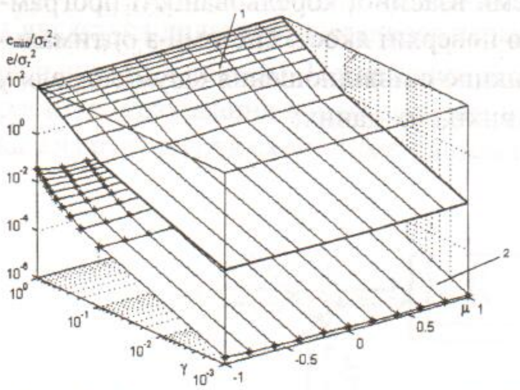


Рис. 3. Поверхні якості оптимальної (*2*) та неоптимальної (*1*) систем

У результаті аналізу отриманих поверхонь зроблено висновок, що при неоптимальній системі коефіцієнт взаємної кореляції практично не впливає на якість системи, а при оптимальній системі – впливає на якість системи істотніше. При сильній позитивній кореляції між корисним сигналом і перешкодою якість системи збільшується на 50 % в порівнянні із ситуацією, коли кореляція відсутня.

Висновок. На даний час багато задач фільтрації необхідно розглядати у нових (наприклад, у пропонованих) постановках. У зв'язку з прогресом у технологіях виробництва первинних вимірювачів актуальний і доцільний пошук шляхів і алгоритмів активізації обробки інформації у високоточних вимірювальних системах.

Список літератури

1. *Блохин Л.Н., Кадышев И.К., Трифонов-Богданов П.П.* Основы навигации и пилотажно-навигационные комплексы: Учеб. для вузов ГА/ Под ред. Л.Н. Блохина. – М.: ВТ, 1993. – 244 с.

2. *Блохин Л.Н.* Активизированная оптимальная фильтрация в задачах высокоточного управления и биомедицинской диагностики//Кибернетика и вычислительная техника. – 2001. – Вып. 130. – С. 39–48.

Стаття надійшла до редакції 30.03.02.

УДК 519.21

В.Г. Капишон,
М.Т. Корнійчук, д-р техн. наук, проф.,
І.К. Совтус, канд. техн. наук, доц.,
В.Д. Тетерятник, доц.,
М.О. Шутко, д-р техн. наук, проф.

КЕРУВАННЯ РИЗИКОМ У МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ СКЛАДНИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

Розглянуто модель оптимізації складних лінійних систем на етапі їх розробки та проектування за критерієм витрат на убезпечення від ризику відмов системи з урахуванням керування ризиком для можливості його варіювання. На основі модифікації невизначених множників розроблено метод і моделі, що дозволяють оптимізувати витрати на побудову системи заданої якості з допустимими рівнями ризику відмов.

Функціональна надійність складної системи не збігається з її технічною надійністю [1], оскільки на сьогодні немає загальної методики визначення такої надійності. Широке розповсюдження складних і надскладних систем у повсякденному житті вимагає зменшення ризику відмови функціонування цих систем. Дослідження функціональної надійності систем викликає неабиякі труднощі хоча б через відсутність загальноприйнятого означення ризику чи чіткого відокремлення поняття власне ризику від його характеристик. Тому будемо використовувати трактування ризику, наведене в роботі [2], і обмежимося складними системами, що перебувають на етапі розробки і створення та мають відносно просту, лінійну структуру процесу свого функціонування.

Задача оптимізації за критерієм ризику відмов системи при обмежених грошових витратах на створення цієї системи розв'язана теоретично, практично вона може бути незастосовною. Використавши фіксовані кошти, можна досягти лише певного, нехай навіть і оптимального, рівня убезпечення від ризику. Але споживача цікавить певний рівень гарантії безпечного використання системи. Тому практичний інтерес являє задача убезпечення від певного ризику відмов системи за мінімальних для досягнення цього витрат. Споживач складної системи має з'ясувати, який фіксований рівень ризику відмов його задовольнить. Тобто маємо типову задачу дослідження операцій: знайти оптимально мінімальний рівень структурних витрат на убезпечення від ризику відмов під час створення складної системи, який би забезпечив певний гарантовано низький рівень ризику.

Але не менш цікавим є випадок, коли керування ризиком використовується для його збільшення з метою одержання певних форсажних комбінацій. Набагато простіше збільшити ризик відмови системи, ніж убезпечити систему від ризику відмов. Мета подібного дійства може бути через звичайне недбальство оператора або одержання грошей за рахунок акумульованих коштів.

У роботах [2; 3] формалізовано залежність ризику відмов складної системи від витрат на запобігання цього ризику, а в роботі [4] досліджується залежність ризику відмов складної системи від витрат на визначення цього ризику з урахуванням фактору керування для зменшення ризику. Спробуємо дослідити таку залежність, коли ризик з певних причин може бути збільшений.

