

УДК:621.384.326

Є.В. Мельніков, канд. техн. наук, доц.,  
Д.Є. Мельніков**УЗАГАЛЬНЕНА МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСУ ЗАРЯДУ  
В ОПИСІ ДІОДІВ ГАННА**

*Розглянуто застосування моделі інерційного елемента, нелінійність якого задається залежністю параметрів від заряду, для опису процесів, що протікають у діодах Ганна, як твердотільних приладах надвисокої частоти.*

Розв'язання проблеми мікромініатюризації і поліпшення техніко-економічних показників радіоелектронної апаратури з одночасним розширенням її функціональних можливостей багато в чому залежить від широкого використання в розробках методів і пристроїв мікроелектроніки.

Великих успіхів досягнуто у створенні інтегральних схем, основні елементи яких виконуються у вигляді напівпровідникових структур з різними властивостями. Однак подальший розвиток таких схем має теоретичну межу, зумовлену конструктивною складністю, зниженням надійності, споживаною потужністю. Проблема подолання цих обмежень була причиною використання різних за своєю природою фізичних явищ, що протікають у штучних і природних середовищах, для створення пристроїв, функції яких звичайно реалізуються за допомогою складного багатоелементного ланцюга.

Використання в інженерній практиці властивостей і явищ у твердому тілі відкриває широкі можливості із створення нових пристроїв. Сучасний рівень розвитку технології отримання об'ємних і плівкових структур дозволяє створювати їх розмірами, багато меншими довжин хвиль радіочастотного діапазону.

У дослідженні названих систем можливі два підходи – мікроскопічний, заснований на модельних уявленнях про будову речовини, і макроскопічний (феноменологічний), що описує явища в найбільш загальному вигляді, встановлюючи основні закономірності явища без використання модельних уявлень про будову речовини. Саме в цій останній обставині основна перевага феноменологічних теорій, їх загальний характер.

У роботі [1] пропонується одновимірна модель переносу заряду  $q$  в нелінійній інерційній системі у формі рівняння балансу:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r(q)} q(t - \tau_0(q)) = \sum_{k=1}^n \sigma_k(q) u_k(t); \quad (1)$$

$$q = \int_V \rho_{cp} d\xi;$$

$$\rho_{cp} = 1/V \int_V \rho d\xi;$$

де  $V$  – швидкість дрейфу;  $\xi$  – змінна інтегрування;  $n$  – кількість входів;  $\rho_{cp}$  – середня густина заряду;  $\tau_r$  – час релаксації заряду;  $\tau_0 = l/V$  – час переносу заряду;  $l$  – довжина прольоту;  $\sigma_k$  – миттєве значення вхідної провідності елемента (приладу), що досліджується;  $u_k$  – вхідна напруга;  $\rho$  – густина заряду.

Модель, що пропонується, розглядає прилад або компонент електричного ланцюга, розмірами, багато меншими довжини хвилі збуджуючого джерела, як нелінійний інерційний елемент електричного ланцюга, інерційність якого визначається кінцевими величинами часу релаксації  $\tau_r$  і часу переносу заряду  $\tau_0$ , а нелінійність – залежністю всіх параметрів від шуканої змінної  $q$ .

Наявність у моделі вхідної провідності і визначення цієї провідності є дуже важливим при будь-якому рівні складності внутрішньої структури елемента. Для системи, в якій він використовується, важливі лише його вхідні характеристики.

За формою рівняння моделі, що пропонується, являє собою нелінійне однорідне диференціальне рівняння першого порядку з аргументом, що відхиляється. Вивченню рівнянь такого вигляду присвячено велику кількість робіт. Відомо, що розв'язання цього рівняння у наведеному вигляді можливо лише чисельними методами. Для отримання аналітичного розв'язку (у лінійному наближенні) необхідно використати різні види асимптотичних розв'язків і їх наближень.

Використуємо наближення  $\tau_r = \text{const}$  і  $\tau_0 = \text{const}$ . Останнє правомірно при достатніх величинах напруги зміщення  $U_0$ , що визначають поля, при яких швидкість дрейфу заряду досягає величини насичення, тобто  $V = \text{const}$ .

