (4)$$

$$J\ddot{\beta}_A - H\dot{\alpha}_A + c\beta_A + d\dot{\beta}_A - \frac{H}{T}\alpha_A = H_1\omega_{zp} + M_{кор z}^A; \quad (5)$$

де  $\alpha_A$  – кут, що визначає положення вимірювача курсу відносно площини меридіана;  $\beta_A$  – кут, що визначає положення вимірювача курсу відносно площини горизонту;  $M_{кор x}^A$ ,  $M_{кор z}^A$  – моменти керування.

Дослідження контурів керування системи визначення курсу потребує максимального спрощення моделей окремих складових системи, але при цьому повною мірою досліджуються всі складові законів керування. Для спрощення математичної моделі системи в цілому вважається, що рівняння руху гіроскопів із точністю до похибок системи стабілізації збігаються з рівняннями руху платформи. Такий підхід викладається в праці [5], а ця стаття розвиває цей підхід відповідно до наявності двох основних контурів керування системи визначення курсу, а саме: приведення до горизонту та визначення курсу (азимута). У цьому разі моделі акселерометрів можна не розглядати з погляду на їх високу точність. Натомість, вирази для показань акселерометрів, що використовуються для формування законів керування, мають розглядатися з усією детальністю.

Отже, математична модель системи визначення курсу в режимі точного приведення до горизонту може бути складена на підставі рівнянь (2), (3), що описують кутовий рух гіроскопа, що виконує функції гіровертикалі, та на підставі рівняння (5), що описує рух системи визначення курсу в азимуті:

$$H_1\omega_{xp} = -M_{кор x}^r + H\Delta\omega_x;$$

$$H_1\omega_{yp} = M_{кор y}^r - H\Delta\omega_y;$$

$$H_1\omega_{zp} = -M_{кор z}^A + H\Delta\omega_z.$$

Математична модель системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса або гіроазимута може бути складена на підставі рівнянь (5), (4), що визначають кутовий рух гіроскопа, що виконує функції вимірювача курсу, та рівняння (3), яке характеризує кутове відхилення від горизонтальної площини осі  $Oy_{\Pi}$ :

$$H_1 \omega_{xp} = M_{\text{кор } x}^A - H \Delta \omega_x;$$

$$H_1 \omega_{yp} = M_{\text{кор } y}^r - H \Delta \omega_y;$$

$$H_1 \omega_{zp} = -M_{\text{кор } z}^A + H \Delta \omega_z.$$

Проекції кутових швидкостей платформи на її власні осі з урахуванням малості кутів  $\alpha, \beta, \gamma$  визначаються, виходячи із матриці (1):

$$\begin{aligned} \omega_{xp} &= \dot{\beta} - \dot{\alpha}\gamma + \omega_{\xi 1} \cos \alpha + \omega_{\eta 1} \sin \alpha - \omega_{\zeta 1} \gamma; \\ \omega_{yp} &= \dot{\gamma} + \dot{\alpha}\beta - \omega_{\xi 1} \sin \alpha + \omega_{\eta 1} \cos \alpha - \omega_{\zeta 1} \beta; \\ \omega_{zp} &= \dot{\alpha} + \dot{\gamma}\beta + \omega_{\xi 1} \gamma - \omega_{\eta 1} \beta + \omega_{\zeta 1}, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\omega_{\xi 1}, \omega_{\eta 1}, \omega_{\zeta 1}$  – проекції кутових швидкостей платформи на осі системи координат  $O\xi_1\eta_1\zeta_1$ . Відповідно до рис. 1 проекції  $\omega_{\xi 1}, \omega_{\eta 1}, \omega_{\zeta 1}$  можуть бути визначені на підставі кутових швидкостей платформи в географічній системі координат  $O\xi\eta\zeta$  у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \omega_{\xi 1} &= \omega_{\xi} \cos A_0 - \omega_{\eta} \sin A_0; \\ \omega_{\eta 1} &= \omega_{\eta} \cos A_0 + \omega_{\xi} \sin A_0; \\ \omega_{\zeta 1} &= \omega_{\zeta}. \end{aligned} \quad (7)$$

