Отже, в отриманому алгоритмі ідентифікації оцінка моделюючих коефіцієнтів АБСК проводиться в явному вигляді, що зручно для контролю їхніх значень. Процес ідентифікації має високу точність і гарну збіжність оцінки. Доцільно оцінку виконувати на ділянках маневрування літака. Ідентифікацію можна робити як у реальному масштабі часу, так і по серії зафіксованих траєкторних вимірів. У останньому випадку може бути отримана висока точність ідентифікації за рахунок багатократної «прогонки» однієї і тієї ж серії вимірів. Можливість ідентифікації в явному вигляді значень коефіцієнтів, що впливають на динаміку польоту, дозволяє також вирішувати задачу контролю роботи бортової системи керування.

Список літератури

1. *Free-For-All* Flights // Scientific American. – Vol. 273, № 6. – 1995. Dec. – P. 34 – 37.
2. *Васильев В.Н.* Использование информации о программе движения самолета в задачах оценки местоположения // Авиационные автоматизированные комплексы управления и моделирования. – Вып. 2. – К.: КИИГА, 1978. – С. 36-42.
3. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 683 с.

Стаття надійшла до редакції 30.03.02.

УДК 62.50

В.К. Антонов, канд. техн. наук, доц.

УМОВИ ЯКІСНОГО РУХУ ДИНАМІЧНИХ КЕРОВАНИХ СИСТЕМ

Наведено умови оптимальності руху керованих динамічних систем, одержані введенням до функціонала якості додаткової функції мінімального значення функціонала в постановці варіаційних задач за Гамільтоном і відповідно до принципу оптимальності Белмана.

Досягнення необхідної якості руху керованих динамічних систем пов'язане з невизначеністю рівнянь їхнього руху – керуючий вплив не задано до розв'язання задачі синтезу регулятора. Цю невизначеність варто використовувати для виконання вимог до вторинних показників стійкості – показників якості перехідних процесів, щоб у підсумку виконати умови стійкості та якості перехідних процесів.

Безпосередньо при постановці варіаційної задачі функціонал у більшості випадків містить у собі інформацію про якість перехідних процесів у неявному вигляді. Тому при розв'язанні задач конструювання регуляторів досягнення прийнятної якості руху здійснюється пошуком придатного підінтегрального виразу функціонала.

Процедура синтезу регулятора є трудомісткою і вимагає великого числа ітерацій – пробних розв'язків, у результаті яких нагромаджується досвід і формуються цілі пошуку залежно від досягнутого результату.

Розв'язання задач побудови регуляторів можна спростити, відбиваючи у функціоналі умови якості в більш явному вигляді. Оскільки безпосередня вимога до оптимальності еквівалентна мінімуму функціонала, то поставимо у відповідність додатковій умові заданої якості добавку в підінтегральний вираз функціонала, що являє собою функцію від його мінімального значення. Тоді функціонал залежить від характеру зміни його мінімального значення, що може бути використано для більш явного введення вимог до заданої якості руху. Наприклад, у задачі аналітичного конструювання найважливішому вторинному показнику – швидкодії – відповідає додаткова, позитивно визначена функція мінімуму функціонала, а при розв'язанні задачі максимальної швидкодії додаткова функція повинна вибиратися з умови рівності підінтегрального виразу одиниці.

Нехай досліджувана динамічна система описується системою диференціальних рівнянь:

$\dot{X} = F(t, X, u)$,

де t – час; X – вектор фазових координат; u – вектор керувань.

Функціонал якості задамо у загальному вигляді:

$$I = h_0(X(T),T) + \int_{t_0}^{T} (\omega(t,X,u) + \varphi(V(t,X)) + \Psi^T(F(t,X,u) - \dot{X}))dt\,, \qquad (1)$$

де h_0 – функція штрафу за порушення граничних умов на правому кінці; t_0, T – час початку і кінця процесу; ω – основна частина підінтегрального виразу функціонала (1); φ – функція мінімального значення функціонала; V – функції часу і фазового вектора в загальному випадку; ψ – вектор множників Лагранжа (вектор спряжених фазовому вектору змінних – градієнт функції V).