У цьому випадку нелінійність буде зосереджена в залежності  $\sigma(q)$  і рівняння моделі набуде вигляду:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} q(t - \tau_0) = \sum_{k=1}^n \sigma_k(q) u_k(t). \quad (2)$$

Аналітично можна вирішити рівняння (2), використовуючи метод малого параметра [2]. При цьому в рівняння вводиться параметр  $\varepsilon$  і виконується розкладання по параметру  $q$  та  $\sigma(q)$ . У разі введення в рівняння параметра  $\varepsilon$  і при  $n=1$  воно набуває вигляду:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} q(t - \tau_0) = \sigma(q)(U_0 + \varepsilon U(t)). \quad (3)$$

Будемо шукати розв'язок у вигляді  $q=q(t, \varepsilon)$ :

$$q = q(t, \varepsilon) = \sum_k q_k(t) \varepsilon^k \quad (4)$$

при задовільненні умови

$$q|_{t=0} = q(t, \varepsilon)|_{t=0} = q_0.$$

Нехай в околі точки  $q_0$  можна розкласти  $\sigma(q)$  в ряд Тейлора:

$$\sigma(q) = \sum_n \frac{\sigma^{(n)}(q_0)}{n!} (q - q_0)^n. \quad (5)$$

У свою чергу,

$$\frac{dq}{dt} = \sum_k \frac{dq_k}{dt} \varepsilon^k. \quad (6)$$

Підставляючи рівняння (4), (5) і (6) у формулу (3), отримаємо

$$\sum_k \left( \frac{dq_k(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} q_k(t - \tau_0) \right) \varepsilon^k = (U_0 + \varepsilon U(t)) \sum_n \frac{\sigma^{(n)}(q_0)}{n!} \left( \sum_k q_k(t) \varepsilon^k \right)^n. \quad (7)$$

Унаслідок розв'язання формули (7) отримаємо систему лінійних диференціальних рівнянь. Виділимо з формули (7) рівняння першого наближення:

$$\frac{dq_1(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} q_1(t - \tau_0) - \frac{1}{\tau_r} \frac{d\sigma_i}{di} \Big|_{I_0} U_0 q_1(t) = \sigma_0 U_m \sin(\omega t).$$

З урахуванням зовнішнього впливу, вигляду  $u(t) = U_0 + U_m(t)$ , виділимо з рівняння (7) другого наближення:

$$\frac{dq_2(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} q_2(t - \tau_0) - \frac{d\sigma}{dq} \Big|_{q_0} U_0 q_2(t) - \frac{1}{2} \frac{d^2\sigma}{dq^2} \Big|_{q_0} U_0 q_1^2(t) = \frac{d\sigma}{dq} \Big|_{q_0} q_1(t) U_m \sin(\omega t).$$

А рівняння третього наближення, в свою чергу, має вигляд:

$$\frac{dq_3(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} q_3(t - \tau_0) - \frac{d\sigma}{dq} \Big|_{q_0} U_0 q_3(t) - \frac{1}{6} \frac{d^3 \sigma}{dq^3} \Big|_{q_0} U_0 q_1^3(t) = \frac{1}{2} \frac{d^2 \sigma}{dq^2} \Big|_{q_0} q_2(t) U_m \sin(\omega t).$$

Аналітичні рівняння більш високих ступенів наближення являють собою ще більш громіздкі вирази. Будемо обмежуватися розглядом рівняння першого лінійного наближення. У зв'язку з цим найважливішим є питання стійкості, яке пов'язане з розташуванням коренів характеристичного рівняння. Здійснимо дослідження стійкості однорідного рівняння вигляду:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} q(t - \tau_0) - \frac{1}{\tau_r} \alpha q(t) = 0, \quad (8)$$

де  $\alpha$  – деяка дійсна стала.

Розв'язок будемо шукати у вигляді

$$q(t) = e^{kt}, \quad (9)$$

де  $k$  – корені рівняння.

Підставляючи формулу (9) у рівняння (8) і скорочуючи на  $e^{kt} \neq 0$ , отримаємо квазіхарактеристичний поліном вигляду

$$k\tau_r + e^{-k\tau_0} - \alpha = 0, \quad (10)$$

де  $\tau_r > 0$ ;  $\tau_0 > 0$ .

Перетворимо поліном (10) до вигляду:

$$a(k\tau_r - \alpha)e^{a(k\tau_r - \alpha)} + ae^{-a\alpha} = 0,$$

де  $a = \frac{\tau_0}{\tau_r}$ .

