

УДК 539.375:524.012.45.046

С.Ю. Богдан

## РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ В УМОВАХ ПЛОСКОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

*Запропоновано підхід до оцінки граничного стану залізобетонних конструкцій в умовах плоского напруженого стану на основі методу механіки руйнування. Наведено графічну інтерпретацію методу і схему деформованого стану залізобетонної панелі. Розглянуто приклад визначення несучої здатності балки-стілки з прямокутним вирізом за двома небезпечними перерізами.*

На даний час визначення напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій складної форми виконується із застосуванням відомих програмних комплексів для ПЕОМ. Для вирішення практичних задач проектування складних плоских і просторових конструкцій, як правило, використовуються методи аналізу, серед яких найбільше застосування одержав метод кінцевих елементів. Такий підхід дає можливість оцінити напруження і деформації в конструкціях, але не дає можливості прогнозувати граничні стани конструкцій, особливо, якщо у них є початкові дефекти або високий рівень навантаження.

Для визначення критичних рівнів навантаження та деформацій (навантажень, переміщень, розмірів небезпечних зон тріщиноутворення та інших параметрів) найбільш доцільним слід вважати застосування комплексного (змішаного) підходу до оцінки напружено-деформованого стану елементів конструкцій на основі поєднання числових (метод кінцевих елементів) і аналітичних (методи механіки руйнування) методів.

Для розрахунку залізобетонних конструкцій, які знаходяться в умовах плоского напруженого стану (балки-стілки, у тому числі, з прямокутними вирізами), пропонується наступна методика.

1. Для оцінки напруженого стану, включаючи вірогідні області виникнення граничних напружень та зон тріщиноутворення, конструкцію моделюють кінцевими елементами [1; 2]. Типи кінцевих елементів, що застосовуються, і характер апроксимації кінцево-елементною сіткою досліджуваної області повинні максимально точно описувати геометрію конструкції, що розраховується. У зонах концентрації напружень (у кутах отворів або зонах знаходження початкових дефектів) рекомендується застосовувати згущення кінцево-елементної сітки або спеціальні (сингулярні) кінцеві елементи.

2. Для кожного заданого  $i$ -го етапу завантаження виконують розрахунок і визначають компоненти тензора напружень  $\sigma_{xi}$ ,  $\sigma_{zi}$ ,  $\tau_{xzi}$  у кінцевих елементах. При цьому розподіл напружень по товщині  $t$  кінцевого елемента є рівномірним. Для подальшого аналізу вибирають зони, в яких виникають напруження розтягу, визначають величини головних напружень та розміщення головних площадок, на яких дотичні напруження дорівнюють нулю, вибирають найбільш навантажені перерізи в місцях можливого утворення та розповсюдження тріщин. За визначеними напруженнями для небезпечних перерізів будують епюри напружень по висоті перерізу та визначають висоту зони розтягу бетону. При цьому поточні значення напружень у зоні розтягу перерізу зменшуються на величину тих напружень, які сприймаються розтягнутою арматурою. Величина зусилля в бетоні характеризується коефіцієнтом

$$\theta_i = \frac{N_i^b}{N_i} = \frac{N_i - \sum R_{sn} A_{sn}}{N_i} = 1 - \frac{\sum R_{sn} A_{sn}}{N_i},$$

де  $N_i^b$  – зусилля, що сприймається бетоном розтягнутої зони;  $N_i$  – сумарне розтяжне зусилля в перерізі;  $R_{sn}$  – розрахунковий опір арматури в  $n$ -му перерізі;  $A_{sn}$  – площа арматури в даному перерізі.

3. Уточнення величин головних напружень виконують з урахуванням коефіцієнта  $\theta_i$ . Оцінку граничного стану елемента здійснюють на основі обчислення еквівалентних напружень у перерізі для кожного  $i$ -го завантаження за теоріями міцності, які відповідають плоскому напруженому стану бетонного елемента.