Нехай маємо складну систему, що містить n функціонально з'єднаних підсистем, які надалі будемо називати елементами. Функціональне з'єднання елементів у систему покладаємо найпростішим послідовним способом. Тобто інформація процесу функціонування системи поєднує її елементи в одну лінію, і ризик відмови будь-якого з елементів є ризиком відмови всієї системи. Ризик відмови системи позначимо через R, а ризик відмови i-го елемента ($i = 1, 2, \dots, n$) – через r_i. Тоді вираз R для ризику відмови всієї системи через ризики відмов елементів системи подається моделлю:

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - r_i).$$

Така специфікація моделі випливає з основних теорем теорії ймовірності та теорії надійності. Але вона не враховує можливості керування ризиком, який введемо до моделі. Нехай за рахунок певних дій ризик відмови i-го елемента можна збільшити на величину u_i. Тоді ризик відмови всієї системи набуде формального виразу:

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - r_i - u_i). \tag{1}$$

Співвідношення (1) для обчислення ризику відмов усієї системи будемо називати рівнянням ризику для системи, що складається з n послідовно з'єднаних елементів. З урахуванням можливості збільшення ризику на величину u_i обов'язково відбуваються граничні умови на ризики відмов елементів системи

$$0 < r_i \le 1 - u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{2}$$

які випливають з фізичного змісту. Дане твердження досить ґрунтовно встановлено в роботі [2]. Ми лише скоригували обмеження для врахування керування ризиком відмов у бік збільшення цього ризику.

Скористаємося моделлю функції витрат на убезпечення від ризику відмов, установленою в роботі [2]. Специфіка моделі має враховувати можливість впливу на ризик у бік збільшення. Тому формула функції витрат має вигляд:

$$V(r) = A\,(1 - r - u)\exp\frac{B}{r + u}.$$

Функція витрат на убезпечення від ризику відмов для i-го елемента системи подається аналогічно до записаного, але ідентифіковано до кожного значення i-м співвідношенням. Витрати на убезпечення від ризику відмов всієї системи є функцією адитивною, яка складається з витрат на окремі її елементи, тобто подається такою моделлю:

$$V(r) = \sum_{i=1}^{n} A_i\,(1 - r_i - u_i)\,\exp \frac{B_i}{r_i + u_i}. \tag{3}$$

Нехай ризик відмови системи не повинен перевищувати величини R^*. Тобто ліва частина рівняння ризику відмов (1) має забезпечувати певний фіксований рівень якості R^* створюваного продукту:

$$R^* = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - r_i - u_i). \tag{4}$$

Тепер постановку проблеми можна сформулювати дуже чітко: знайти умовний мінімум функції (3) при виконанні граничних умов на змінні r_i у вигляді нерівностей (2) та обмеження у вигляді рівняння ризику (4):

$$f(r_i, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} A_i\,(1 - r_i - u_i)\,\exp \frac{B_i}{r_i + u_i} + \lambda\,\{\,[1 - \prod_{i=1}^{n}\,(1 - r_i - u_i)] - R^*\},$$

$i = 1, 2, \ldots, n,$

граничні умови (2) свідомо не враховані. Система трансцендентних рівнянь, яка одержується від порівняння похідних з нулем, має вигляд:

$$\exp\left(\frac{B_k}{r_k + u_k} - \frac{B_i}{r_i + u_i}\right) = \frac{A_i(1 - r_i - u_i)\left[1 + \dfrac{B_i(1 - r_i - u_i)}{(r_i + u_i)^2}\right]}{A_k(1 - r_k - u_k)\left[1 + \dfrac{B_k(1 - r_k - u_k)}{(r_k + u_k)^2}\right]}, \tag{5}$$

$i = 1, 2, \ldots, k - 1, k + 1, \ldots, n.$

Рівняння (5) для визначеності будемо розглядати разом із рівнянням ризику (4). Це буде система n рівнянь з n невідомими з параметром r_k.

Якщо для алгебричних перетворень зміна знака керування u_i не впливала принципово на вигляд аналітичного виразу, то за фізичною суттю зміна знаку керування ризиком відмов приводить до протилежного наслідку в самому існуванні системи. Тому принципово відрізняються обмеження на величину ризику відмов у роботі [4] і даному випадку. Так само принципово буде відрізнятися дослідження системи (5) на існування і єдиність розв'язку та вигляд передумов для забезпечення існування такого розв'язку. А схема можливого алгоритму, що реалізує систему (6), як і аналітичні перетворення, є аналогічною до схеми алгоритму для систем з керованим зменшуваним рівнем ризику відмов.