Позначивши

$$z = a(k\tau_r - \alpha); \quad b = ae^{-a\alpha},$$

отримаємо

$$ze^z + b = 0. \quad (11)$$

Побудуємо амплітудно-фазову характеристику цього квазібагаточлена:

$$f(j\omega) = g(\omega) + jh(\omega),$$

де  $g(\omega) = \operatorname{Re}(j\omega e^{j\omega} + b) = b - \omega \sin(\omega)$ ;

$$h(\omega) = \operatorname{Im}(j\omega e^{j\omega} + b) = \omega \cos(\omega).$$

Згідно з теоремою Ерміта-Білера для стійкості квазібагаточлена (11) необхідно і достатньо, щоб виконувалися такі умови:

– існувало хоча б єдине значення  $\omega_0$ , при якому правдива нерівність

$$h'(\omega_0)g(\omega_0) - h(\omega_0)g'(\omega_0) > 0,$$

– корені функцій  $g(\omega)$  і  $h(\omega)$  перемежались.

Першу умову перевіримо. Дійсно,

$$(h'(\omega_0)g(\omega_0) - h(\omega_0)g'(\omega_0)) = b + (2\pi n)^2 > 0$$

для  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ , що і було потрібно довести.

Для перевірки другої умови розглянемо розташування нулів функцій на півосі  $0 \leq \omega < \infty$ .

На рис. 1 розглянуто випадок  $\frac{2}{\pi}b \geq 1$ . Як видно з рис. 1, нулі не перемежаються. Отже,

друга умова стійкості не виконується.

На рис. 2 розглянуто випадок  $\frac{2}{\pi}b < 1$ . Як видно з рис. 2, нулі переміжаються. Отже, друга умова виконується – квазібагаточлен стійкий.

На рис. 1 і 2 кривою 1 позначена дійсна частина квазібагаточлена (11)  $q(\omega)$ , а кривою 2 – його уявна частина  $n(\omega)$ .

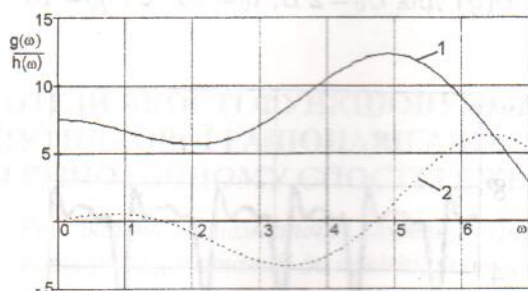


Рис. 1

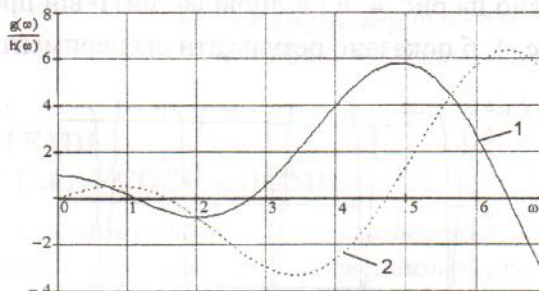


Рис. 2

Отже, умовою стійкості для рівняння (8) є

$$b < \frac{\pi}{2},$$

де  $b = ae^{-a\alpha}$ .

При описі динамічних характеристик генераторних діодів, лівинопролітних діодів і діода Ганна рівняння (1) дозволяє визначити лише одну складову повного струму – струм провідності:

$$i_n = \sigma(q)[U_0 + U(t)].$$

Друга складова – струм зміщення – задається виглядом нелінійної ємності діоду:

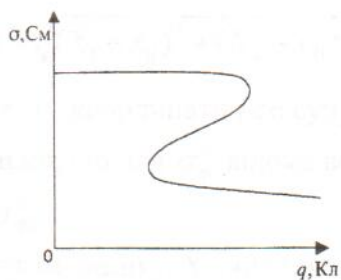
$$i_c = C(q_c)(dU(t)/dt).$$

Для діодів, що мають *N*-подібний вигляд вольт-амперної характеристики (ВАХ) – діодів Ганна, – характерна неоднозначність залежності  $\sigma(q)$  (рис. 3, а), що при наявності запізнення  $\tau_0$  призводить до релаксаційних коливань у режимі заданого зміщення  $U_0(I_0)$ . У роботі [3] наведено результати експериментального дослідження таких коливань.

