цьому разі важко сказати про наявність чи відсутність корисної складової в сигналі, що спостерігається. Проте сплайн, побудований запропонованим методом (рис. 2, *б*), вказує на відсутність гармонійної складової в цьому сигналі.

В обох наведених прикладах для побудови апроксимації класичним та запропонованим методами матриці планування розраховувалися для однаково розташованих абсцис вузлів склейки сплайнів. Вузли підбиралися з умови якісного наближення класичним сплайном ідеальної кореляційної функції (див. рис. 1).

За допомогою математичного моделювання побудуємо графіки середньоквадратичних відхилень сплайнів відносно ідеальної R_r у випадку наявності гармонійної складової ($A = 1$) в сигналі, що спостерігається (рис. 3, *а*), та відносно нуля – у випадку відсутності гармонійної складової ($A = 0$) в цьому сигналі (рис. 3, *б*).

Кращі апроксимуючі властивості мають ті сплайни, середньоквадратичні відхилення яких наближуються до нуля. Винятком є точка $m = 0$ (рис. 3, *б*). Середньоквадратичні відхилення сплайнів відносно нуля в цій точці повинні наближуватися до 2, тому що $R_r(0) = V_r + V_i = 2$ при $A = 0$.

Таким чином, запропонований метод сплайн-апроксимації з урахуванням апріорно відомого аналітичного зв'язку між уявною та дійсною складовими кореляційної послідовності в цілому дозволяє більш якісно виділяти тренди цих послідовностей.

Список літератури

1. *Касьянов В.А., Шутко В.М., Шелевицький І.В.* Сплайн-апроксимація аналітично зв'язаних часових послідовностей // Вісн. КМУЦА. –К.: КМУЦА, 2001. – №4. – С. 117–120.

2. *Бойко И.Ф., Шелевицкий И.В., Шутко В.Н.* Рекурентный алгоритм построения сплайнов методом наименьших квадратов // Статистические методы обработки информации в авиационных радиоэлектронных системах: Сб.науч.тр. – К.: КМУГА, 1995. – С. 82–89.

Стаття надійшла до редакції 21.01.02.

УДК 519.21

В.Г. Капишон,
М.Т. Корнійчук, д-р техн. наук, проф.,
І.К. Совтус, канд. техн. наук, доц.,
В.Д. Тетерятник, доц.,
М.О. Шутко, д-р техн. наук, проф.

МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОСЛІДОВНИХ СИСТЕМ ЗА КРИТЕРІЄМ УБЕЗПЕЧЕННЯ ВІД РИЗИКУ ВІДМОВ

Розглянуто метод оптимізації складних, послідовно зв'язних систем на етапі розробки та проектування за критерієм витрат на убезпечення від ризику відмов системи з урахуванням керування ризиком для можливості його зменшення. На основі розробленого модифікованого методу невизначених множників запропоновано метод і моделі, що дозволяють мінімізувати витрати на побудову системи заданої якості з допустимими рівнями ризику відмов.

Під складною системою розумітимемо класично означену систему, яка допускає технічне чи функціональне розбиття її на підсистеми, вузли чи елементи, жодному з яких не притаманні властивості, якими володіє система інтегрально. Під час розробки системи виникає проблема її оптимізації за різними показниками і, насамперед, оптимізації системи за критерієм ризику її відмов і критерієм її надійності при обмеженнях на економічні витрати на створення. В основу якості системи покладено, в першу чергу, певний припустимий рівень ризику її відмов або належний рівень її надійності. Цього можна досягти високою якістю комплектуючих матеріалів, сировини, найсучаснішим устаткуванням виробництва, наукоємними технологіями, що вимагає значних витрат на створення системи. Тому зазвичай постає ординарна для нашого часу техніко-економічна задача: побудувати складну систему з максимальним рівнем якості за відведені для цього кошти або знайти варіант складної системи з певним фіксованим рівнем якості при мінімальних інвестиціях. Поставлені задачі є задачами математичного програмування, і їх можна сформулювати як двоїсті задачі.

Якщо на виділені невеликі фіксовані кошти можна побудувати систему лише низької ефективності, то вона не буде потрібна жодному споживачеві, хоча при цьому якість системи може бути оптимальною в межах виділених коштів. Тому задача оптимізації ризику відмов системи за заданими витратами не є настільки цікавою, як задача мінімізації витрат на створення системи з заданими якісними характеристиками. Проте потрібного раціонального рівня якості можна досягти розв'язуванням цієї задачі методом послідовних наближень оптимально розрахованих планів, варіюючи кількістю передбачуваних змінених фінансових витрат.

