

УДК 621.3.078.001

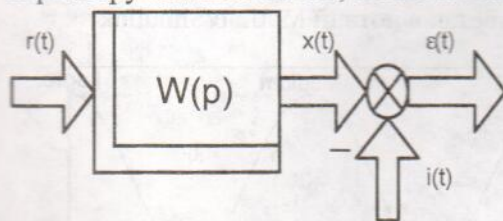
Л.М. Блохін, д-р техн. наук,
С.В. Держак, канд. техн. наук,
О.А. Сущенко, канд. техн. наук

АНАЛІЗ СТАЦІОНАРНИХ СИСТЕМ З ВИПАДКОВИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ СТОХАСТИЧНИХ ВПЛИВАХ

Розглянуто нові засіб та спектральні алгоритми практичного аналізу якості (точності) багатовимірної динамічної системи з випадковими параметрами при стохастичних впливах. Алгоритми отримано як результат вирішення нової за постановкою задачі аналізу.

Під час вирішення різних задач стабілізації відповідальних складних динамічних об'єктів системного керування технологічними чи іншими динамічними процесами в «організаціях» необхідно оцінювати показники якості систем у реальних умовах їх експлуатації. У більшості випадків динамічні фактори, що суттєво впливають на процес функціонування досліджуваних систем, мають суто стохастичний характер. На цей час відомі практичні алгоритми аналізу якості скалярних систем з окремими випадковими параметрами об'єкта. Але високі вимоги щодо якості виробів та процесів, конкурентні умови різних ринків продукції наполегливо вимагають більш повних постановок задачі синтезу і аналізу якості системи. Урахування можливих випадковостей об'єктів – одна з доступних форм внесення реалій життя до сучасних постановок відповідних задач.

Поставимо нову задачу аналізу якості (точності) багатовимірної динамічної системи при врахуванні випадковості її коефіцієнтів передачі вхідної інформації до виходу та стохастичного характеру впливів на неї, а також знайдемо алгоритми вирішення зазначеної задачі.



Структурна схема динамічної системи

Нехай дія складної динамічної системи (див. рисунок) описується матричним оператором $W(p)$ (аргумент $p = \frac{d}{dt}$) розміру $m \times n$, базові коефіцієнти якого складаються з детермінованої матриці A_0 розміру $m \times m$ та випадкової матриці A^0 розміру $m \times m$. Випадкові коефіцієнти $A^0 = \text{diag}\{a_{ii}^0(t)\}$ є стаціонарними центрованими процесами з відомими динамічними характеристиками. У матриці

$$A_0 = \text{diag}\{a_{0ii}\}$$

a_{0ii} – відомі числа. Матриця $W(p)$ має вигляд

$$W(p) = W_0(p)[A_0(t) + A^0(t)],$$

де матрицю $W_0(p)$ розміру $n \times m$ можна зобразити як

$$W_0(p) = \{b_{0ij} W_{ij}(p)\},$$

причому коефіцієнти b_{0ij} при $i \neq j$ вважаються деякими детермінованими числами, а коефіцієнти b_{0ii} є одиницями.

На вхід динамічної системи, що досліджується (див. рисунок), подається програмний сигнал

$$r(t) = m_0(t) + \zeta^0(t) + \varphi^0(t),$$

де $m_0(t)$ – детермінована частина програми, що змінюється значно повільніше, ніж випадкові функції $A^0(t)$, $\zeta^0(t)$ і $\varphi^0(t)$; $\zeta^0(t)$ – випадкова частина програми; $\varphi^0(t)$ – випадкові перешкоди задання програми.

При цьому $\zeta^0(t)$, $\varphi^0(t)$ – m -вимірні центровані випадкові процеси з відомими динамічними характеристиками.

Вихідний сигнал системи дорівнює

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0(t) + \mathbf{x}^0(t),$$

де $\mathbf{x}_0(t)$ – детермінована складова вихідного сигналу системи; $\mathbf{x}^0(t)$ – його випадкова складова.

Бажаний n -вимірний сигнал системи визначають за співвідношенням

$$\mathbf{i}(t) = \Phi(p)[\mathbf{m}_0(t) + \zeta^0(t)],$$

де $\Phi(p)$ – матриця бажаного оператора перетворення системою сигналів $\mathbf{m}_0(t)$, $\zeta^0(t)$.

