

УДК 629.735.051-52

А.О. Краснопольський, асп.

СИНТЕЗ НЕСТАЦІОНАРНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ПОЛЬОТОМ ЛІТАКА ПРИ ЗНИЖЕННІ ПО ГЛІСАДІ

Запропоновано метод синтезу структури нестационарної системи автоматичного керування, що допускає великий коефіцієнт підсилення без порушення стійкості. У результаті розробки такої системи створено адаптивну систему у вигляді алгоритму і структурної схеми, що можуть бути використані в програмі бортового обчислювального комплексу на прикладі літака цивільної авіації. Розглянута адаптивна система автоматичного керування здійснює автоматичне настроювання коефіцієнта підсилення, виходячи з вимог заданої стійкості перехідного процесу.

Під час польоту літака по глісаді при зближенні з глісадним радіомаяком (ГРМ) частота власних коливань зростає. Для того, щоб частота не збільшувалася, необхідно змінювати коефіцієнти в законах формування керуючих величин.

При аналізі нестационарних автоматичних систем керування польотом використовують методи теорії стаціонарних систем з недостатнім обґрунтуванням правомірності їхнього застосування до такого класу систем [1; 2].

Автор застосував нестационарну теорію динамічних систем до аналізу автоматично керованого польоту літака за сигналами ГРМ, динаміка якого описується системою диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами [4–7].

Рівняння збуреного руху, що характеризують незбурений стан польоту літака по глісаді, отримані на основі досить обґрунтованої для даного режиму польоту процедури лінеаризації. При наявності автомата тяги політ літака в режимі заходу на посадку відбувається при сталій швидкості, тобто збурений рух за швидкістю відсутній:

$$\Delta V(t) = 0.$$

Опускаючи докладний висновок лінеаризованих рівнянь збуреного руху автоматично керованого польоту літака по глісаді, приведемо тут їх зображення, використовуючи параметричну форму перетворення Лапласа [4]:

$$Y(t; s) = \int_{-\infty}^t y(t; -\xi) e^{-s(t-\xi)} d\xi, \quad (1)$$

де $Y(t; s)$ – зображення оригіналу $y(t; -\xi)$; s – комплексне змінне:

$$s = \sigma + j\omega.$$

Зображення оригіналу $y(t; -\xi)$ є функцією параметра t і змінної ξ , $-\infty \leq \xi \leq t$, $\xi \leq t \leq \infty$, що характеризують нестационарні динамічні процеси, які описуються лінійними диференціальними рівняннями зі змінними коефіцієнтами.

При цьому [4]

$$\begin{aligned} y(t; -\xi) &= 0 \text{ при } t < \xi; \\ y(t; -\xi) &= y(t; -\xi) \text{ при } t \geq \xi. \end{aligned} \quad (2)$$

Якщо на розв'язання системи рівнянь збуреного руху накласти обмеження (2), то з рівняння збуреного руху у відхиленнях в зображення на підставі перетворення за Лапласом (1) мають такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} s \circ H(t; s) &= 78(\vartheta(t; s) - \alpha(t; s)); \\ s \circ \alpha(t; s) &= \omega_z(t; s) - 0,711\alpha(t; s); \\ s \circ \vartheta(t; s) &= \omega_z(t; s); \\ s \circ \omega_z(t; s) &= -0,518\omega_z(t; s) - 1,0\alpha(t; s) - 0,565\delta_v(t; s); \\ \delta_v(t; s) &= -\left(\frac{i_\xi}{D_r(t)} \circ H(t; s) \right) + \left(i_\vartheta \omega_z(t; s) + i_\vartheta \vartheta(t; s) \right), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де \circ – символ операторного добутку [4]; H – відхилення центра мас літака за висотою від глісади; ϑ і α – кути тангажа й атаки; ω_z – кутова швидкість навколо осі z літака; δ_v – кут відхилення керма висоти.

Система рівнянь (3) у зображеннях отримана для транспортного літака у режимі польоту по глісаді.

У рівняннях (3) усі зображення змінних за Лапласом відносяться до оригіналів у відхиленнях:

$$\Delta H(t; -\xi), \Delta \vartheta(t; -\xi), \Delta \alpha(t; -\xi), \Delta \omega_z(t; -\xi), \delta_v(t; -\xi):$$

$$H(t; s), \vartheta(t; s), \alpha(t; s), \omega_z(t; s), \delta_v(t; s).$$

Останнє рівняння в системі рівнянь (3) описує закон автоматичного керування польотом літака по глісаді.