4. Для вибраних рівнів навантаження  $P_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) будують сукупність кривих  $\sigma_b^{eq} - z$  (рис. 1) і беруть такі граничні умови:  $\sigma_b = \sigma_{bn}$  при  $z_1 = 0$ ,  $\sigma_b = 0$  при  $z_n = a$ , де  $\sigma_{bn}$  – максимальне напруження в зоні розтягу;  $a$  – граничний розмір зони розтягу бетону.

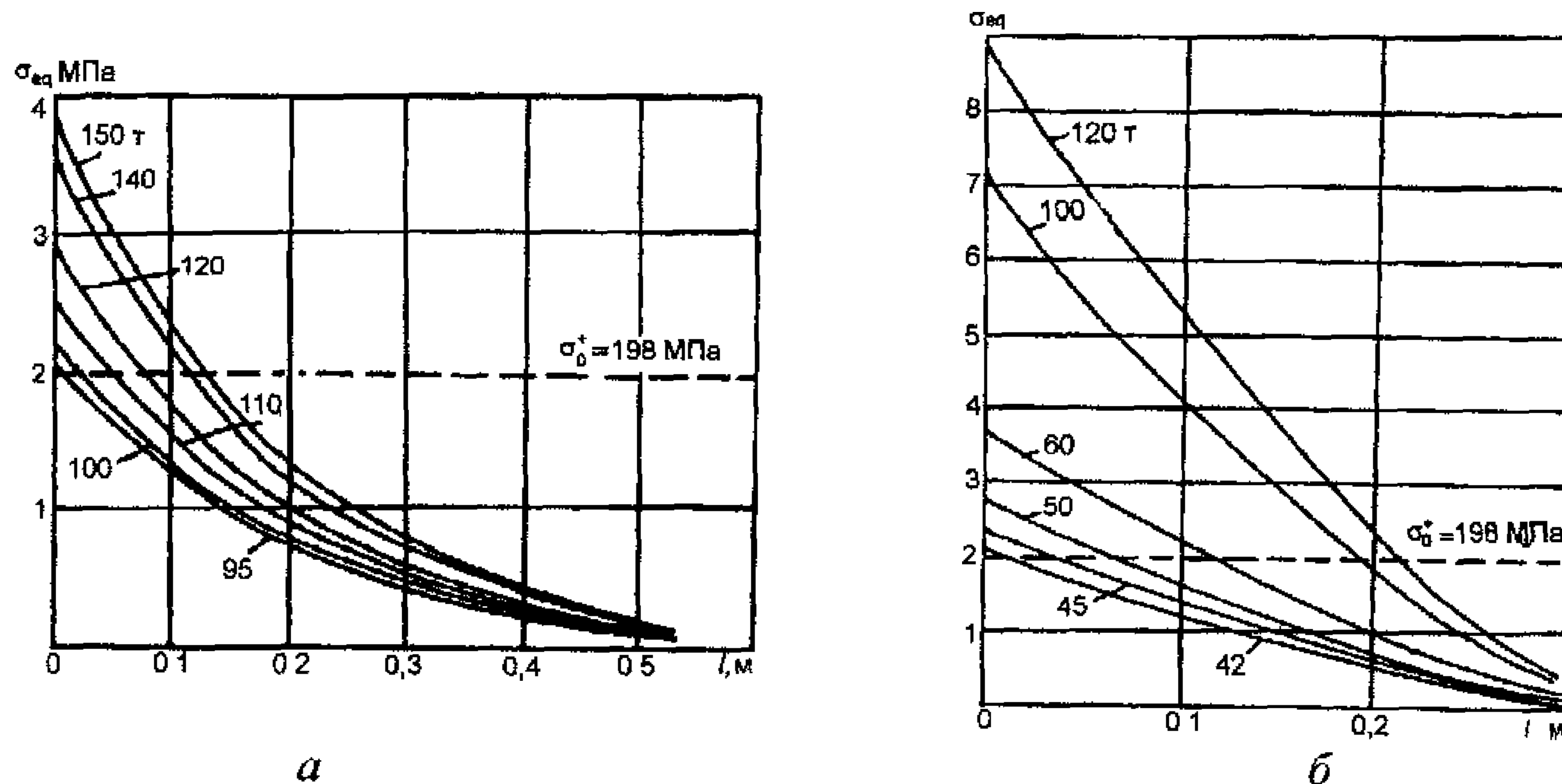


Рис. 1. Розподіл напружень у небезпечних перерізах панелі для кожного етапу навантажень: а – переріз 1-1 у підвіконній частині конструкції; б – переріз 2-2 у перемичці

5. Міцність реальних тіл значною мірою залежить від наявності в матеріалі випадково орієнтованих і розподілених в об'ємі тіла найдрібніших тріщин, краї котрих є областями локального зростання поля напружень. Напруження розтягу сприяють розкриттю тріщин, які розміщені нормально до них. Одна або декілька таких найнебезпечніших тріщин є джерелами макроруйнування. Експериментальні дослідження показують, що досягнення поточними напруженнями  $\sigma_i$  в зоні розтягу перерізу елемента значень границі міцності матеріалу на розтяг  $\sigma_0^+$  призводять до утворення зони локалізованої деформації та області передруйнування.

У пропонуваному підході вводиться критерій міцності у вигляді функціональної залежності між  $\{\sigma_{eq}\}$  і  $\sigma_0^+$  у вигляді:

$$\{\sigma_{eq}\} = f\{\sigma_i\} \leq \sigma_0^+ \quad (1)$$