Опустивши алгоритм розв'язування системи (5), перейдемо до доведення існування розв'язку задачі. Покажемо, що запропонований метод веде до її єдиного розв'язку, який є оптимальним і який можна відшукати чисельними методами послідовних наближень.

Система рівнянь (4) і (5) відображає послідовне з'єднання елементів у складній системі з детермінованою структурою функціонування. Із цієї системи за вибраним значенням варійованого параметра $r_k^{(1)}$ ми визначаємо решту наближень $r_i^{(1)}$, $i = 1, 2, \ldots, k - 1, k + 1, \ldots, n$. Але можливість подібних дій необхідно обґрунтувати.

З властивостей системи чи з міркувань доцільності ми напевне можемо вказати той елемент, який найбільше піддається збільшенню ризику відмови через керування. Цей елемент виберемо за варійований k-й елемент системи рівнянь (5). Нехай параметри функції витрат на убезпечення від ризику відмов цього елемента A_k і B_k задовольняють такі обмеження:

$$\begin{cases} A_k < A_i; \\ \dfrac{B_k}{u_k} < \dfrac{B_i}{u_i}, \end{cases} \tag{6}$$

$i = 1, 2, \ldots, k - 1, k + 1, \ldots, n.$

Ми провели вибір варійованого k-го елемента складної системи так, що система нерівностей (6) має виконуватися практично завжди. Якщо якісь з $2(n-1)$ нерівностей для l індексів не виконуються, то можна діяти наступним чином.

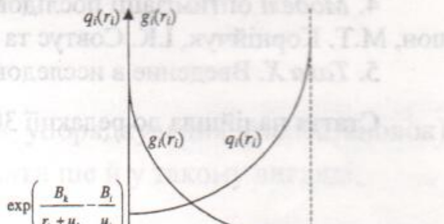
1. Параметри A_k і B_k зменшуємо до повного задоволення всіх нерівностей (6). Цим поступаємося рівнем адекватності функції витрат. Зміна рівня є процедурно тимчасовою в сенсі алгоритму пошуку розв'язку за методом послідовних наближень, оскільки ми надолужимо втрачене пізніше, під час проведення обчислювальних процедур, виконавши більшу кількість ітерацій у процесі розв'язування системи рівнянь (5).

2. Параметри A_{i_s} і B_{i_s} функції витрат i_s-го ($s=\overline{1,l}$) елемента збільшуємо до задоволення всіх i_s-х нерівностей системи (6). Тут ми, можливо, поступаємося рівнем адекватності функцій витрат для l елементів системи, але на меншу величину, ніж у першому випадку.

3. У процесі розв'язування системи рівнянь (5) можна комбінувати обидва попередні варіанти.

Кожен з перелічених варіантів має як свої переваги, так і свої недоліки, тому їх вибір залежить від конкретної ситуації.

На підставі проведених процедур k-й елемент вибрано такий, що задовольняє усі обмеження (6). Для функції лівої частини i-го рівняння системи (5) введемо позначення $q_i(r_i)$, для функції правої його частини – позначення $g_i(r_i)$ і розглянемо введені функції. Функції $q_i(r_i)$ та $g_i(r_i)$ є неперервними в інтервалі $(0,\ 1-u_i)$. Функція $q_i(r_i)$, $i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$ монотонно зростає на цьому інтервалі від значення $\exp\left(\dfrac{B_k}{r_k+u_k}-\dfrac{B_i}{u_i}\right)$ в точці $r_i = 0$ до значення $\exp\left(\dfrac{B_k}{r_k+u_k}-B_i\right)$ в точці $r_i = 1-u_i$ (див. рисунок).



Існування та єдиність розв'язку задачі оптимізації

Одночасно функція $g_i(r_i)$, $i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$ монотонно спадає від значення

$$g_i(0)=\frac{A_i(1-u_i)\left[1+\dfrac{B_i(1-u_i)}{u_i^2}\right]}{A_k(1-r_k-u_k)\left[1+\dfrac{B_k(1-r_k-u_k)}{(r_k+u_k)^2}\right]}$$

в точці $r_i = 0$ до 0 в точці $r_i = 1-u_i$ (див. рисунок). У монотонному зростанні функції $q_i(r_i)$ та в монотонному спаданні $g_i(r_i)$ легко переконатися, якщо продиференціювати ці функції по змінній r_i, $i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$.

Очевидно, що в правому кінці інтервалу $(0,\ 1-u_i)$ виконується нерівність $q_i(1-u_i) > g_i(1-u_i)$, а в лівому кінці $q_i(0) < g_i(0)$. Для цього досить показати, що $q_i(0) < 1$, а $g_i(0) > 1$.