На рис. 1 схематично зображено політ літака по глісаді.

Висота відхилення центра мас літака від глісади

$$H = D_r \sin \xi = D_r \xi,$$

унаслідок малості кута ξ .

Якщо захоплення глісади відбувається на відстані D_0 до ГРМ, то при сталій швидкості польоту літака V_0 поточна відстань до ГРМ змінюється пропорційно часу t :

$$D_r(t) = D_0 - V_0 t.$$

На основі кута ξ відхилення лінії похилої дальності від глісади формується найпростіший закон автоматичного керування польотом літака по глісаді (останнє рівняння в системі (3)):

$$\vartheta_3(t; s) = -(\xi_3(t; s) - \xi(t; s)) \dot{\xi}_\xi = -\left(\xi_3(t; s) i_\xi - \frac{i_\xi}{D_r(t)} \circ H(t; s) \right) = \frac{i_\xi}{D_r(t)} \circ H(t; s), \quad (4)$$

де ξ_3 – задане значення кута нахилу рівносигнальної зони глісадного маяка; i_ξ – передаточне число, яке дорівнює відношенню $\vartheta(t; s)$ до $\xi(t; s)$.

У рівнянні (4) усі змінні – у відхиленнях, тому $\xi_3 = \xi_{30} = 0$.

Передаточні числа $i_\vartheta, i_\alpha, i_\xi$ в останньому рівнянні системи (3) $i_\vartheta = 1$; $i_\alpha = 2$; $i_\xi = 6,5$.

На рис. 2 наведено структурну схему нестационарної автоматичної системи керування польотом літака по глісаді, що відповідає системі рівнянь (3) при виключенні з цих рівнянь змінної $\omega_z(t; s)$.

На структурній схемі (рис. 2) легко простежити той елемент нестационарності, що вноситься кутомірною системою виміру кута відхилення (лінії похилої дальності літака до злітно-посадкової смуги (ЗПС) від глісади).

За допомогою методу М.В. Месрова [3] можна підібрати коригувальну ланку, щоб не змінювати передаточні числа системи автоматичного керування. Не вдаючись у докладний доказ методу, виділимо деякі важливі моменти, без яких подальші викладення будуть скрутними.

На рис. 3 зображено структурну схему системи автоматичного керування. Частина схеми охоплюється стабілізуючим пристроєм загального типу.

Для стійкості системи при необмеженому зростанні коефіцієнта підсилення необхідне виконання умови

$$n \leq 2+n_1-n_2, \quad (5)$$

де n – ступінь полінома $D_1(s)$; n_1, n_2 – ступені поліномів $F_{n_1}(s), F_{n_2}(s)$ відповідно.

Для застосування методу М.В. Меєрова перетворимо вихідну структурну схему, наведену на рис. 2, до структурної схеми, показаної на рис. 3. На першому кроці знайдемо вид передаточної функції залежності кута тангажа $\vartheta(t; s)$ від його заданого значення $\vartheta_{\text{зад}}(t; s)$. У загальному випадку використовувати метод визначників неможливо, оскільки маємо операторний добуток, який є некомутативним [4]. Тому перепишемо четверте рівняння системи (3), виключаючи з нього $\delta_b(t; s)$, у вигляді:

$$(s^2 + 0,518s) \circ \vartheta(t; s) = -1,0\alpha(t; s) - 0,565(i_{\vartheta,s} + i_{\vartheta}) \circ \vartheta(t; s) + 0,565i_{\vartheta} \vartheta_s(t; s). \quad (6)$$

Підставляючи у формулу (6) замість $i_{\vartheta}, i_{\vartheta}$ їх числові значення та приводячи вираз до s при різних ступенях, одержимо:

$$(s^2 + 1,083s + 1,13) \circ \vartheta(t; s) = -1,0\alpha(t; s) + 1,13\vartheta_s(t; s).$$

