УДК 519.254:519.674

**А.Я. Білецький,** д-р техн. наук, проф.,
**П.О. Приставка,** канд. техн. наук, доц.

# ПОБУДОВА ПРОСТОРОВИХ МОДЕЛЕЙ У СИСТЕМІ МОНІТОРИНГУ ЗА ДАНИМИ СПОСТЕРЕЖЕНЬ НА МІСЦЕВОСТІ

*Запропоновано інформаційну технологію з використанням процедури регуляризації даних та локальних поліноміальних сплайнів для побудови реалістичних моделей розповсюдження техногенних забруднень. Наведено приклад застосування технології за даними в зоні спостереження хвостосховища радіоактивних відходів.*

Під інформаційною технологією побудови реалістичних моделей місцевості з накладенням на них поверхонь концентрацій елементів забруднення (радіоактивне випромінювання, токсичні речовини у складі ґрунту, важкі метали, що накопичуються в наземних рослинах тощо) будемо розуміти групу алгоритмів, які забезпечують ефективне розв'язання поставленої задачі, відповідають вимогам адекватності моделі та є невибагливими при реалізації у вигляді прикладного програмного забезпечення. Фактично розв'язання такої задачі складається з чотирьох етапів:

– збирання та підготовки даних до обробки (моніторинг);
– побудови макету місцевості (задача інтерполяції даних);
– побудови поверхні концентрації хімічних елементів з накладанням на макет місцевості;
– аналізу одержаних результатів.

Дані спостережень, які підлягають обробці, можуть бути зображені двома типами масивів: замірами, що проводилися на регулярній сітці, та нерегулярними спостереженнями. Для побудови моделі місцевості краще провести підготовку масиву регулярних даних (наприклад – оцифровування карти висот над рівнем моря):

$$\left\{\left(t_i, q_j\right), p_{i,j},\ \ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\right\},$$

де $t$ – відносна координата у напрямку північ–південь; $q$ – координата у напрямку схід–захід; $p$ – висота; $n$, $m$ – кількість даних у відповідних напрямах.

При великому обсязі даних достатньо обмежитися візуалізацією одержаного масиву. З метою поповнити дані пропонується наступний підхід. Нехай маємо спостереження реалізації за характеристиками $T$, $Q$ об'єкта, що є аргументами деякої $p(t,q)$ функції. Зафіксуємо два розбиття $\Delta_{h_t}$, $\Delta_{h_q}$ осей спостереження точками $t_i = ih_t$, $q_j = jh_q$ $(i, j \in Z)$ з кроком $h_t$ і $h_q$, відповідно до яких задається $\Delta_{h_t, h_q}$ розбиття площини спостереження і за яким будемо шукати наближення функції $p(t,q)$ у вигляді локального сплайну [1]:

$$S_{2,0}(p,t,q) = \sum_{i\in Z}\sum_{j\in Z} B_{2,h_t}(t - ih_t) B_{2,h_q}(q - jh_q) p_{i,j},$$

де з урахуванням відповідного аргументу

$$B_{2,h_l}(l) = \begin{cases} 0, & |l| \ge 3h_l/2, \\ (3 + 2l/h_l)^2/8, & l \in [-3h_l/2; -h_l/2], \\ 3/4 - (2l/h_l)^2/4, & l \in [-h_l/2; h_l/2], \\ (3 - 2l/h_l)^2/8, & l \in [h_l/2; 3h_l/2], \end{cases} \qquad l = t, q.$$

Сплайн $S_{2,0}(p,t,q)$ за рахунок свого аналітичного зображення дозволяє одержати будь-яку кількість даних для подальшої візуалізації та має високу якість апроксимації [2]. Так, для $\forall p(t,q) \in C^{2,2}$ відбувається

$$\left\|p(t,q)-S_{2,0}(p,t,q)\right\|\le\frac{h_t^2}{6}\left\|p''_{t^2}(t,q)\right\|+\frac{h_q^2}{6}\left\|p''_{q^2}(t,q)\right\|+\frac{h_t^2h_q^2}{36}\left\|p^{(4)}_{t^2q^2}(t,q)\right\|+\varepsilon\left\|p(t,q)\right\|+O\left(h^4\right),$$

де $\varepsilon=\max_{i,j}\left\{\varepsilon_{i,j}\right\}$; $\varepsilon_{i,j}$ – похибка; $h=\max\left\{h_t,h_q\right\}$.

