

УДК 629.735.051-52

А. О. Краснопольський

СИНТЕЗ НЕСТАЦІОНАРНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ПОЛЬОТОМ ЛІТАКА ПРИ ЗАХОДІ НА ПОСАДКУ

Запропоновано метод синтезу структури системи автоматичного керування, що допускає великий коефіцієнт підсилення без порушення стійкості. Розглянуто адаптивну систему у вигляді алгоритму і структурної схеми, що можуть бути використані у програмі бортового обчислювального комплексу на прикладі літака цивільної авіації, для автоматичного настроювання коефіцієнта підсилення, виходячи з вимог заданої стійкості перехідного процесу.

Під час заходу літака на посадку при зближенні з курсовим радіомаяком (КРМ) частота власних коливань зростає. Для того, щоб частота не збільшувалася, необхідно змінювати коефіцієнти в законах формування керуючих величин.

При аналізі нестационарних автоматичних систем керування польотом літака використовують методи теорії стаціонарних систем з недостатнім обґрунтуванням правомірності їхнього застосування до такого класу систем.

Автор застосував нестационарну теорію динамічних систем до аналізу автоматично керованого польоту літака за сигналами КРМ, динаміка якого описується системою диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами [1; 2; 3].

Рівняння збуреного руху, що характеризують незбурений стан польоту літака при заході на посадку, отримані на основі обґрунтованої для даного режиму польоту процедури лінеаризації.

При наявності автомата тяги політ літака в режимі заходу на посадку відбувається при сталій швидкості, тобто збурений рух за швидкістю відсутній, $\Delta V(t) = 0$. Керування боковим рухом літака при заході на посадку зазвичай забезпечується двома способами [4]: керуванням скочуванням і керуванням ризиканням.

У випадку керування ризиканням $\Delta\beta(t) = 0$, що забезпечується використанням каналу керма направлення як демпфера скочування.

Опускаючи докладний висновок лінеаризованих рівнянь збуреного руху (руху центра мас та руху навколо центра мас) автоматичного керованого польоту літака при заході на посадку [4], приведемо їхні зображення, використовуючи параметричну форму перетворення Лапласа [5]:

$$Y(t; s) = \int_{-\infty}^t y(t; -\xi) e^{-s(t-\xi)} d\xi,$$

де $Y(t; s)$ – зображення оригіналу $y(t; -\xi)$; s – комплексне змінне:

$$s = \sigma + j\omega.$$

Зображення оригіналу $y(t; -\xi)$ є функцією параметра t і змінної ξ , $-\infty \leq \xi \leq t$, $\xi \leq t \leq \infty$, що характеризують нестационарні динамічні процеси, які описуються лінійними диференціальними рівняннями зі змінними коефіцієнтами. Змінна ξ – це момент часу подачі до системи вхідного сигналу. При цьому [5]:

$$\begin{aligned} y(t; -\xi) &= 0 \quad \text{при } t < \xi; \\ y(t; -\xi) &= y(t; -\xi) \quad \text{при } t \geq \xi. \end{aligned}$$

Рівняння збуреного руху у відхиленнях у зображеннях за Лапласом мають такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} s \circ Z(t; s) &= -78\psi(t; s); \\ s \circ \gamma(t; s) &= \omega_x(t; s); \\ s \circ \psi(t; s) &= \omega_y(t; s); \\ s \circ \omega_y(t; s) &= -0,154 \omega_y(t; s) + 0,044 \omega_x(t; s); \\ s \circ \omega_x(t; s) &= -1,537 \omega_x(t; s) - 0,817 \omega_y(t; s) - 0,754 \delta_e(t; s); \\ \delta_e(t; s) &= -\left(\frac{i_\xi}{D_k(t)} \circ Z(t; s) \right) + (i_{\omega_x} \omega_x(t; s) + i_\gamma \gamma(t; s)), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де \circ – символ операторного добутку [3].

Система рівнянь (1) отримана для пасажирського літака у режимі заходу на посадку. У рівняннях (1) усі зображення за Лапласом змінних відносяться до оригіналів у відхиленнях [5]:

$$\Delta z(t; -\xi), \Delta \gamma(t; -\xi), \Delta \psi(t; -\xi), \Delta \omega_x(t; -\xi), \Delta \omega_y(t; -\xi), \delta_e(t; -\xi); Z(t; s), \gamma(t; s), \\ \Delta \psi(t; s), \omega_x(t; s), \omega_y(t; s), \delta_e(t; s),$$

де Z – бокове відхилення літака від рівносигнальної зони посадки; γ і ψ – кути крену й ристання; ω_x , ω_y – кутова швидкість навколо осі x і y літака; δ_e – кут відхилення елеронів.