Формула (1) показує, що досягнення граничного стану матеріалу обумовлене його здатністю чинити опір нормальним напруженням розтягу, тобто статичний аспект оцінки міцності передбачає наявність процесу розвитку тріщин у матеріалі.

У відповідності з критерієм (1) на графіки (рис. 1) наносять межеву величину  $\sigma_b = R_{bt}$  класу бетону. Точки перетину кривих  $\sigma_b - z$  з прямою  $\sigma_b = R_{bt}$  характеризують величину зони передруйнування матеріалу  $a_i$  для кожного рівня навантаження  $P_i$ . Умова досягнення граничного стану наводиться у вигляді залежності відповідної довжини зони передруйнування  $a_i$  від величини прикладених навантажень  $P_i$  в небезпечному перерізі даного елемента конструкції (рис. 2, крива 1) [3].

6. Наявність у реальному тілі гострокінцевих концентраторів напружень, зокрема, дефектів типу тріщин, ускладнює розрахунок на міцність. Тому при визначенні гранично-зрівноваженого стану тіла з дефектами нарівні з класичними критеріями міцності використовують умови, які враховують значення компонентів напружено-деформованого стану в околі кінчика тріщини.

На основі положень механіки руйнування для півплощини з поперечною граничною тріщиною під дією нелінійно-розподіленого навантаження на її берегах значення коефіцієнта інтенсивності напружень описують співвідношенням методу інтегральних рівнянь (рис. 3) [4]:

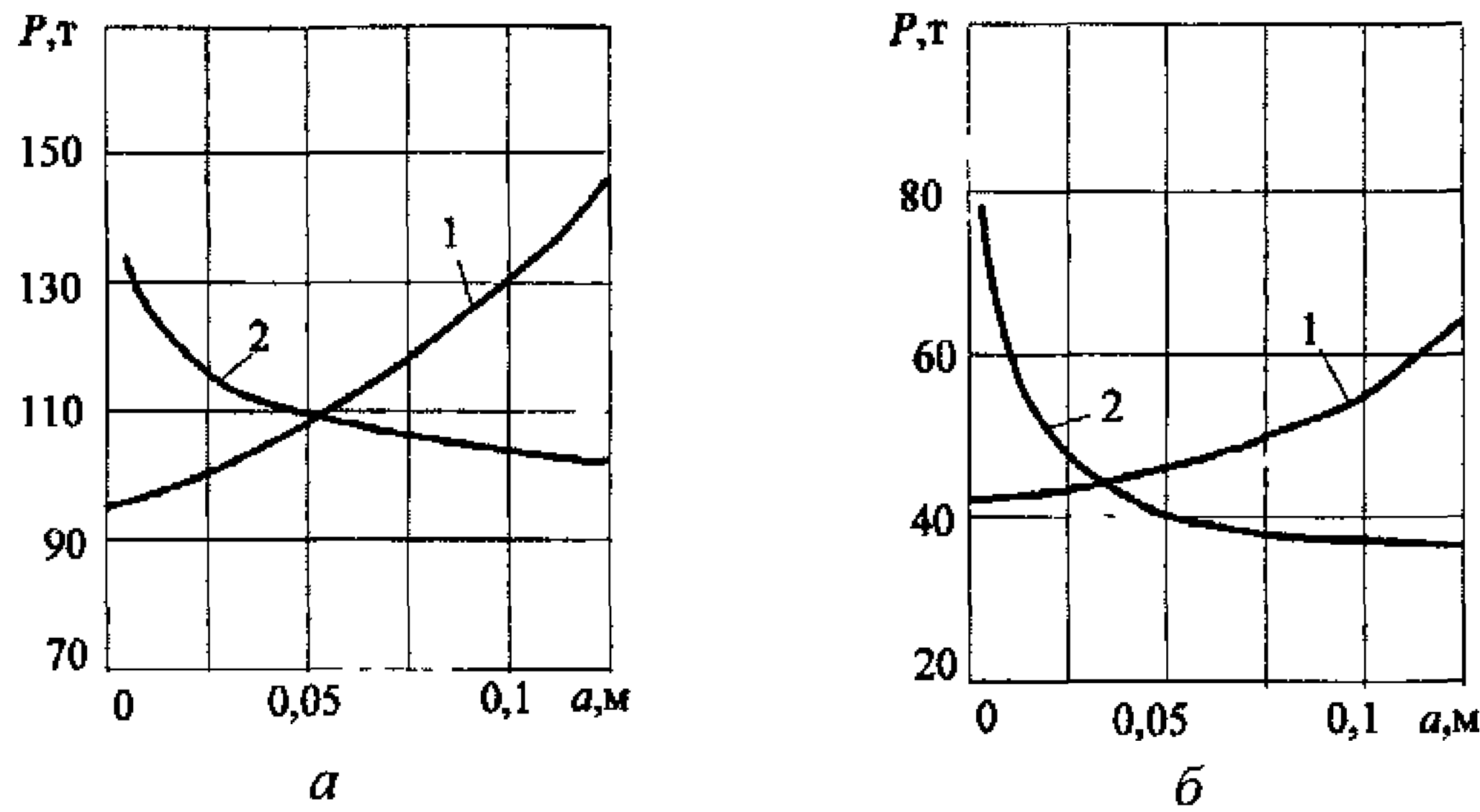


Рис. 2. Графіки для визначення стану залізобетонної панелі: *a* – для перерізу 1-1 у підвіконній частині конструкції, *б* – для перерізу 2-2 у перемичці; 1 – залежність розміру зони перед руйнуванням від навантаження; 2 – залежність довжини тріщини від навантаження