При побудові поверхонь концентрацій елементів екологічного забруднення через специфіку проведення замірів часто маємо справу з нерегулярними даними. Постановка задачі на побудову поверхні за такими даними може відрізнятися від наведеної лише пунктом попередньої регуляризації даних. Згідно з роботою [3] наведемо викладення ітераційної процедури регуляризації даних.

Нехай існує деяка функція $z=f(x,y)$, $f(x,y)\in C^{2,2}$ і задано масив $P=\left\{p_s;s=\overline{1,N}\right\}$, де $\rho_s$ – точка тривимірного евклідового простору з координатами $\rho_s:\left\{\chi_s;\upsilon_s;\zeta_s\right\}$.

Будемо вважати, що для будь-яких координат $\chi_s$, $\upsilon_s$, $s=\overline{1,N}$ виконується:

$$\chi_s\in\left[x_{\min};x_{\max}\right],\qquad \upsilon_s\in\left[y_{\min};y_{\max}\right],$$

де точки

$$\left\{x_{\min};y_{\min}\right\}\text{ і }\left\{x_{\max};y_{\max}\right\}$$

визначають деяку прямокутну область $\Delta$ (рис. 1).

За масивом $P=\left\{p_s;s=\overline{1,N}\right\}$ будемо шукати рівномірне розбиття області $\Delta$ на прямокутні області $\Delta_{ij}$, $i,j=\overline{0,M-1}$, у кожному $(i,j)$-му елементі якого отримували б наближення функції $f(x,y)$.

Розбиття області $\Delta$ будемо проводити ітераційно. Для кожної $k$-ї ітерації ($k$ = 1, 2...) елементи розбиття $\Delta^{(k)}$ визначаються таким способом:

$$\bigcup\Delta_{ij}^{(k)}=\Delta^{(k)}=\Delta;\qquad \Delta_{ij}^{(k)}:\left\{\begin{array}{l}(xb_{ij}^k;yb_{ij}^k);\\(xe_{ij}^k;ye_{ij}^k)\end{array}\right\},$$

де $xb_{ij}^k=x_{\min}+i\cdot\dfrac{x_{\max}-x_{\min}}{2^k}$;

$$yb_{ij}^k=y_{\min}+j\cdot\frac{y_{\max}-y_{\min}}{2^k};$$

$$xe_{ij}^k=x_{\min}+(i+1)\cdot\frac{x_{\max}-x_{\min}}{2^k};$$

$$ye_{ij}^k=y_{\min}+(j+1)\cdot\frac{y_{\max}-y_{\min}}{2^k};$$

$$i,j=\overline{0,2^k-1}.$$

Центральна точка області $\Delta_{ij}^{(k)}$ визначається координатами (рис. 2):

$$\delta_{ij}^{(k)}:\left\{x_{ij}^{(k)};y_{ij}^{(k)}\right\};$$

$$x_{ij}^{(k)}=x_{\min}+\left(i+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{x_{\max}-x_{\min}}{2^k};$$

$$y_{ij}^{(k)}=y_{\min}+\left(j+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{y_{\max}-y_{\min}}{2^k}.$$

Значення $z_{ij}^{(k)}$ функції $z=f(x,y)$ в області $\Delta_{ij}^{(k)}$, а отже і у точці $\delta_{ij}^{(k)}:\left\{x_{ij}^{(k)};y_{ij}^{(k)}\right\}$ будемо визначати так:

$$z_{ij}^{(k)}=\frac{\sum\limits_{s=1}^{N}\zeta_s\cdot I_{s;(ij)}^{(k)}}{N_{ij}^{(k)}}+z_{ef}^{(k-1)}\cdot J_{ij}^{(k)},$$