Нерівність $q_i(0) < 1$ легко випливає із сукупності інших нерівностей системи (6). Зваживши на вибір $u_k > u_i$, $i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$, для функції $g_i(0)$ можна записати ланцюжок нерівностей:

$$g_i(0)=\frac{A_i(1-u_i)\left[1+\dfrac{B_i(1-u_i)}{u_i^2}\right]}{A_k(1-r_k-u_k)\left[1+\dfrac{B_k(1-r_k-u_k)}{(r_k+u_k)^2}\right]}>\frac{A_i(1-u_i)}{A_k(1-r_k-u_k)}>\frac{A_i}{A_k}>1$$

на підставі перших нерівностей системи (6). Тому криві, що відповідають функціям $q_i(r_i)$ та $g_i(r_i)$, обов'язково перетинаються всередині сегмента $[0,\ 1-u_i]$, оскільки самі функції є неперервними, тобто існує розв'язок кожного рівняння

$$q_i\,(r_i) = g_i\,(r_i),\quad i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$$

всередині області $[0, 1-u_i]$. Цим доводиться існування розв'язку поставленої задачі. Доведення єдиності розв'язку випливає зі строгої монотонності функцій $q_i(r_i)$ та $g_i(r_i)$. Водночас це свідчить, що вихідні обмеження (2) в постановці проблеми виконуються повністю. Тому ми дозволили собі згідно з модифікованим методом невизначених множників не враховувати їх усупереч загальним правилам під час створення функції Лагранжа [4]. Цим самим установлено і доведено таке твердження: при знаходженні умовного екстремуму функції (3) з обмеженнями (4) і (2) у структурі функції Лагранжа необхідно і досить використати умови (4).

Установлене твердження може розглядатися як один з додаткових елементів у структурі розбудови модифікації методу невизначених множників. На основі сформульованого твердження попередні міркування математично обґрунтовані. Таким чином, одержана математична модель у вигляді системи трансцендентних рівнянь (4), (5) є основою для прийняття рішення про мінімізацію витрат під час інвестування окремих проектних і виробничих підрозділів на розробку, створення і виготовлення складної системи певного рівня ризику відмови з урахуванням можливості перебування системи в екстремальних ситуаціях.

Список літератури

1. *Северцев Н.А.* Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке. – М.:Высш. шк., 1989. – 432 с.

2. *Корнійчук М.Т.* Ризик та математична модель його функції вартості //Захист інформації. – № 2. – 2000. – С. 35–40.

3. *Корнійчук М.Т., Романов О.І., Совтус І.К., Шутко М.О.* Ризик і надійність. Альтернатива категорій та проблеми їхньої формалізації // Вісн. КМУЦА. – № 3-4. – 2000. – С. 306–310.

4. *Моделі* оптимізації послідовних систем за критерієм убезпечення від ризику відмов / В.Г. Капишон, М.Т. Корнійчук, І.К. Совтус та ін. // Вісн. НАУ. – 2001. – №1. – С. 77–83.

5. *Таха Х.* Введение в исследование операций. – М.: Мир, 1985. – Т.1. – 479 с.; Т.2. – 496 с.

Стаття надійшла до редакції 30.03.02.

УДК 681.32

А.Я. Білецький, д-р техн. наук, проф.,
О.Г. Кучер, д-р техн. наук, проф.

СИНТЕЗ І ПРОСТОРОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ РІВНОМІРНИХ ДВІЙКОВИХ КОДІВ

Наведено алгоритми моделювання рівномірних двійкових кодів, утворених повними послідовностями двійкових чисел n-го порядку, відстань за Хемінгом в яких між будь-якими сусідніми кодовими комбінаціями є непарна постійна величина, що не перевищує значення $n-1$.

Вступ і постановка задачі. Теорія кодування є однією з областей математики, яка активно розвивається [1; 2]. Початок розвитку математичної теорії кодування відносять до 1948 р., коли була опублікована відома стаття Клода Шеннона [3], що пізніше ввійшла в монографію [4]. Розвиток кодів спочатку стимулювався задачами зв'язку. Пізніше побудовані коди знайшли багато інших додатків. Коди застосовуються для захисту даних у пам'яті ПЕОМ, у криптографії, при стиску даних і т. ін. Теорія кодування тісно пов'язана з теорією планування експериментів.

У сучасній техніці обробки сигналів, що використовує елементи цифрової електроніки, найбільшого поширення одержали коди, засновані на двійковій системі числення [5; 6]. Двійковий код потужності N являє собою множину з N двійкових слів довжини n, названих кодовими словами. Максимальна потужність коду складає $N = 2^n$ двійкових слів. Якщо потужність мно-