Після підстановки виразів (7) у співвідношення (6) з урахуванням малості кутів  $\alpha, \beta, \gamma$  вирази для визначення проекцій кутових швидкостей платформи на її власні осі набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} \omega_{xp} &= \dot{\beta} - \dot{\alpha}\gamma + \omega_{\xi} \cos A + \omega_{\eta} \sin A - \omega_{\zeta} \gamma; \\ \omega_{yp} &= \dot{\gamma} + \dot{\alpha}\beta - \omega_{\xi} \sin A + \omega_{\eta} \cos A - \omega_{\zeta} \beta; \\ \omega_{zp} &= \dot{\alpha} + \dot{\gamma}\beta + \gamma(\omega_{\xi} \cos A_0 - \omega_{\eta} \sin A_0) - \\ &\quad - \beta(\omega_{\eta} \cos A_0 + \omega_{\xi} \sin A_0) + \omega_{\zeta}. \end{aligned}$$

Проекції кутової швидкості платформи в географічній системі координат визначаються швидкістю об'єкта та обертанням Землі:

$$\begin{aligned} \omega_{\xi} &= -\frac{V_n}{R_2}; \\ \omega_{\eta} &= \Omega_3 \cos \varphi + \frac{V_e}{R_1}; \\ \omega_{\zeta} &= \Omega_3 \sin \varphi + \frac{V_e}{R_1} \operatorname{tg} \varphi, \end{aligned}$$

де  $V_n, V_e$  – північна та східна складові повної лінійної швидкості системи визначення на осі географічної системи координат;  $R_2$  – головний радіус кривизни земної поверхні у площині меридіана:

$$R_2 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}};$$

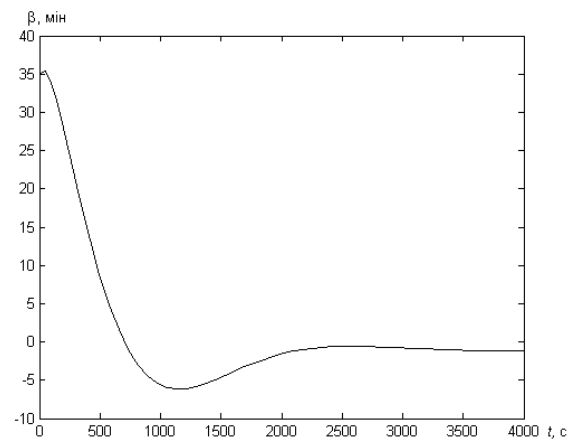
$e$  – ексцентриситет:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a};$$

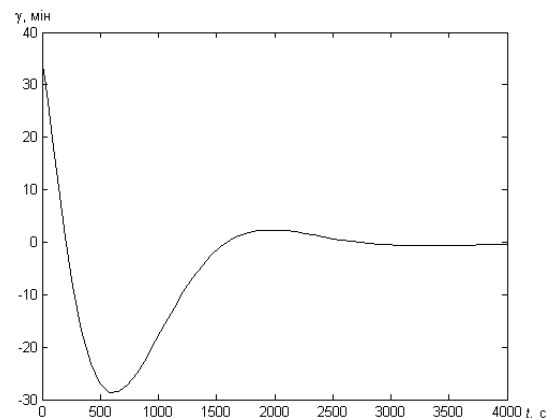
$a = 6378,245$ ,  $b = 6356,863$  – велика та мала півосі земного еліпсоїда;  $\Omega$  – швидкість обертання Землі;  $\varphi$  – географічна широта;  $R_1$  – головний радіус кривизни земної поверхні у площині першого вертикала:

$$R_1 = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Ефективність запропонованого підходу до моделювання навігаційних систем зі складними законами керування підтверджується результатами моделювання контуру приведення до горизонту (рис. 2, 3). Результати моделювання системи в режимі визначення курсу показано на рис. 4.