Останнє рівняння в системі рівнянь (1) описує закон автоматичного керування польотом літака при заході на посадку.

Розглянемо більш докладно, як формується закон керування польотом літака по сигналах КРМ. На рис. 1 схематично зображено політ літака при заході на посадку.

Бокове відхилення центра мас літака від осі злітно-посадкової смуги (ЗПС)

$$Z = D_k \sin \xi_k = D_k \xi_k,$$

внаслідок малості кута ξ_k .

Якщо вхід до курсової зони посадки відбувається на відстані D_0 до КРМ, то при сталій швидкості польоту літака V_0 поточна відстань до КРМ змінюється пропорційно часу t :

$$D_k(t) = D_0 - V_0 t.$$

На основі кута ξ_k відхилення лінії похилої дальності від осі ЗПС формується найпростіший закон автоматичного керування польотом літака при заході на посадку (див. останнє рівняння в системі (1)):

$$\gamma_s(t; s) = -(\xi_s(t; s) - \xi_k(t; s)) i_\xi = -\left(\xi_s(t; s) i_\xi - \frac{i_\xi}{D_k(t)} \circ Z(t; s) \right) = \frac{i_\xi}{D_k(t)} \circ Z(t; s), \quad (2)$$

де ξ_s – задане значення кута відхилення літака від осі ЗПС; i_ξ – передаточне число, яке дорівнює відношенню $\gamma(t; s)$ до $\xi(t; s)$.

У рівнянні (2) усі змінні – у відхиленнях, тому $\xi_s = \xi_{s0} = 0$.

В останньому рівнянні системи (1) передаточні числа $i_{\omega_x} = 1,5$; $i_\gamma = 2$; $i_\xi = 70$.

На структурній схемі нестационарної автоматичної системи керування польотом літака при заході на посадку, що відповідає системі рівнянь (1) при виключенні з цих рівнянь змінних $\omega_x(t; s)$, $\omega_y(t; s)$, легко простежити той елемент нестационарності, що вноситься кутомірною системою виміру кута відхилення літака від ЗПС (рис. 2).

За допомогою методу М.В. Меєрова можна підібрати коригувальну ланку таким чином, щоб не змінювати передаточні числа системи автоматичного керування (САК).

Виділимо деякі важливі моменти доведення методу, що викладений у роботі [6].

На рис. 3 зображена структурна схема системи автоматичного керування. Частина схеми охоплюється стабілізуючим пристроєм загального типу.

Оператор частини системи, що охоплюється стабілізуючим пристроєм, позначимо $\frac{K_{ок}}{D_1(s)}$, оператор частини, що не охоплюється стабілізуючим пристроєм, – $\frac{K_B}{D_2(s)}$ і оператор

стабілізуючого пристрою – $\frac{F_{n1}(s)}{F_{n2}(s)}$.

Характеристичне рівняння системи має вигляд:

$$mD_1(s)D_2(s)F_{n2}(s) + F_{n1}(s)D_2(s) + K_B F_{n2}(s) = 0, \quad (3)$$

де $m = \frac{1}{K_{ок}}$; $K_{ок}$ – коефіцієнт підсилення ланок, що охоплюються стабілізуючим пристроєм;

K_B – коефіцієнт підсилення ланок, що не охоплюються стабілізуючим пристроєм.

Система буде стійкою при нескінченно великому коефіцієнті підсилення $K_{ок}$, якщо рівняння (3) відповідає умовам стійкості при $m \rightarrow 0$.

Степінь полінома $D_1(s)$ позначимо через n , степінь полінома $D_2(s)$ – через v , а степінь полінома $F_{n1}(s)$ і $F_{n2}(s)$ – відповідно через n_1 і n_2 . Тоді, розкриваючи поліноми, можна рівняння (3) зобразити в такому вигляді:

$$m[B_0 s^{N_2} + B_1 s^{N_2-1} + \dots + B_{N_2}] + [A_0 s^{N_1} + A_1 s^{N_1-1} + \dots + A_{N_1}] = 0,$$

де $v + n + n_2 = N_2$; $n_1 + v = N_1$.

Якщо $N_2 - N_1 = 1$, то для стійкості системи необхідно, щоб

$$\frac{A_0}{B_0} > 0.$$

Якщо $N_2 - N_1 = 2$, то для стійкості системи необхідно, щоб

$$\frac{B_1}{B_0} - \frac{A_1}{A_0} > 0. \quad (4)$$

Якщо $N_2 - N_1 = 3$ і більше, то система не стійка.