Перепишемо друге рівняння системи (3) у такому вигляді:

$$(s + 0,711) \circ \alpha(t; s) = s \circ \vartheta(t; s). \quad (7)$$

З рівняння (7) визначимо $\alpha(t; s)$ відносно $\vartheta(t; s)$. Унаслідок того, що оператори $(s + 0,711)$ і s не залежать від параметра t , то операторний добуток виявляє себе як звичайний добуток, а обернений оператор для $(s + 0,711)$ визначається як різниця від розподілу одиниці на цей оператор. Отже,

$$\alpha(t; s) = \frac{s}{s + 0,711} \circ \vartheta(t; s).$$

Після підстановки замість $\alpha(t; s)$ і внаслідок незалежності операторів від t запишемо:

$$(s + 0,711) \circ (s^2 + 0,518s) \circ \vartheta(t; s) + s \circ \vartheta(t; s) = 1,13(s + 0,711) \circ \vartheta_s(t; s).$$

Остаточно передаточна функція має вигляд:

$$W_{\vartheta}^{\vartheta_s}(t; s) = \frac{\vartheta(t; s)}{\vartheta_{\text{зад}}(t; s)} = \frac{1,13(s + 0,711)}{s^3 + 1,794s^2 + 2,90s + 0,80}.$$

На другому кроці знайдемо передаточну функцію кута нахилу траєкторії $\theta(t; s)$ від кута тангажа. При цьому вважаємо, що

$$\theta(t; s) = \vartheta(t; s) - \alpha(t; s).$$

Тоді передаточна функція внаслідок незалежності операторів від t має вигляд:

$$W_{\theta}^{\vartheta}(t; s) = \frac{\theta(t; s)}{\vartheta(t; s)} = \frac{0,711}{s + 0,711}.$$

Процес одержання структурної схеми системи автоматичного керування, що допускає який завгодно великий коефіцієнт підсилення i_{ξ} наведено на рис. 4. Нестационарний елемент на рис. 4 позначений символом $c(t)$

$$c(t) = \frac{1}{D_r(t)}.$$

У роботі [8] пояснено, яким чином одержують остаточною структурну схему на прикладі бокового руху літака в режимі автоматичного заходу на посадку, оскільки методика розрахунку для даного режиму та для режиму, розглянутого в роботі [8], однакова, тому тут наведемо лише остаточно значення передаточної функції нестационарної ланки.

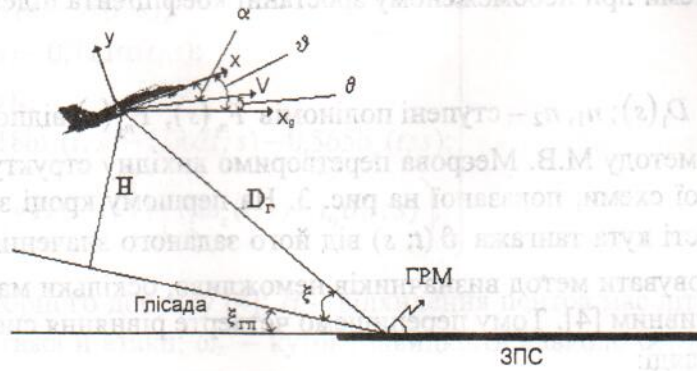


Рис. 1. Схема польоту літака по глісаді:
 x і x_g – осі абсцис зв'язаної і земної системи координат; V – вектор швидкості;
 θ – кут нахилу траєкторії; D_T – довжина похилої дальності; ξ – кут відхилення
 лінії похилої дальності літака до ГРМ від глісади; ξ_{gl} – кут нахилу глісади до
 обрису ЗПС

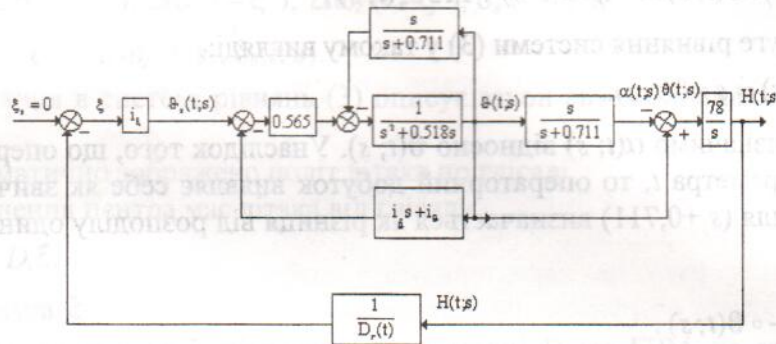


Рис. 2. Структурна схема нестационарної системи керування
 польотом літака по глісаді