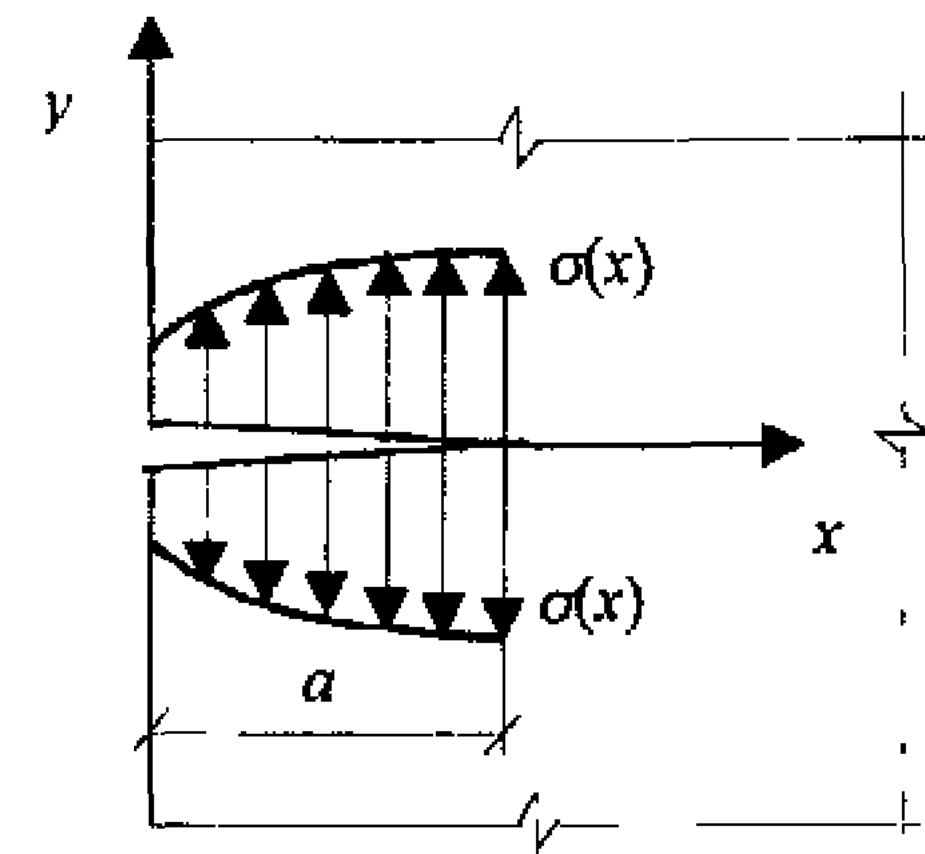


Рис. 3. Характер розподілу нелінійних напружень  $\sigma(x)$  на берегах тріщини

$$K_I = \sigma \sqrt{2\pi a} (0,7930C_0 + 0,4829C_1 + 0,3716C_2 + 0,3118C_3 + 0,2735C_4 + 0,2464C_5 + 0,2260C_6 + 0,2099C_7 + 0,1968C_8 + 0,1858C_9 + 0,1765C_{10});$$

$$\sigma(x) = -\sigma(x) \sum_{n=0}^{10} C_n \left(\frac{x}{a}\right)^n,$$

де  $C_0, C_1, \dots, C_{10}$  – довільні константи;  $\sigma(x)$  – інтенсивність напружень на берегах тріщини в декартовій системі координат  $x - y$ .

Для кожного етапу навантаження  $P_i$  обчислюють значення коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_{Ii}$  залежно від довжини тріщини  $a_i$  і будують відповідні криві  $K_{Ii} - a_i$ .

У запропонованому підході вводять силовий критерій механіки руйнування у вигляді умови Ірвіна:

$$K_I = f(p^*; a) \leq K_{Ic}, \quad (2)$$

де  $K_I$  – коефіцієнт інтенсивності напружень;  $p^*$  – граничні напруження в околах кінчика тріщини, які є наслідком зовнішніх напружень;  $a$  – довжина тріщини;  $K_{Ic}$  – критичний коефіцієнт інтенсивності напружень.

На основі критерію (2) одержується залежність граничних значень зовнішнього навантаження від параметричної довжини тріщини (рис. 2, крива 2). Вона фіксує момент зрушення тріщини для даного виду матеріалу в залежності від рівня навантаження і довжини тріщини та визначає гранично-зрівноважений стан елемента на етапі його руйнування.