Отже, першою умовою стійкості систем, що допускають великий коефіцієнт підсилення, є

$$N_2 - N_1 \leq 2. \quad (5)$$

Підставляючи у формулу (5) замість N_2 і N_1 їхні значення, одержимо

$$n \leq 2 + n_1 - n_2.$$

Для застосування методу М.В. Меєрова перетворимо вихідну структурну схему, наведену на рис. 2, до структурної схеми, показаної на рис. 3. На першому кроці знайдемо передаточну функцію залежності кута крену $\gamma(t; s)$ від його заданого значення $\gamma_{зад}(t; s)$. У загальному випадку використовувати метод визначників неможливо, оскільки маємо операторний добуток, який є некомутативний [3; 5]. Тому перепишемо п'яте рівняння системи (1), виключаючи з нього $\delta_e(t; s)$, у вигляді:

$$(s^2 + 1,573s) \circ \gamma(t; s) = -0,817s \circ \psi(t; s) - 0,754(i_{\omega} s + i_{\gamma}) \circ \gamma(t; s) + 0,754i_{\gamma} \gamma_3(t; s). \quad (6)$$

Підставляючи у формулу (6) замість i_{ω} , i_{γ} їхні числові значення та приводячи вираз до s при рівних степенях, одержимо:

$$(s^2 + 2,704s + 1,508) \circ \gamma(t; s) = -0,817s \circ \psi(t; s) + 1,508\gamma_3(t; s). \quad (7)$$

З четвертого рівняння системи (1) визначимо $\psi(t; s)$ відносно $\gamma(t; s)$. Унаслідок того, що оператори $(s^2 + 0,154s)$ і s не залежать від параметра t , операторний добуток виявляє себе як звичайний добуток, а обернений оператор для $(s^2 + 0,154s)$ визначається як різниця від розподілу одиниці на цей оператор. Отже,

$$\psi(t; s) = \frac{0,044}{s + 0,154} \circ \gamma(t; s). \quad (8)$$

Після підстановки у формулу (7) замість $\psi(t; s)$ вираз (8) і внаслідок незалежності операторів від t запишемо:

$$(s^2 + 0,154s) \circ (s^2 + 2,704s + 1,508) \circ \gamma(t; s) = -0,036s^2 \circ \gamma(t; s) + (1,508s^2 + 0,232s) \circ \gamma_s(t; s).$$

Остаточно передаточна функція має вигляд:

$$W_{\gamma}^{\gamma_s}(t; s) = \frac{\gamma(t; s)}{\gamma_{\text{зад}}(t; s)} = \frac{1,508s + 0,232}{s^3 + 2,822s^2 + 1,96s + 0,232}.$$

На другому кроці знайдемо передаточну функцію кута рискання $\psi(t; s)$ від кута крену. Унаслідок незалежності операторів від t передаточна функція має вигляд:

$$W_{\psi}^{\gamma}(t; s) = \frac{\psi(t; s)}{\gamma(t; s)} = \frac{0,044s}{s^2 + 0,154s}.$$

Процес одержання структурної схеми високоточної САК наведений на рис. 4. Нестационарний елемент на рис. 4 позначений символом $c(t)$:

$$c(t) = \frac{1}{D_{\kappa}(t)}.$$

Пояснимо, яким чином одержано остаточною структурну схему. У нестационарних САК структурний аналіз проводиться так: при послідовному з'єднанні ланок

$$\left. \begin{aligned} Y_{\text{вих}}(t; s) &= W_2(t; s) \circ Y_1(t; s); \\ Y_1(t; s) &= W_1(t; s) \circ Y_{\text{вх}}(t; s); \end{aligned} \right\} \Rightarrow Y_{\text{вих}}(t; s) = W_2(t; s) \circ W_1(t; s) \circ Y_{\text{вх}}(t; s).$$

Тобто при послідовному з'єднанні ланок передаточна функція системи визначається як послідовний операторний добуток передаточних функцій ланок з кінця в початок. Ця послідовність повинна бути виконана, тому що операторний добуток – некомутативний [3; 5]. З цієї причини передаточна функція ланок, що з'єднують $\xi_{\kappa}(t; s)$ і $\gamma(t; s)$ (рис. 4) дорівнює комутативному добутку:

$$c(t) \circ \left(-\frac{78}{s} \right) \circ \frac{0,044}{s + 0,154} = -\frac{1}{D_{\kappa}(t)} \cdot \frac{78}{s} \cdot \frac{0,044}{s + 0,154} = \frac{c(t)3,432}{s^2 + 0,154s}.$$

Вигляд передаточної функції ланки, що охоплює, обраний з умов стійкості системи. Так, виходячи зі структурної схеми $n = 3$, $n_1 = 1$, $n_2 = 0$ умови стійкості (4) виконуються.