де

$$I_{s;(ij)}^{(k)}=\begin{cases}1, & \left(i=\left[2^k\dfrac{\chi_s-x_{\min}}{x_{\max}-x_{\min}}\right]\right)\cup\left(j=\left[2^k\dfrac{\upsilon_s-y_{\min}}{y_{\max}-y_{\min}}\right]\right);\\ 0, & \textit{у будь-якому іншому разі};\end{cases}$$

$$N_{ij}^{(k)}=\begin{cases}\sum\limits_{s=1}^{N}I_{s;(ij)}^{(k)}, & \sum\limits_{s=1}^{N}I_{s;(ij)}^{(k)}>0;\\ 1, & \sum\limits_{s=1}^{N}I_{s;(ij)}^{(k)}=0;\end{cases}$$

$$J_{ij}^{(k)}=\begin{cases}1, & N_{ij}^{(k)}=1;\\ 0, & N_{ij}^{(k)}\neq 1;\end{cases}$$

$$e=\left[2^{k-1}\frac{x_{ij}^{(k)}-x_{\min}}{x_{\max}-x_{\min}}\right];\quad f=\left[2^{k-1}\frac{y_{ij}^{(k)}-y_{\min}}{y_{\max}-y_{\min}}\right];\quad [\bullet]\text{ – ціла частина.}$$

Для $k=1$ вважаємо

$$z_{ef}^{(k-1)}=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\zeta_s.$$

На кожній ітерації масив $\{z_{ij}^{(k)};\ i,j=\overline{0,2^k-1}\}$ підлягає згладжуванню. Остаточно $z_{ij}^{(k)}$ набуває значення:

$$z_{ij}^{(k)}=\begin{cases}\dfrac{1}{9}\sum\limits_{a=i-1}^{i+1}\sum\limits_{b=j-1}^{j+1}z_{ab}^{(k)}; & \left(i\in\left[1;2^k-2\right]\right)\cup\left(j\in\left[1;2^k-2\right]\right);\\ \dfrac{1}{4}\sum\limits_{a=i}^{i+1}\sum\limits_{b=j}^{j+1}z_{ab}^{(k)}; & (i=0)\cup(j=0);\\ \dfrac{1}{4}\sum\limits_{a=i}^{i+1}\sum\limits_{b=j-1}^{j}z_{ab}^{(k)}; & (i=0)\cup\left(j=2^k-1\right);\\ \dfrac{1}{4}\sum\limits_{a=i-1}^{i}\sum\limits_{b=j}^{j+1}z_{ab}^{(k)}; & \left(i=2^k-1\right)\cup(j=0);\\ \dfrac{1}{4}\sum\limits_{a=i-1}^{i}\sum\limits_{b=j-1}^{j}z_{ab}^{(k)}; & \left(i=2^k-1\right)\cup\left(j=2^k-1\right);\\ \dfrac{1}{6}\sum\limits_{a=i}^{i+1}\sum\limits_{b=j-1}^{j+1}z_{ab}^{(k)}; & (i=0)\cup\left(j\in\left[1;2^k-2\right]\right);\\ \dfrac{1}{6}\sum\limits_{a=i-1}^{i}\sum\limits_{b=j-1}^{j+1}z_{ab}^{(k)}; & \left(i=2^k-1\right)\cup\left(j\in\left[1;2^k-2\right]\right);\\ \dfrac{1}{6}\sum\limits_{a=i-1}^{i+1}\sum\limits_{b=j}^{j+1}z_{ab}^{(k)}; & \left(i\in\left[1;2^k-2\right]\right)\cup(j=0);\\ \dfrac{1}{6}\sum\limits_{a=i}^{i+1}\sum\limits_{b=j-1}^{j}z_{ab}^{(k)}; & \left(i\in\left[1;2^k-2\right]\right)\cup\left(j=2^k-1\right).\end{cases}$$