Помилку системи з її детермінованою $\boldsymbol{\varepsilon}_0(t)$ та випадковою $\boldsymbol{\varepsilon}^0(t)$ складовими знаходять за виразом

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}_0(t) + \boldsymbol{\varepsilon}^0(t).$$

Для вирішення поставленої задачі аналізу використовуємо ідею щодо можливих підходів до подібних задач, викладену на скалярному рівні та у просторі часу [1]. Але за базовий візьмемо відомий підхід і спектральні алгоритми аналізу точності складних динамічних систем, які, на наш погляд, є суттєво більш ефективними [2].

Спочатку з'ясуємо необхідні характеристики вихідних сигналів системи, що досліджується. Враховуючи структурну схему системи (див. рисунок), запишемо

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0(t) + \mathbf{x}^0(t) = \mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}_0\mathbf{m}_0(t) + \mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}_0[\zeta^0(t) + \varphi^0(t)] + \mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}^0(t)\mathbf{m}_0(t) + \\ + \mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}^0(t)[\zeta^0(t) + \varphi^0(t)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Після застосування до виразу (1) операції математичного сподівання отримаємо

$$\langle \mathbf{x}(t) \rangle = \mathbf{x}_0(t) = \mathbf{W}_0(p)\{\mathbf{A}_0\mathbf{m}_0(t) + [\bar{\mathbf{R}}_{\alpha\zeta}(0) + \bar{\mathbf{R}}_{\alpha\varphi}(0)]\delta(t)\},$$

де $\bar{\mathbf{R}}_{\alpha\zeta}(0)$, $\bar{\mathbf{R}}_{\alpha\varphi}(0)$ – вектори початкових ординат взаємних кореляційних функцій сигналів, указаних в індексах; $\delta(t)$ – функція Дірака.

Фур'є-образ детермінованої частини виходу є

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{W}_0\{\mathbf{A}_0\mathbf{m}_0 + [\bar{\mathbf{R}}_{\alpha\zeta}(0) + \bar{\mathbf{R}}_{\alpha\varphi}(0)]\}.$$

Тут і в майбутньому аргумент $s = j\omega$ опущений.

Можна показати, що Фур'є-образ випадкової складової вихідного сигналу має вигляд

$$\mathbf{x}^0 = \mathbf{W}_0\mathbf{A}_0(\zeta^0 + \varphi^0) + \mathbf{W}_0\mathbf{A}^0\mathbf{m}_0(\tau), \quad (2)$$

де τ – повільний часовий параметр.

Введемо позначення $\mathbf{M}_0 = \text{diag}\{m_{0ii}(\tau)\}$ та вектор $\bar{\mathbf{A}}^0 = \|\alpha_{ii}\|$ розміру $1 \times m$. З урахуванням цих позначень вираз (2) та його ермітово-спряжений вираз можливо записати як

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^0 &= \mathbf{W}_0[\mathbf{A}_0(\zeta^0 + \varphi^0) + \mathbf{M}_0(\tau)\bar{\mathbf{A}}^0]; \\ \mathbf{x}_0^* &= [(\zeta_0^* + \varphi_0^*)\mathbf{A}_0^* + \bar{\mathbf{A}}_0^*\mathbf{M}_0'(\tau)]\mathbf{W}_0^*. \end{aligned} \quad (3)$$

де «*» – символ ермітова спряження; «'» – символ транспонування.

Враховуючи рівняння (3) та теорему Вінера-Хінчина [2], визначимо матрицю спектральних щільностей вихідного сигналу як

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_{\mathbf{xx}} &= \mathbf{W}_0[\mathbf{A}_0(\mathbf{S}'_{\zeta\zeta} + \mathbf{S}'_{\varphi\varphi} + \mathbf{S}'_{\zeta\varphi} + \mathbf{S}'_{\varphi\zeta})\mathbf{A}_0^* + \mathbf{A}_0\mathbf{S}'_{\alpha\alpha} + \mathbf{S}'_{\alpha\alpha}\mathbf{M}_0'(\tau) + \\ &+ \mathbf{M}_0(\tau)(\mathbf{S}'_{\zeta\alpha} + \mathbf{S}'_{\varphi\alpha})\mathbf{A}_0^* + \mathbf{M}_0(\tau)\mathbf{S}'_{\alpha\alpha}\mathbf{M}_0'(\tau)]\mathbf{W}_0^*, \end{aligned} \quad (4)$$

де $\mathbf{A}^0\mathbf{m}_0(\tau) = \mathbf{M}_0(\tau)\bar{\mathbf{A}}^0$.

Дисперсія вихідного сигналу з урахуванням виразу (4) обчислюється за формулою

$$\mathbf{D}_x = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\mathbf{S}'_{xx} \hat{\mathbf{R}}) ds, \quad s = j\omega,$$

де tr – слід матриці, $\hat{\mathbf{R}}$ – відома вагова позитивно визначена матриця.