Відмінною рисою даної САК від розглянутої М.В. Меєровим є те, що коефіцієнт передачі охоплювальної ланки ($K_{\text{ох}} = i_{\xi}$) не змінюється в процесі роботи системи, але саме його значення впливає на динамічні характеристики системи САК – літак. Щоб отримати характеристичне рівняння нестационарної системи, наведеної на рис. 4, необхідно знайти залежність $\xi_{\kappa}(t; s)$ від $\xi_{\text{зад}}(t; s)$.

Оскільки параметри ланки, що охоплюється, і параметри ланки, яка охоплює, не залежать від t , то їхня передаточна функція шукається за загальними правилами, а остаточною передаточна функція шукається, виходячи з викладених міркувань щодо послідовно з'єднаних ланок.

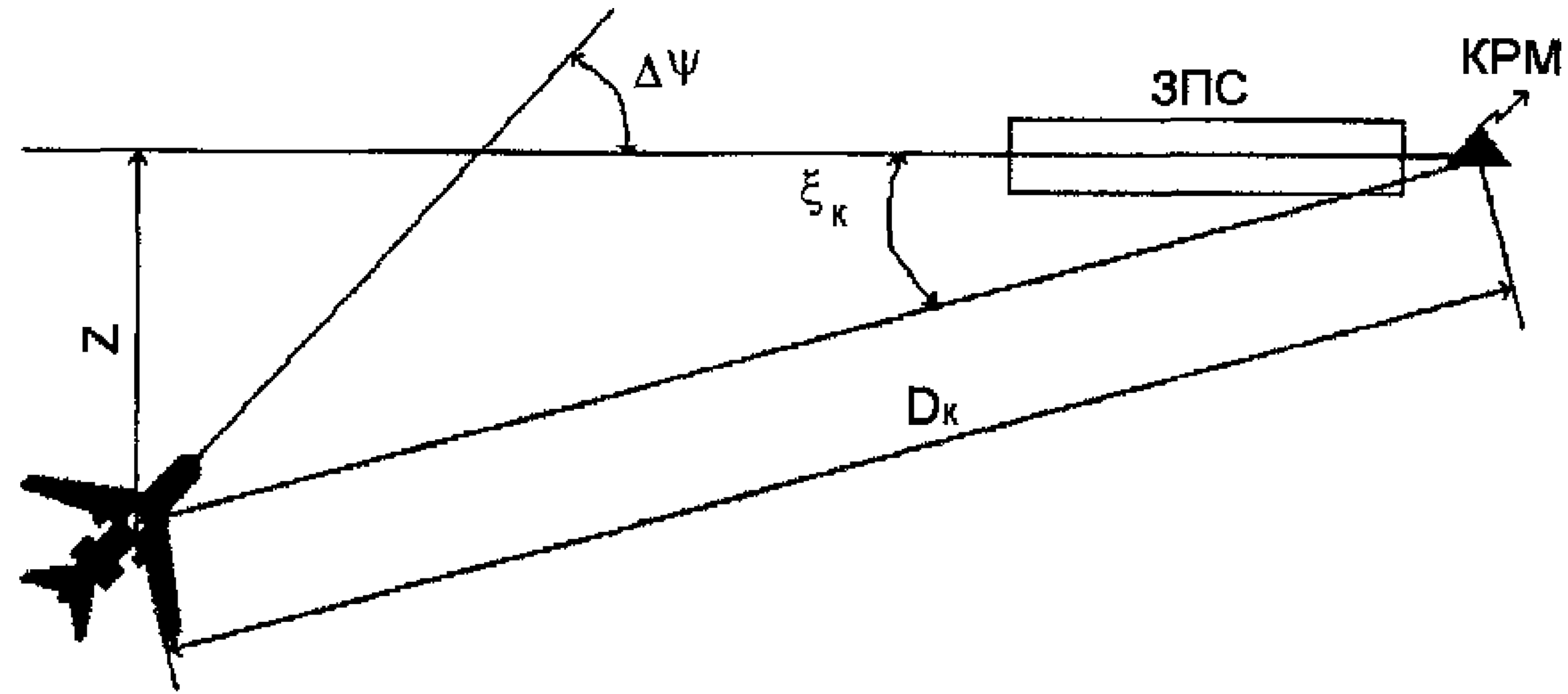


Рис. 1. Схема польоту літака при заході на посадку:
 Z – бокове відхилення центра мас літака від зони посадки; ξ_x – кут відхилення лінії похилої дальності літака до КРМ від осі ЗПС; D_k – довжина похилої дальності; $\Delta\psi$ – відносний курс