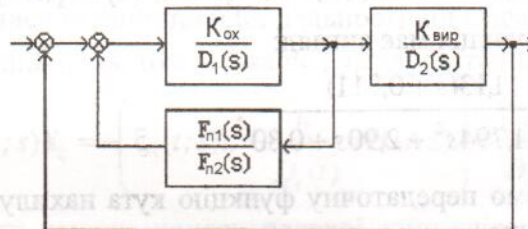


Рис. 3. Структурна схема зі стабілізуючим пристроєм загального типу

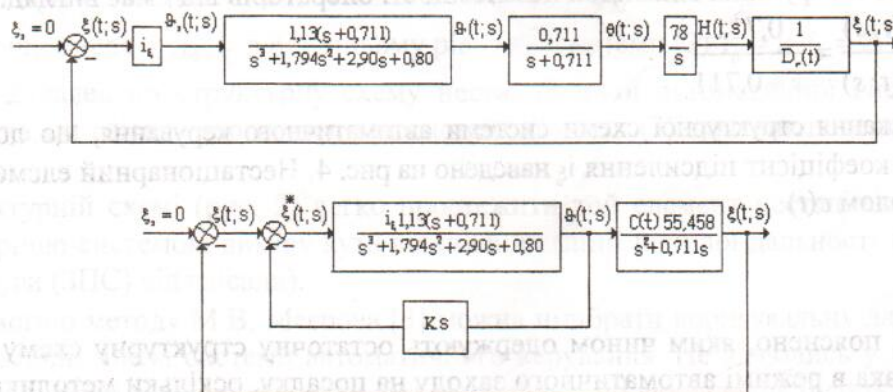


Рис. 4. Структурна схема системи автоматичного керування

Вид передаточної функції ланки, що охоплює, обраний з умов стійкості системи. Так, виходячи зі структурної схеми $n = 3$, $n_1 = 1$, $n_2 = 0$, умови стійкості (5) виконуються.

Відмінною рисою даної системи автоматичного керування від розглянутої М.В. Меєровим є те, що коефіцієнт передачі охоплювальної ланки ($K_{\text{ох}} = i_{\xi} 1,13$), не змінюється в процесі роботи системи, але саме його значення впливає на динамічні характеристики системи «система автоматичного керування–літак». Характеристичне рівняння нестационарної системи, наведеної на рис. 4, має вигляд:

$$s^5 + 2,505s^4 + 4,176s^3 + 2,860s^2 + 0,569s + K_{\text{ох}} [Ks^4 + 1,422Ks^3 + 0,505Ks^2 + K_{\text{вир}}(t)s + 0,711K_{\text{вир}}(t)] = 0,$$

де K – коефіцієнт передачі коригувальної ланки; $K_{\text{вир}}(t)$ – коефіцієнт передачі ланки, не охопленій коригувальним пристроєм:

$$K_{\text{вир}}(t) = 55,458c(t).$$

При необмеженому зростанні коефіцієнта $K_{\text{ох}}$ характеристичне рівняння системи вироджується в рівняння

$$Ks^4 + 1,422Ks^3 + 0,505Ks^2 + K_{\text{вир}}(t)s + 0,711K_{\text{вир}}(t) = 0. \quad (8)$$

Рівняння (8) називається виродженим, і за ним визначаються характеристики системи. Однак система належить до класу лінійних нестационарних систем, і застосовувати методи теорії стаціонарних динамічних систем до характеристичного рівняння (8) немає основ. Для розрахунку системи автоматичного керування необхідно застосувати теорію нестационарних динамічних систем [5; 6; 7].

Під час аналізу важливо не тільки встановити факт стійкості чи нестійкості динамічної системи, але і визначити припустимі границі зміни параметрів, що забезпечують стійкість.

У роботах [5; 6; 7] наведено доказ того, що експонентна стійкість незбуреного несталого руху динамічних систем може бути оцінена за коефіцієнтами рівнянь збуреного руху на основі критерію типу Гурвіца.

Оцінимо припустимі границі зміни параметра K з умов експонентної стійкості на основі критерію Гурвіца і характеристичного рівняння (8).