8. Наводячи граничний стан тіла у вигляді накладання напруженого стану в тілі без тріщини (рис. 2, крива 1) і гранично-зрівноваженого стану тіла з тріщиною (рис. 2, крива 2), реально оцінюють міцність елементів конструкцій і визначають її несучу здатність. Абсциса точки перетину кривих 1 і 2 (рис. 2) характеризує критичний розмір зони граничного стану матеріалу, а її ордината – відповідне значення руйнуючого навантаження.

Запропонований спосіб оцінки граничного стану деформованого тіла дозволяє поряд з класичним підходом щодо розгляду статичних критеріїв міцності врахувати реальні властивості матеріалу елемента конструкції на стадії мікро- і макротріщиноутворення.

Запропонована методика ілюструється прикладом розрахунку залізобетонної зовнішньої панелі безкаркасної залізобетонної будівлі при дії вертикальних експлуатаційних навантажень.

Розглянута конструкція є тришаровою залізобетонною панеллю товщиною 20 см, яка армувана просторовими каркасами з прямокутним отвором (рис. 4, *a*). Зовнішні несучі шари панелі, кожний товщиною 5 см, виконані з важкого бетону класу В30 з такими характеристиками:



- міцність бетону на стиск  $R_{bm} = 31,8$  МПа;
- міцність бетону на розтяг  $R_{bt} = 1,98$  МПа;
- початковий модуль пружності бетону  $E_b = 3,2 \cdot 10^4$  МПа;
- міцність арматури класу АІІ на розтяг  $R_s = 365$  МПа,  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Конструкція моделювалася за допомогою плосконапружених кінцевих елементів типу 21 – «балка-стінка» [1]. Розрахункова схема панелі у вигляді кінцево-елементної сітки з 308 кінцевих елементів з діючими навантаженнями і вибраними зв'язками показана на рис. 4, б.

У зв'язку з тим, що жорсткість внутрішнього шару панелі незначна, переріз панелі розглядався як складений, а жорсткість утеплювача не враховувалася.

Навантаження, прикладене вздовж осі  $O_z$ , було приведенне до верхньої межі балки-стілки. Відповідно до розробленої методики, розрахунок панелі здійснювався поетапно для десяти рівнів навантаження конструкції. Для кожного ступеня навантаження виконувалася оцінка напруженого і деформованого стану в полі кінцево-елементної сітки. Деформована схема панелі наведена на рис. 4, в. Для визначення несучої здатності та критичної довжини тріщини у найнавантажених перерізах побудовано графіки (див. рис. 2).

Порівнювання одержаних результатів розрахунку з експериментальними даними М.В.Морозова [5] показують, що протягом випробувань спостерігалися руйнування у перемичці. У подальшому внаслідок перерозподілу зусиль сприйняття навантажень передається на інші елементи панелі. Загальний рівень руйнування (виникнення тріщин) відповідав навантаженню  $P_p = 120$  т. За даними, одержаними в результаті розрахунку з використанням викладеної методики, руйнування конструкції відповідало рівню навантаження  $P_7 = 110$  т. Відмінність теоретично одержаних результатів від експериментальних даних складає 8,3 %. Отже, запропонований підхід до оцінки граничного стану залізобетонних конструкцій в умовах плоского напруженого стану може використовуватися в інженерних розрахунках.

#### Список літератури

1. Программний комплекс «ЛІРА-Windows»: Руководство пользователя. В 9 т. – К: НИИАСС, 1993.
2. МИРАЖ. Комплекс для расчета конструкций: Руководство пользователя. Версия 3.2. – К.: НИИАСС Госстроя Украины. 1993. – 338 с.
3. Богдан С.Ю. Методика визначення та прогнозування довжини тріщини в залізобетонних конструкціях в умовах плоского напруженого стану // Будівельні конструкції: Міжвід. наук. техн. зб. – Вип. 47. – К: НДІБК, 1995. – С.91–96.
4. Мураками Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. В 2 т. – М.: Мир, 1990. – Т.1. – 448 с.
5. Морозов Н.В. Конструкции стен крупнопанельных зданий. – М.: Стройиздат, 1964. – 292 с.

Стаття надійшла до редакції 28.01.02.