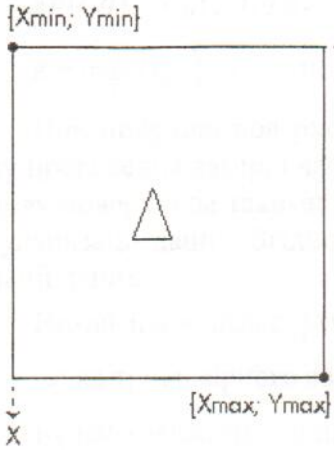


Рис. 1. Прямокутна область $\Delta$

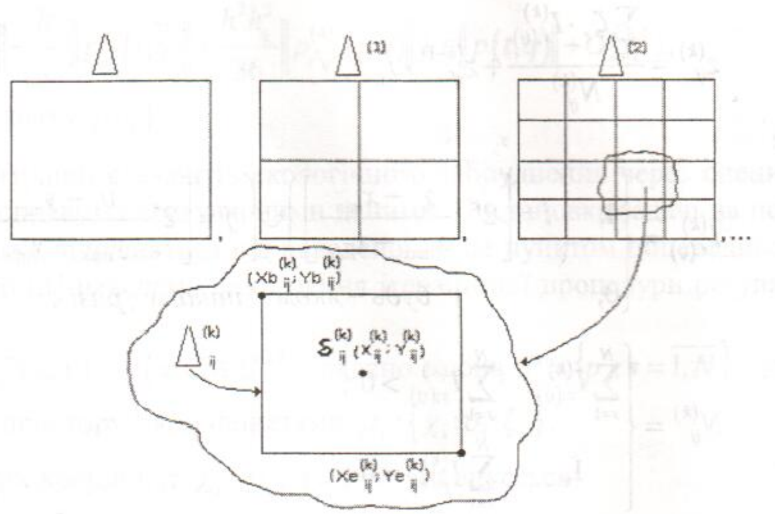

Рис. 2. Ітераційне розбиття

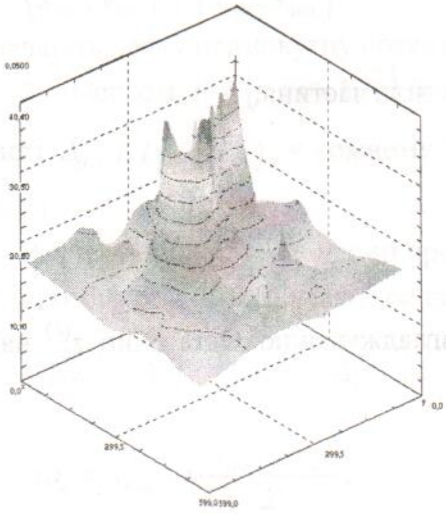

Рис. 3. Просторова модель потужності γ-випромінювання

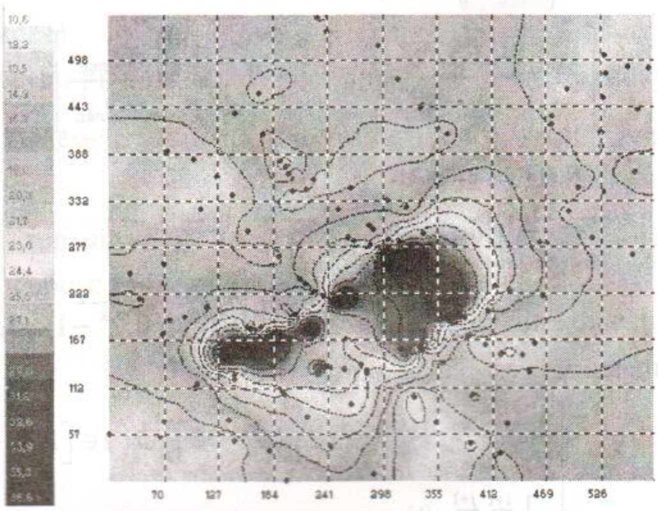


Рис. 4. Модель потужності γ-випромінювання (проекція на площину)