Тепер перейдемо до визначення базових характеристик сигналів помилки системи, Фур'є-образ якої має вигляд

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}^0 = \mathbf{x} - \mathbf{i} = \mathbf{W}\mathbf{r} - \Phi(\mathbf{m}_0 + \boldsymbol{\zeta}^0). \quad (5)$$

Враховуючи визначення (5), у часовому просторі запишемо вираз помилки системи як

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}(t) = & [\mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}_0 - \Phi(p)]\mathbf{m}_0(t) + [\mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}_0 - \Phi(p)]\boldsymbol{\zeta}^0(t) + \\ & + \mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}_0\varphi^0(t) + \mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}^0(t)\mathbf{m}_0(t) + \mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}^0(t)[\boldsymbol{\zeta}^0(t) + \varphi^0(t)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Застосовуючи операцію визначення математичного сподівання до рівняння (6), отримаємо детерміновану помилку системи у вигляді

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}(t) \rangle = \boldsymbol{\varepsilon}_0(t) = [\mathbf{W}_0(p)\mathbf{A}_0 - \Phi(p)]\mathbf{m}_0(t) + \mathbf{W}_0(p)[\bar{\mathbf{R}}_{\alpha\zeta}(0) + \bar{\mathbf{R}}_{\alpha\varphi}(0)]\delta(t),$$

Фур'є-образи якої мають вирази

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_0 &= (\mathbf{W}_0\mathbf{A}_0 - \Phi)\mathbf{m}_0 + \mathbf{W}_0[\bar{\mathbf{R}}_{\alpha\zeta}(0) + \bar{\mathbf{R}}_{\alpha\varphi}(0)]; \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{0*} &= \mathbf{m}_{0*}(\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} - \Phi_*) + [\bar{\mathbf{R}}_{\alpha\zeta}(0) + \bar{\mathbf{R}}_{\alpha\varphi}(0)]\mathbf{W}_{0*}. \end{aligned} \quad (7)$$

Фур'є-образи випадкової складової помилки запишемо як

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^0 &= (\mathbf{W}_0\mathbf{A}_0 - \Phi)\boldsymbol{\zeta}^0 + \mathbf{W}_0\mathbf{A}_0\varphi^0 + \mathbf{W}_0\mathbf{A}^0\mathbf{m}_0(\tau) = \\ &= (\mathbf{W}_0\mathbf{A}_0 - \Phi)\boldsymbol{\zeta}^0 + \mathbf{W}_0\mathbf{A}_0\varphi^0 + \mathbf{W}_0\mathbf{M}_0(\tau)\bar{\mathbf{A}}^0; \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{*}^0 &= \boldsymbol{\zeta}_{*}^0(\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} - \Phi_*) + \varphi_{*}^0\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} + \bar{\mathbf{A}}_{*}^0\mathbf{M}'_0(\tau)\mathbf{W}_{0*}. \end{aligned} \quad (8)$$

Враховуючи вирази (8), за допомогою теореми Вінера-Хінчина визначимо матрицю спектральних щільностей помилки системи як

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} = & (\mathbf{W}_0\mathbf{A}_0 - \Phi)\mathbf{S}'_{\zeta\zeta}(\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} - \Phi_*) + (\mathbf{W}_0\mathbf{A}_0 - \Phi)\mathbf{S}'_{\varphi\zeta}\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} + \mathbf{W}_0\mathbf{A}_0\mathbf{S}'_{\zeta\varphi}(\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} - \Phi_*) + \\ & + (\mathbf{W}_0\mathbf{A}_0 - \Phi)\mathbf{S}'_{\alpha\zeta}\mathbf{M}'_0(\tau)\mathbf{W}_{0*} + \mathbf{W}_0\mathbf{M}_0(\tau)\mathbf{S}'_{\zeta\alpha}(\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} - \Phi_*) + \mathbf{W}_0\mathbf{A}_0\mathbf{S}'_{\varphi\varphi}\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} + \\ & + \mathbf{W}_0\mathbf{A}_0\mathbf{S}'_{\alpha\varphi}\mathbf{M}'_0(\tau)\mathbf{W}_{0*} + \mathbf{W}_0\mathbf{M}_0(\tau)\mathbf{S}'_{\varphi\alpha}\mathbf{A}_{0*}\mathbf{W}_{0*} + \mathbf{W}_0\mathbf{M}'_0(\tau)\mathbf{S}'_{\alpha\alpha}\mathbf{M}'_0(\tau)\mathbf{W}_{0*}. \end{aligned} \quad (9)$$

Використовуючи вирази (7), знайдемо показник якості перетворення детермінованої інформації – інтегральну квадратичну помилку системи – у вигляді

$$I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_0\boldsymbol{\varepsilon}_{0*}\check{\mathbf{R}}) ds,$$

де $\check{\mathbf{R}}$ – відома вагова позитивно визначена симетрична поліноміальна матриця.