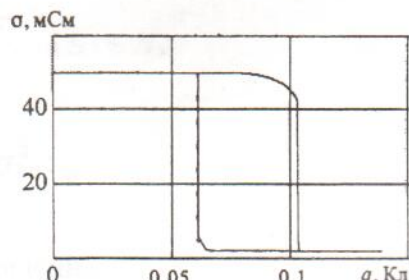
Нами пропонується аналіз релаксаційних коливань діода Ганна, проведений за описаною моделлю. Оскільки експериментальне отримання істинної статичної ВАХ діода Ганна практично неможливе, будемо спиратися на ВАХ, розраховану в роботі [4]. Побудовану за цією ВАХ залежність  $\sigma(q)$  показано на рис. 3, б.

Враховуючи неоднозначність залежності  $\sigma(q)$  і вважаючи  $\tau_0 = \text{const}$ , зобразимо модель діода Ганна у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_r(q)} q(t - \tau_0) = \sigma U_0; \\ G(q, \sigma) = 0. \end{cases} \quad (12)$$



а



б

Рис. 3

Аналіз моделі проводиться чисельним методом. Залежність  $\tau_r(q)$  задавалася у вигляді

$$\tau_r(q) = \frac{\tau_{r0}}{1 + (q/q_0)^4}.$$

Результат розв'язання у вигляді імпульсів струму тривалості сумірної з часом запізнення показано на рис. 4, а і відповідає миттєвій провідності  $\sigma(q)$  для  $U_0 = 2$  В,  $\tau_0 = 10^{-8}$  с і  $q_0 = 10^{-12}$  К. На рис. 4, б показано результати експерименту.

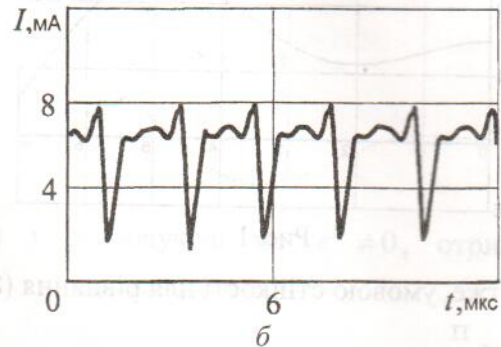
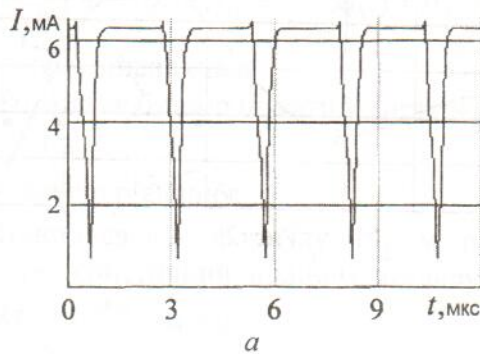


Рис. 4

Форма релаксаційних коливань, отриманих за моделлю (12), якісно відповідає експериментальному результату.

Отже, використання запропонованої моделі переносу заряду дозволяє отримати важливі динамічні характеристики приладів надвисокої частоти (зокрема, діодів Ганна) простими засобами, забезпечивши при цьому адекватність з результатами експериментальних досліджень.

#### Список літератури

1. Бокринская А.А., Мельников Д.Е. Моделирование цепи с сегнетоэлектрическим конденсатором // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2000. – Т. 43. №7. – С. 59–63.
2. Эсгольц Л., Норкин С. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971. – 290 с.
3. Полупроводниковые приборы СВЧ / Под. ред. Ф. Брэда. – М.: Мир, 1972. – 520 с.
4. Бокринская А. А., Мельников Д. Е. Обобщенная модель переноса заряда в описании лавинно-пролетных диодов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. В печати.

Стаття надійшла до редакції 30.03.02.

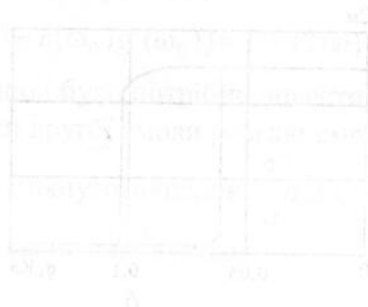


Рис. 3