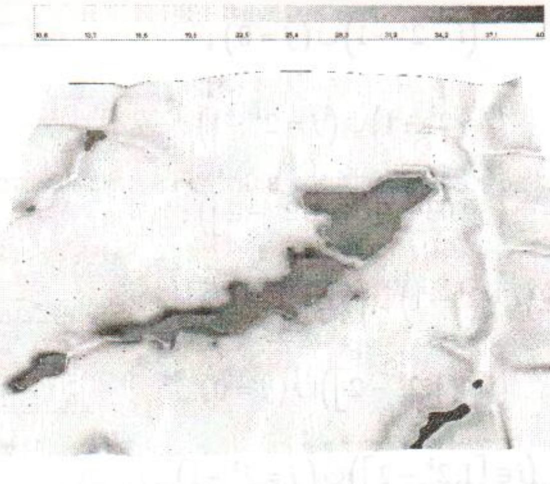

Рис. 5. Модель місцевості з нанесенням потужності дози γ-випромінювання

Отже, на кожній ітерації одержуємо двовимірний масив точок з координатами

$$\left\{x_{ij}^{(k)}; y_{ij}^{(k)}; z_{ij}^{(k)}\right\},\ i, j = \overline{0, 2^k - 1}.$$

При цьому величина $z_{ij}^{(k)}$, з урахуванням апріорного масиву $P = \{\rho_s\ ;\ s = \overline{1, N}\}$, є усередненим значенням функції $z = f(x, y)$ в області $\Delta_{ij}^{(k)}$.

Процес проведення ітераційного розбиття прямокутної області $\Delta$ може бути завершений після досягнення величини $k$ деякого визначеного наперед значення.

Зазначені математичні підходи дозволили розробити інформаційну технологію, яка увійшла до складу створеного програмного забезпечення побудови макетів місцевості з нанесенням вмісту різних речовин забруднення. Програмні засоби розроблялися у середовищі компілятора Delphi5 з використанням компонентів та драйверів DirectX8, які можуть застосовуватися як окремо, так і у складі системи оперативного аналізу та прогнозування за результатами моніторингу.

Прикладом реалізації наведеної процедури є аналіз потужності експоненціальної дози γ-випромінювання на висоті 1 м від поверхні ґрунту на місцевості 6×6 км за нерегулярними даними. Результатом обробки даних є просторова модель (рис. 3). Зрозуміло, що набагато інформативнішим для опрацювання є подання моделі у вигляді відповідної карти ізоліній або оцифрованих карт вмісту концентрації речовини. Останнє неважко виконати (рис. 4), спроектувавши реалізацію поданої моделі на площину. Місця проведення замірів вказано точками. По кожній з осей у кожній одиниці відкладено – 0,01 км, зліва – шкала концентрації речовини в мікрорентгенах за 1 год.

Проте найбільшої інформативності можемо досягнути, якщо проведемо проектування моделі не на площину, а безпосередньо на побудовану модель місцевості. Дані з наведеного прикладу спостерігалися поблизу хвостосховища радіоактивних відходів. Для одержання макету місцевості проводилася оцифровка карти місцевості з наступним їхнім поповненням за використанням локального сплайну, після чого на модель рельєфу місцевості було накладено результати опрацювання нерегулярних даних спостережень (рис. 5). Аналіз результатів обробки даних на основі сплайну $S_{2,0}(p, t, q)$ та викладеної ітераційної процедури регуляризації показує високу адекватність відображення потужності $\gamma$-випромінювання стосовно місцевості.

Отже, зазначений підхід до побудови просторових моделей за результатами моніторінгу є загальним для широкого класу задач, де виникає необхідність візуалізації поверхонь спостережень.

## Список літератури

1. *Приставка П.О.* Застосування поліноміальних сплайнів двох змінних на основі В-сплайнів при опрацюванні результатів спостережень //Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Д.: Навч. кн. – 2000. – Т.3. – С. 144-151.

2. *Приставка П.О.* Оцінка функції щільності розподілу двох змінних поліноміальним сплайном на основі В-сплайнів // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Д.: Навч. кн. – 2001. – Т.5. – С. 3–12.

3. *Булана Т.М., Приставка П.О.* Інформаційна технологія візуалізації просторової моделі рудного тіла // Зб. наук. пр. НГА Украины. –Д.: РИК НГА Украины. – 2001. –№12. Т. 1. – С. 210–217.

Стаття надійшла до редакції 10.06.02.