Задамо функцію Гамільтона, доповнивши вираз для неї членом, що описує залежність функціонала від його мінімального значення:

$$H = \omega(t,X,u) + \varphi(V(t,X)) + \Psi^T F(t,X,u)\ . \qquad (2)$$

Тоді функціонал (1) можна записати у вигляді:

$$I = h_0(X(T),T) + \int_{t_0}^{T} (H - \Psi^T \dot{X})dt\ . \qquad (3)$$

Інтегруючи другий член у підінтегральному виразі (3) вроздріб, одержимо:

$$I = h_0(X(T),T) + \int_{t_0}^{T} (H + \dot{\Psi}X) - \Psi^T X\Big|_{t_0}^{T}\ . \qquad (4)$$

Розглядаючи варіацію функціонала (4), маємо:

$$\delta I = \delta\left[h_0(X(T),T) - \psi^T X\Big|_{t_0}^{T}\right] + \int_{t_0}^{T}\left[\left(\frac{\delta H}{\delta X^T} + \dot{\psi}^T\right)\delta X + \frac{\delta H}{\delta u^T}\delta u\right]dt\ . \qquad (5)$$

З умови рівності нулю варіації функціонала (5) одержимо, як і в звичайній постановці варіаційної задачі, умови оптимальності руху для розширеної введенням додаткового члена функції Гамільтона:

$$\frac{\partial H}{\partial u^T} = 0, \qquad \dot{\Psi} = -\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{X}}\ . \qquad (6)$$

Розглянемо також оптимальний рух при залежності функціонала від його мінімального значення за допомогою принципу оптимальності Белмана. Запишемо рівняння Белмана, наприклад, для функціонала з вільним правим кінцем:

$$I = \int_{t_0}^{T} (\omega(t,X,u) + \varphi(V(t,X)))dt\ ;$$

$$\min_u\left\{\frac{\partial V(t,X(t))}{\partial t} + \omega(t,X(t),u(t,X(t))) + \varphi(v(t,X(t))) + \frac{\partial V(t,X(t))}{DX^T}F(t,X,u)\right\} = 0\ . \qquad (7)$$

Рівняння Белмана (7) з урахуванням формули (2) можна записати у вигляді:

$$\min_u\left\{\frac{\partial V(t,X(t))}{\partial t} + H\right\} = 0\ , \qquad (8)$$

оскільки вектор спряжених фазовими змінними на оптимальних траєкторіях являє собою градієнт функції мінімального значення функціонала. Керування знайдемо з умови мінімуму функції Гамільтона згідно з умовами (6):

$$\frac{\partial\omega(t,X(t),u(t,X(t)))}{Du^T} + \frac{\partial\varphi(V(t,X(t)))}{Du^T} + \Psi^T F(t,X,u) = 0\ . \qquad (9)$$

Припустимо, що рівняння (9) можна вирішити щодо вектора керування:

$$u = \Phi(t, X, \Psi)\,. \tag{10}$$

Підставимо керування (10) у рівняння Белмана (7), (8):

$$\frac{\partial V(t,X)}{\partial t} + \frac{\partial V(t,X)}{DX^T} F(t,X,\Phi) + \omega(t,X,\Phi) + \varphi(V(t,X)) = 0. \tag{11}$$

З рівняння (11) знаходимо функцію V і потім керування (10). Продиференціюємо рівняння (11) по X :

$$\frac{\partial^2 V(t,X)}{\partial t DX} + \frac{\partial^2 V(t,X)}{DX^T DX} F(t,X,\Phi) + \frac{DF^T(t,X,\Phi)}{DX}\frac{\partial V(t,X)}{DX} + \frac{\partial\omega(t,X,\Phi)}{DX} + \frac{DF(t,X,\Phi)}{Du^T}\frac{D\Phi(t,X,\Psi)}{DX^T}\frac{\partial V(t,X)}{DX} + \frac{D\Phi^T(t,X,\Psi)}{DX}\frac{\partial\omega(t,X,\Phi)}{D\Phi} + \frac{\partial\varphi(V(t,X))}{\partial V}\frac{\partial V(t,X)}{DX} = 0 \tag{12}$$

У виразі (12) перші два доданки зображають повну похідну за часом від спряженого вектора, а інші – похідну від функції Гамільтона по фазовому вектору. З урахуванням того, що градієнт функції V є вектор спряжений фазовому, рівняння (12) можна записати так :

$$\dot{\Psi} = -\frac{\partial H}{DX} = -\left(\frac{DF^T(t,X,\Phi)}{DX} + \frac{DF(t,X,\Phi)}{Du^T}\frac{D\Phi(t,X,\Psi)}{DX^T} + \frac{\partial\varphi(V(t,X))}{\partial V}\right)\Psi - \frac{\partial\omega(t,X,\Phi)}{DX} - \frac{D\Phi^T(t,X,\Psi)}{DX}\frac{\partial\omega(t,X,\Phi)}{D\Phi}.$$

Отже, доповнення функціонала (функції Гамільтона) залежністю від мінімального значення функціонала не призводить до істотної зміни уявлень про оптимальні процеси. Побудова регуляторів при цьому являє собою більш цілеспрямовані процедури. Це обумовлено тим, що додаткове обмеження, що накладається на поводження в часі мінімуму функціонала, еквівалентно завданню нижньої границі швидкодії системи. Якщо функцію V задати нестаціонарною уздовж процесу функціонування системи, то цією можливістю можна розпорядитися, виходячи з вимоги максимальної швидкодії. Така постановка не вимагає точного визначення і реалізації моментів переключення керувань. Задача максимальної швидкодії у цьому випадку зважується приблизно.