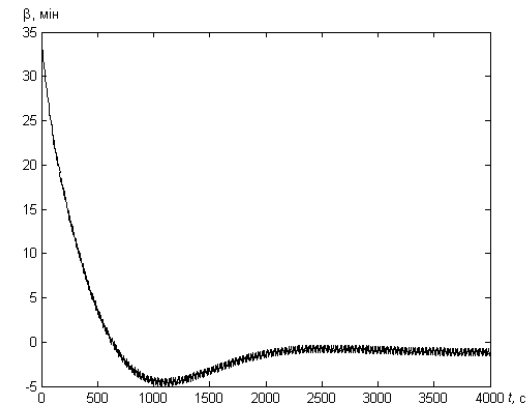


а

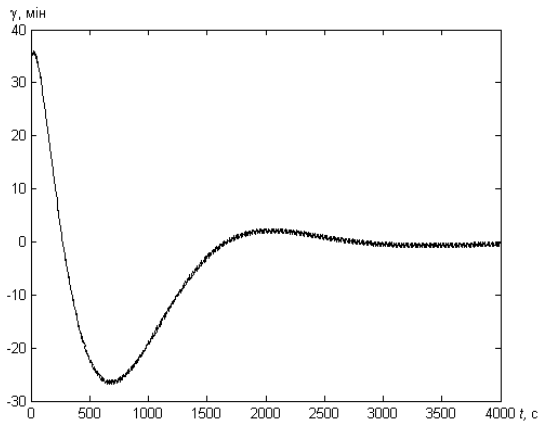


б

Рис. 2. Перехідні процеси похибок приведення до горизонту:  
а – за кутом  $\beta$ ; б – за кутом  $\gamma$

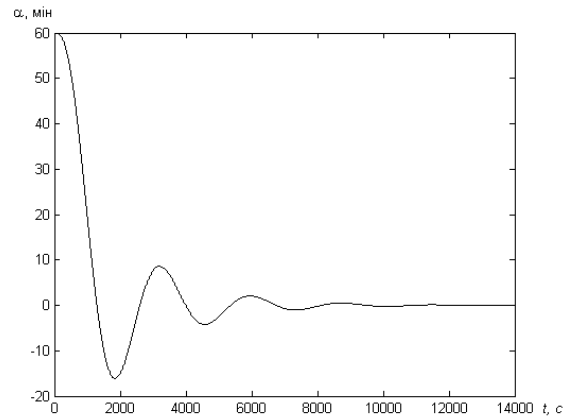


а

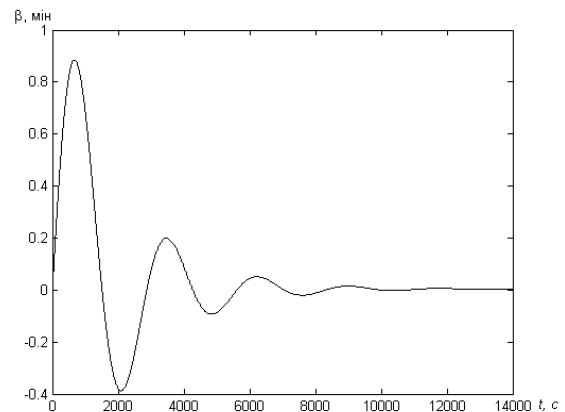


б

Рис. 3. Перехідні процеси похибок приведення до горизонту в умовах дії хитавиці:  
а – за кутом  $\beta$ ; б – за кутом  $\gamma$



а



б

Рис. 4. Перехідні процеси кутів курсу та відхилення від горизонту площини:  
а – за кутом  $\alpha$ ; б – за кутом  $\beta$

## Висновки

Запропонований підхід до моделювання контурів керування навігаційних систем зі складним законом керування забезпечує високу ефективність дослідження систем зазначеного типу на ранніх етапах їхнього створення.

## Література

1. Збруцький О.В., Нестеренко О.І., Шевчук А.В. Математична модель однієї схеми курсокренопоказчика // *Механіка гіроскопічних систем.* – К., 2001–2002. – Вип. 17–18. – С. 154–167.

2. Збруцький О.В., Янкелевич Г.Є. Гірокомпас з горизонтальною платформою // *Приладобудування та інформаційно-вимірвальна техніка.* – К., 2004. – №1. – С. 59 – 64.

3. Суцzenко О.А. Особливості керування системою визначення курсу в режимі попереднього горизонтування // *Вісн. НАУ.* – 2004. – №4. – С. 86–89.

4. Суцzenко О.А. Математична модель системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування // *Вісн. НАУ.* – 2005. – №3. – С. 43–46.

5. Брозгуль Л.И. Динамически настраиваемые гироскопы. – М.: Машиностроение, 1989. – 232 с.

Стаття надійшла до редакції 06.06.06.