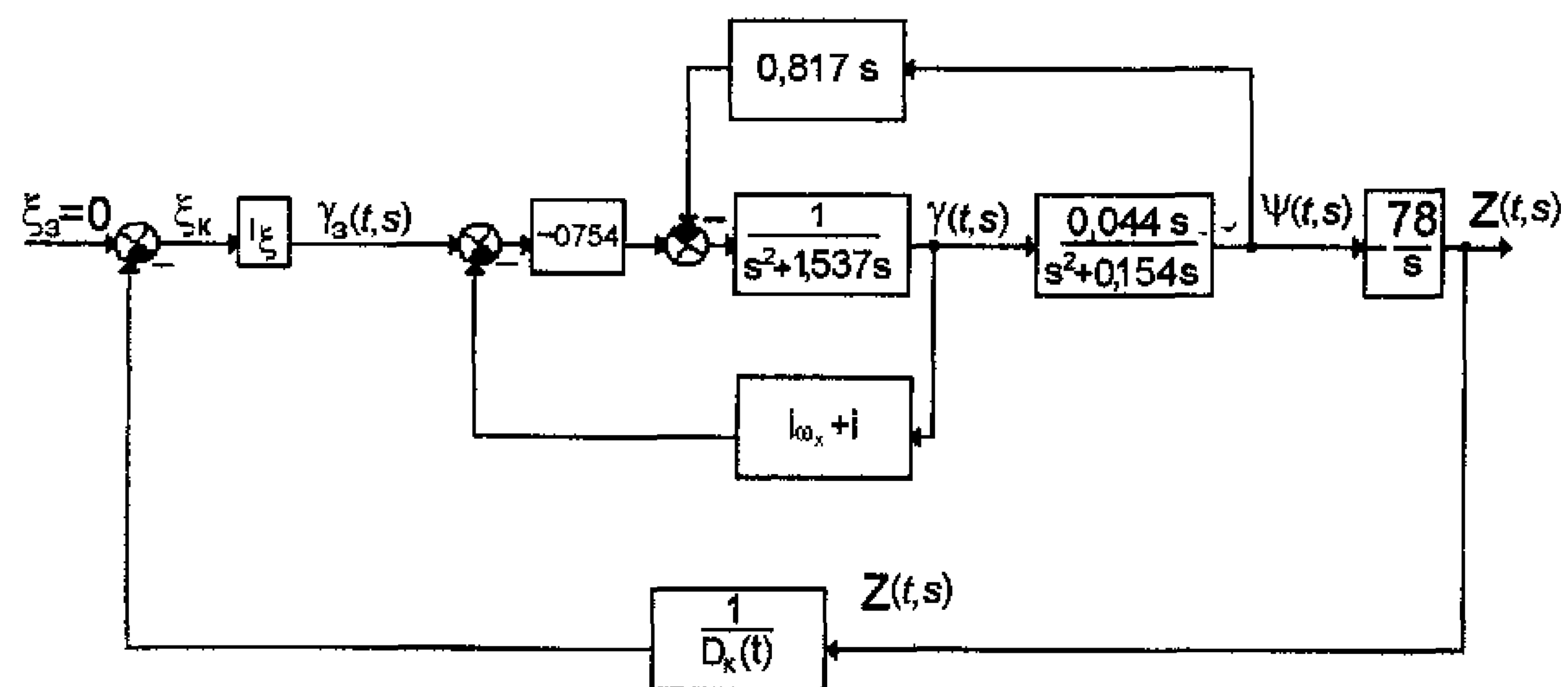


Рис. 2. Структурна схема нестационарної системи керування польотом літака при заході на посадку