Після виконання релейних (для лінійних систем) переключень при досить малих відхиленнях фазових координат регулятор працює в безперервному режимі. У точній постановці задача про максимальну швидкодію зважується під час відсутності збурювань, і їхня наявність істотно впливає на оптимальний режим керування. Одночасно у стандартній постановці задачі аналітичного конструювання регуляторів усувається дія збурювань, що впливають на відхилення фазових координат, але не гарантується максимум швидкодії. Постановка задачі аналітичного конструювання за умови залежності функціонала від його мінімального значення забезпечує раціональне поєднання переваг режимів максимальної швидкодії і неперервного керування по відхиленню.

Явний вигляд залежності функціонала від його екстремального значення обумовлює для функціонала його власну (не викликану керуванням) зміну в часі. Керування привносить додаткова вимушена зміна. Конструктивність такого підходу виявляється у випадку залежності функціонала тільки від його екстремального значення.

Розглянемо фізичний приклад. Задано вільний рух

$$\dot{X} = \sqrt{g}\,,$$

де g – метричний коефіцієнт, функція V і функціонал

$$V = \frac{\partial \Psi}{\partial X}\sqrt{g}\ ;$$

$$I = \int_t \omega(V)dt = \frac{U}{\sqrt{g}}\int_t\int_X VdXdt = \frac{U}{\sqrt{g}}\int_t \Psi dt\ .$$

Тоді рівняння Белмана збігається з рівнянням Шредінгера:

$$\operatorname{extr}\left\{\frac{\partial V}{\partial X}\dot{X} + \omega(V)\right\} = 0\ ;$$

$$g\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + U\Psi = 0.$$

Фізичний зміст використаного для побудови рівняння Шредінгера функціонала полягає у тому, що він відбиває умову екстремальності прояву властивостей матерії як варіаційного принципу її існування, а сам факт її існування вказує на те, що екстремумом є максимум. Тому експериментально встановлена істинність рівняння Шредінгера вказує на об'єктивний і універсальний характер цього принципу, що погоджується з принципом заборони Паулі.

При побудові рівняння руху, функціонала і функції його екстремального значення можна по-різному розподілити внесок метричного коефіцієнта в ці структурні об'єкти принципу оптимальності і зберегти при цьому кінцевий результат. Фізично цю інваріантість слід розуміти як прояв причинно-наслідкового зв'язку між градієнтом хвильової функції і довжиною фізичного простору і відповідно між нестаціонарністю градієнта хвильової функції і часовою тривалістю, що має динамічний характер.

Експериментально наведений принцип може бути перевірений підтвердженням існування ефекту динамічної поляризації вакуума при спостереженні протікання постійного струму через вакуумний конденсатор, пластини якого рухаються, наприклад, обертаються і за допомогою якого можна провести експеримент на зразок експерименту Майкельсона. Цей ефект є природним аналогом такого ж ефекту для електричної системи, в якій діелектрик рухається в електричному полі двох протилежно заряджених конденсаторів, і його переполяризація призводить до виникнення постійного струму. Існування такого ефекту очевидне і випливає із еквівалентності часової та просторової нестаціонарності системи, коли множення градієнта електричного поля на швидкість руху діелектрика дорівнює швидкості зміни поля.

Стаття надійшла до редакції 20.04.02.

УДК 621.372

В.М. Шутко, канд. техн. наук

РОЗПІЗНАВАННЯ В ЛАЗЕРНІЙ ЛОКАЦІЇ ЦІЛЕЙ З ОДНАКОВОЮ ЕФЕКТИВНОЮ ПОВЕРХНЕЮ РОЗСІЯННЯ

Розглянуто розпізнавання в лазерній локації цілей з різними об'ємними параметрами, які мають однакову ефективну поверхню розсіяння. Ця задача зводиться до перевірки гіпотези про належність випадкової величини до одного з двох розподілів Ерланга різного порядку.

У лазерній локації внаслідок флуктуацій сигналу в атмосфері інтенсивність відбитого від цілі сигналу є випадковою величиною, яка має гамма-розподіл [1; 2]. Параметр M цього розподілу дорівнює кількості так званих «плям». Кількість цих «плям» залежить від об'ємних параметрів цілі. Проте інтенсивність відбитого сигналу залежить не тільки від величини цілі, а й від матеріалів її виготовлення, тобто залежить від ефективної поверхні розсіяння. Використовуючи вказане, будують так звані хибні цілі. Тобто конструюють літальні апарати з малими га-