За критерієм Гурвіца визначник Гурвіца і всі його головні діагональні мінори повинні бути строго більше нуля:

$$\Delta_4(t) = \begin{vmatrix} a_1 & a_3(t) & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4(t) & 0 \\ 0 & a_1 & a_3(t) & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4(t) \end{vmatrix} > 0;$$

$$\Delta_1 = a_1 = 1,422K > 0 \Rightarrow K > 0;$$

$$\Delta_2(t) = (a_1 a_2 - a_0 a_3(t)) = 1,422K \cdot 0,505K - K K_{\text{вир}}(t) =$$

$$= K(0,718K - K_{\text{вир}}(t)) > 0 \Rightarrow K > 0; K > \frac{K_{\text{вир}}(t)}{0,718},$$

де $a_0 = K$; $a_1 = 1,422K$; $a_2 = 0,505K$; $a_3(t) = K_{\text{вир}}(t)$; $a_4(t) = 0,711K_{\text{вир}}(t)$.

У свою чергу,

$$K_{\text{вир}}(t) = 55,458c(t),$$

тобто $K > \frac{77,22}{D_0 - V_0 t}$.

Захоплення глісади літаком відбувається на різних видаленнях від ГРМ. Політ по глісаді закінчується завжди в одній точці – точці перетинання вхідної крайки ЗПС на висоті 15 м. При цьому відстань від торця ЗПС до маяка 150–300 м. Припустимо, що початкове видалення $D_0 = 5000$ м. У цьому випадку границі зміни $D_r(t)$ лінійно в часі змінюються від 5000 до 150 м. Визначимо нижню границю для коефіцієнта:

$$K > 0,515. \quad (9)$$

Виходячи з умов стійкості:

$$\Delta_4(t) = a_4(t) \Delta_3(t) > 0.$$

На підставі критерію Стодоли коефіцієнт $a_4(t)$ повинен бути строго більше нуля: $a_4(t) > 0$, а на основі критерію Гурвіца: $\Delta_3(t) > 0$.

Головний діагональний мінор $\Delta_3(t)$:

$$\Delta_3(t) = \begin{vmatrix} a_1 & a_3(t) & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4(t) \\ 0 & a_1 & a_3(t) \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3(t) - a_0 a_3^2(t) - a_1^2 a_4(t) > 0.$$

З нерівності (9) визначимо

$$-0,72K^2 - KK_{\text{вир}} > 0 \Rightarrow K > 0.$$

Отже, для стійкої роботи системи необхідне виконання умови (9), тобто коефіцієнт передачі коригувального пристрою K повинен бути обраний не менше 0,515. Виконуючи цю вимогу, беремо $K = 1$ с.

Таким чином, у систему траекторного керування польотом літака необхідно подавати не кут ξ , а різницю:

$$\Delta\xi = \xi - K\omega_z.$$

З погляду технічної реалізації, проблемою є узгодження сигналів різної природи, оскільки значення ξ подається до системи у вигляді струму, а значення ω_z – у вигляді напруги.

Список літератури

1. Боднер В.А., Козлов М.С. Стабилизация летательных аппаратов и автопилоты. – М.: Оборонгиз, 1961. – С. 508.
2. Белгородский С.Л. Автоматизация управления посадкой самолета. – М.: Транспорт, 1972. – 351 с.
3. Мееров М.В. Синтез структур автоматического регулирования высокой точности. – М.: Наука, 1967. – 420 с.
4. Шевелев А.Г. Применение преобразования Лапласа для решения линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами // Укр. мат. журн. – 1969. – Т. 21. № 5. – С. 640–652.
5. Шевелев А.Г. Критерий устойчивости типа Гурвица для линейных нестационарных динамических систем // Кибернетика и вычислительная техника. – 1986. – Вып. 69. – С. 20–27.
6. Шевелев А.Г. Устойчивость линейных нестационарных систем автоматического управления при постоянно действующих возмущениях // Кибернетика и вычислительная техника. – 1999. – Вып. 124. – С. 56–65.
7. Шевелев А.Г. Оценка экспоненциальной устойчивости линейных нестационарных динамических систем; критерии устойчивости // Кибернетика и вычислительная техника. – 2000. – Вып. 126. – С. 3–18.
8. Краснопольский А.О. Синтез нестационарной системы автоматического керування польотом літака при заході на посадку // Вісн. НАУ. – 2002. – №1. – С. 97–103.

Стаття надійшла до редакції 30.03.02.