Використовуючи матрицю (9), знайдемо середньоквадратичне значення помилки як показник якості перетворення системою випадкової інформації з виразу

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{j\omega} \text{tr}(\mathbf{S}'_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} \hat{\mathbf{R}}) ds.$$

Таким чином, поставлена задача вирішена.

Висновок. Подані нові засіб та алгоритми дозволяють аналізувати якість складних динамічних об'єктів при стохастичних впливах у реальних умовах.

Запропонована новітня процедура вичленення випадкових коефіцієнтів в автономну групу з матричного оператора досліджуваної динамічної системи підвищує точність оцінки показників якості при стохастичних впливах.

Список літератури

1. Матвеев П.С., Синицын А.С. Динамическая точность систем автоматического управления со случайными параметрами // Автоматическое управление и вычислительная техника. – 1964, – № 6. – С. 72–84.
2. Блохин Л.Н., Кадышев И.К., Трифонов-Богданов П.И. Основы навигации и пилотажно-навигационные комплексы: Учеб. для вузов ГА / Под ред. Л.Н. Блохина. – М.: Воздуш. трансп. 1993. – 244 с.

Стаття надійшла до редакції 10.04.02.

УДК 629.735.05:681.178:519.713 (045)

І.Е. Райчев, асист.

СИНТЕЗ АВТОМАТНИХ МОДЕЛЕЙ КОНТРОЛЮ

Розглянуто питання застосування скінченних автоматів для оброблення інформації параметричних бортових реєстраторів. Наведено аналіз етапів синтезу скінченних автоматів, які зображають алгоритми контролю польотів повітряних суден.

Вступ. Інформація параметричних бортових реєстраторів використовується для вирішення задач контролю режимів польоту і перевірки виконання правил льотної експлуатації повітряних суден (ПС), оцінки працездатності авіаційної техніки й визначення причин авіаційних подій і інцидентів. Польотна інформація (ПІ), записана бортовими засобами реєстрації, обробляється згідно з алгоритмами контролю на борту ПС чи наземними системами після його посадки [1; 2; 3]. Алгоритми контролю, що складаються розробником ПС, являють собою складні і громіздкі логіко-алгебричні вирази, які містять десятки предикатів й логічних функцій з граничними умовами і регламентують поведінку ПС як об'єкта контролю протягом усіх етапів польоту. Наприклад, для літака Ту-154Б задано 172 події контролю пілотування і 118 подій контролю працездатності, причому до більшості логічних визначень включаються умови готовності й ознаки етапів.

Оскільки вхідна інформація для алгоритмів контролю має вигляд дискретної скінченної множини значень, а вихідна є скінченною множиною дискретних подій, то для реалізації таких алгоритмів природно буде застосувати математичний апарат дискретних скінченних автоматів [4]. Виходячи з канонічних рівнянь скінченного автомата і його логічної схеми, можна побудувати відповідну цьому автоматом формальну граматику [5]. За допомогою таких граматики можна описати будь-який набір алгоритмів контролю. Використовуючи, наприклад, граматику на графах – Р-граматику, що має істотно автоматну природу, можна ефективно реалізувати алгоритми контролю різних типів ПС у вигляді програмних модулів, що визначають події контролю і побудованих відповідно до Р-технології програмування [6; 7].

Розглянуті питання синтезу логічних і електричних схем автоматних моделей надалі можна використовувати для побудови логічних і апаратних схем відповідних алгоритмів контролю. Такі автоматні моделі можуть бути застосовані для контролю об'єктів, алгоритми контролю яких мають вигляд логічних функцій з обмеженнями на контрольовані параметри протягом інтервалу часу (динамічні об'єкти, стаціонарні об'єкти, стан яких оцінюється за допомогою вимірювальних приладів чи датчиків).

Класифікація алгоритмів контролю. Алгоритми контролю пілотування та працездатності ПС описують ситуації контролю і являють собою в загальному випадку суперпозицію логічних функцій, кожна з яких складається зі скінченного числа предикатів. Базовими операціями в цих функціях алгебри логіки є кон'юнкція, диз'юнкція та заперечення. Алгоритми контролю