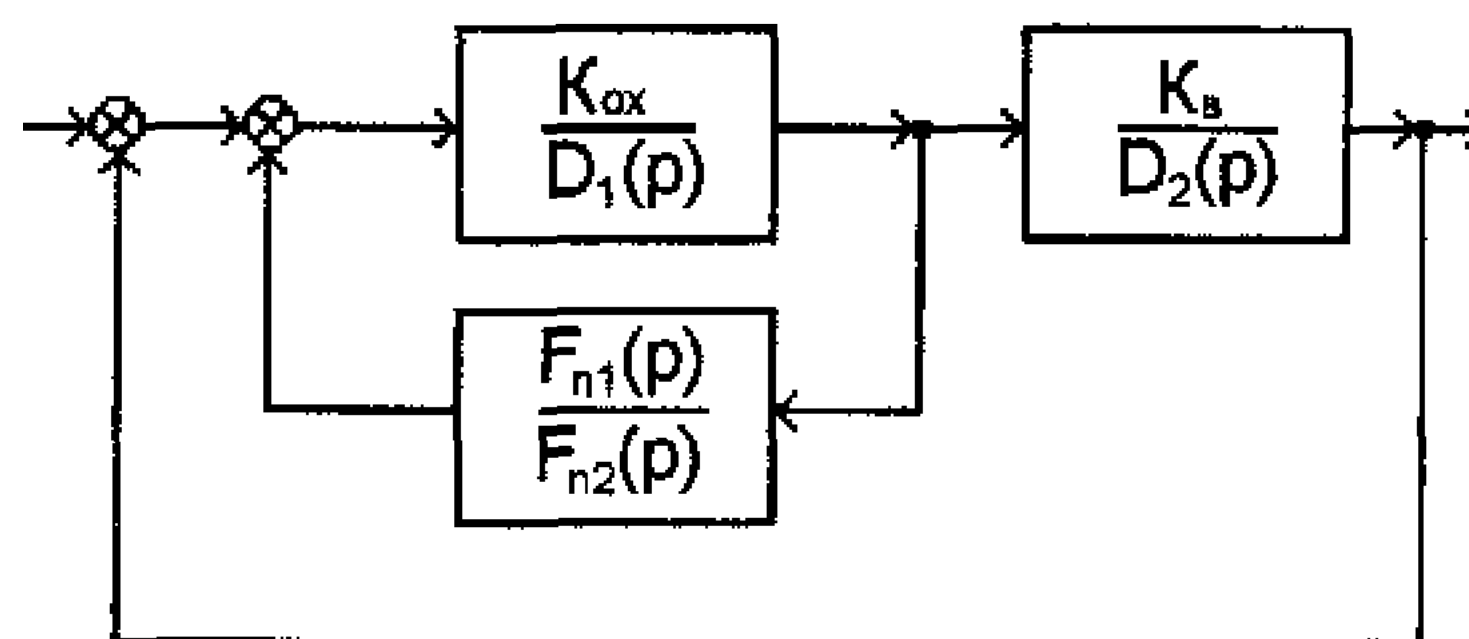


Рис. 3. Структурна схема зі стабілізуючим пристроєм загального типу

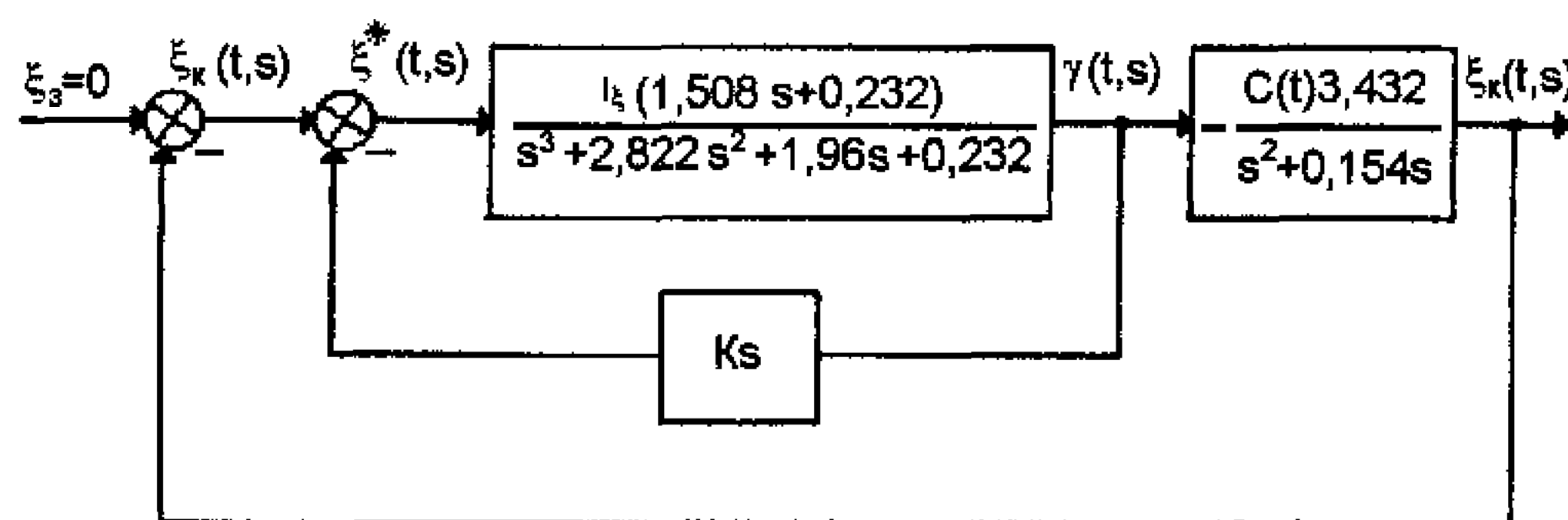
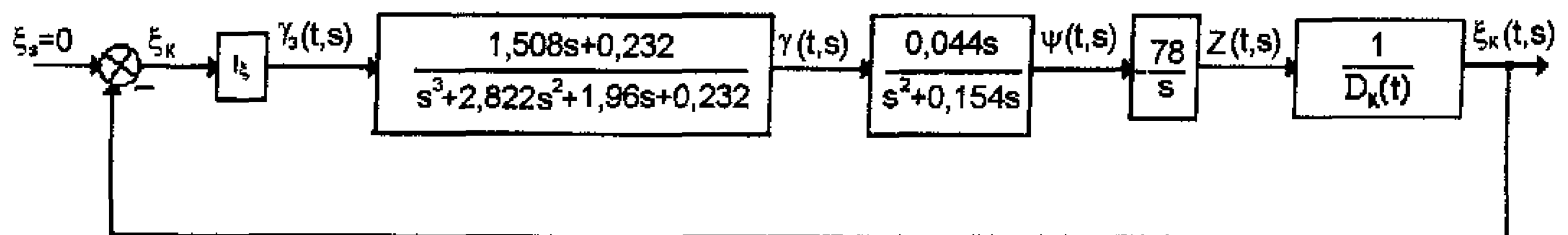


Рис. 4 Структурна схема високоточної САК, що допускає який завгодно великий коефіцієнт підсилення i_x

Отже, характеристичне рівняння системи, наведеної на рис. 4, має вигляд:

$$s^5 + 2,976s^4 + 2,395s^3 + 0,533s^2 + 0,036s + K_{\text{ок}} [1,508Ks^4 + 0,464Ks^3 + 0,036Ks^2 + 5,17c(t)s + 0,796c(t)] = 0, \quad (9)$$

де K – коефіцієнт передачі коригувальної ланки.

Рівняння (9) розділимо на $K_{\text{ок}}$ і позначимо $\frac{1}{K_{\text{ок}}} = m$. Тоді одержуємо рівняння

$$m[s^5 + 2,976s^4 + 2,395s^3 + 0,533s^2 + 0,036s] + 1,508Ks^4 + 0,464Ks^3 + 0,036Ks^2 + 5,17c(t)s + 0,796c(t) = 0. \quad (10)$$

Крім умови стійкості системи (6) необхідно також виконання умови (4). У нашому випадку

$$B_0 = 1; B_1 = 2,976; A_0 = 1,508K; A_1 = 0,0464K.$$

Виконуючи умову (4), маємо:

$$\frac{B_1}{B_0} > \frac{A_1}{A_0} \Rightarrow \frac{2,976}{1} > \frac{0,0464K}{1,508K} \Rightarrow 2,976 > 0,3. \quad a_4(t)$$

За умови $m \rightarrow 0$ наведене характеристичне рівняння (10) вироджується в рівняння

$$1,508Ks^4 + 0,464Ks^3 + 0,036Ks^2 + 5,17c(t)s + 0,796c(t) = 0$$

або

$$s^4 + 0,308s^3 + 0,024s^2 + 3,43K^{-1}c(t)s + 0,528K^{-1}c(t) = 0. \quad (11)$$

Рівняння (11) називається виродженим, і лише за ним визначаються характеристики системи. Однак система належить до класу лінійних нестационарних систем, і застосовувати методи теорії стаціонарних динамічних систем до характеристичного рівняння (11) немає підстав. Для розрахунку САК необхідно застосувати теорію нестационарних динамічних систем [1; 2; 3].

Під час аналізу важливо не тільки установити факт стійкості чи нестійкості динамічної системи, але і визначити допустимі межі зміни параметрів, що забезпечують стійкість.

Експонентна стійкість незбуреного несталого руху динамічних систем може бути оцінена за коефіцієнтами рівнянь збуреного руху на основі критерію типу Гурвіца [1; 2; 3].

Оцінимо допустимі межі зміни параметра K з умов експонентної стійкості на основі критерію Гурвіца і характеристичного рівняння (11).

За критерієм Гурвіца визначник Гурвіца і всі його головні діагональні мінори повинні бути строго більше нуля:

$$\Delta_4(t) = \begin{vmatrix} a_1 & a_3(t) & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4(t) & 0 \\ 0 & a_1 & a_3(t) & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4(t) \end{vmatrix} > 0;$$

$$\Delta_1 = a_1 = 1 > 0;$$

$$\Delta_2(t) = (a_1 a_2 - a_0 a_3(t)) = 0,308 \cdot 0,024 - 1 \cdot 3,43K^{-1}c(t) > 0 \Rightarrow 0,007K > 3,43c(t) \Rightarrow K > 490c(t),$$

де

$$a_0 = 1; a_1 = 0,308; a_2 = 0,024; a_3(t) = 3,43c(t)/K; a_4(t) = 0,528c(t)/K.$$

тоб

у зо
ЗПС
вид:
35 0a₄(t)кори
гу, б

знач

ческ

посто
С. 56-ческ
С. 3-

С. 35

ных у

ка, 19

У свою чергу,

$$c(t) = \frac{1}{D_0 - V_0 t},$$

тобто

$$K > \frac{490}{D_0 - V_0 t}.$$

Вхід літака до курсової зони посадки відбувається на різних видаленнях від КРМ. Політ у зоні курсу посадки закінчується завжди в одній точці – точці перетинання вхідної крайки ЗПС. При цьому відстань від торця ЗПС до маяка 3500 – 4000 м. Припустимо, що початкове видалення $D_0 = 35\,000$ м. У цьому випадку границі зміни $D_k(t)$ лінійно в часі змінюються від 35 000 до 3500 м. Визначимо нижню границю для коефіцієнта:

$$K > 0,14. \quad (12)$$

Виходячи з умов стійкості:

$$\Delta_4(t) = a_4(t) \Delta_3(t) > 0.$$

На підставі критерію Стодоли коефіцієнт $a_4(t)$ повинен бути строго більше нуля: $a_4(t) > 0$, а на основі критерію Гурвица: $\Delta_3(t) > 0$. Головний діагональний міnor $\Delta_3(t)$:

$$\Delta_3(t) = \begin{vmatrix} a_1 & a_3(t) & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4(t) \\ 0 & a_1 & a_3(t) \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3(t) - a_0 a_3^2(t) - a_1^2 a_4(t) > 0. \quad (13)$$

З нерівності (13) визначимо

$$-0,04K > 3,43c(t) \Rightarrow K > -0,0245.$$

Для стійкої роботи системи необхідне виконання умови (12), тобто коефіцієнт передачі коригувального пристрою K повинен бути обраний не меншим за 0,14. Виконуючи цю вимогу, беремо $K = 1$ град/с.

Отже, у систему траєкторного керування літаком необхідно подавати не кут ξ_x , а різницю:

$$\Delta\xi = \xi_x - K\omega_x.$$

З погляду технічної реалізації проблемою є узгодження сигналів різної природи, оскільки значення ξ_x подається до системи у вигляді струму, а значення ω_x – у вигляді напруги.

Список літератури

1. Шевелев А.Г. Критерий устойчивости типа Гурвица для линейных нестационарных динамических систем // Кибернетика и вычислительная техника. – 1986. – Вып. 69. – С. 20–27.
2. Шевелев А.Г. Устойчивость линейных нестационарных систем автоматического управления при постоянно действующих возмущениях // Кибернетика и вычислительная техника. – 1999. – Вып. 124. – С. 56–65.
3. Шевелев А.Г. Оценка экспоненциальной устойчивости линейных нестационарных динамических систем; критерии устойчивости // Кибернетика и вычислительная техника. – 2000. – Вып. 126. – С. 3–18.
4. Белгородский С.Л. Автоматизация управления посадкой самолета. – М.: Транспорт, 1972. – С. 351.
5. Шевелев А.Г. Применение преобразования Лапласа для решения линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами // Укр. мат. журн. – 1969. – Т. 21, № 5. – С. 640–652.
6. Мееров М.В. Синтез структур автоматического регулирования высокой точности. – М.: Наука, 1967. – 420 с.

Стаття надійшла до редакції 21.02.02.