Отже, ставимо проблемну задачу, у якій споживчі характеристики якості є сформульованими, точніше вихідними, а потрібно знайти оптимальний (мінімальний) рівень структурних витрат, який забезпечував би виробництво системи заданої сформованої якості, тобто оптимальний розподіл ризику відмов і відповідних витрат від його убезпечення між окремими підсистемами чи елементами системи. Під структурними витратами розуміємо не тільки інтегральні витрати на побудову всієї системи, а й їхні окремі складові на кожен елемент чи підсистему.

Розв'язати поставлену проблему неможливо без установлення взаємозв'язку між рівнем ризику відмов системи і витратами на систему, а точніше, між рівнем можливого зниження ризику відмов і величиною витрат, що необхідні для забезпечення нового зниженого рівня ризику відмов. Потрібно не просто встановити зазначений зв'язок, а й формалізувати його: побудувати математичну модель витрат на убезпечення від ризику відмов.

Складні системи створюють найчастіше на довготривалий період, і яким би важливим не здавався вплив внутрішніх факторів на процес функціонування (ПФ) складної системи, він не завжди буде визначальним. Система неминуче потраплятиме в екстремальні ситуації, і необхідно врахувати можливі наслідки прогнозу визначального впливу зовнішніх факторів на ПФ. Особливо це стосується змішаних органічно-неорганічних складних систем. До проекту подібної розроблюваної системи безпосередньо закладаються можливості керування ризиком відмови складної системи на випадок непередбачуваних обставин. Резервні кошти акумулюються для можливої керованості ризиком системи за рахунок підвищеного спрацювання складної системи, форсажних комбінацій ПФ системи або інших неординарних дій. Керованість ризиком є від'ємним сталим доданком у розмірі самого ризику відмови елемента. У роботах [1; 2] була формалізована залежність ризику відмов складної системи від витрат, але фактор керування для зменшення ризику ніде більше не досліджувався. Задача керування надійністю в ПФ складних систем, яка розглядається в роботі [3], недостатньо формалізована для математично-оптимізаційного дослідження і не містить досліджень зі специфікації моделі залежності рівня надійності від рівня витрат з урахуванням керування надійністю.

Отже, нехай маємо складну систему з n функціонально з'єднаних підсистем, які надалі будемо іменувати елементами. Функціональне з'єднання елементів у систему розглядатимемо найпростіше – послідовне. Тобто інформація ПФ системи поєднує її елементи в одну лінію, і ризик відмови будь-якого з елементів є ризиком відмови всієї системи.

Ризик відмови всієї системи складається із суми ризиків відмов для її елементів. Якщо характеристику ризику відмови системи позначити через R, а відповідні характеристики ризику відмов i-го $(i = 1, 2, \ldots, n)$ елемента через r_i, то R є характеристика суми величин ризиків елементів. Оскільки ризики окремих елементів є подіями сумісними, то характеристика ризику системи R є характеристикою суми ризиків елементів і через зазначену сумісність не є сумою характеристик ризиків елементів.

Характеристика ризику системи R визначається через $r_i,(i = 1, 2, \ldots, n)$ не арифметичною сумою, а символічною, бо ризики відмов будь-яких двох елементів r_i та r_k $(i \neq k)$ описують незалежні події, але загалом сумісні. Тому побудуємо підрахунок від протилежного. Величина $1 - r$ є протилежною величині ризику r і описує протилежну подію до ризику відмови елемента, тобто надійність цього елемента. Надійність пари елементів буде дорівнювати $(1- r_i)$ $(1- r_k)$ через незалежну поведінку, а ризик відмови як імовірність протилежної події дорівнюватиме $1- (1-r_i)(1-r_k)$. Збільшуючи кількість елементів, одержимо вираз для ризику відмови всієї системи:

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - r_i).$$

Нехай у даній моделі за рахунок неординарних дій ризик відмови i-го елемента можна зменшити на величину u_i. Тоді ризик відмови всієї системи набуде формального виразу:

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - r_i + u_i). \qquad (1)$$

Побудоване співвідношення (1) будемо називати рівнянням ризику для системи, що складається з n послідовно з'єднаних елементів. Одночасно відбуваються обмеження на ризик відмов

$$u_i < r_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (2)$$

які випливають з фізичного змісту, і це досить обґрунтовано встановлено в роботі [1]. Ми лише скоригували обмеження для врахування керованості ризиком відмов.

Специфікацію моделі функції витрат на убезпечення від ризику відмов було встановлено в роботі [1]. Для нашого дослідження вона не зовсім належна, адже наша специфікація має враховувати можливість впливу на ризик. Модифікуючи відповідну модель з роботи [1] до вимог поставленої задачі та використовуючи ту ж специфікацію, одержуємо її в такому вигляді:

$$V(r) = A\,(1 - r + u)\exp\left\{\frac{B_i}{r_i - u_i}\right\}.$$

Для i-го елемента системи функція витрат на убезпечення від ризику відмов подається ідентифікованим для кожного значення i співвідношенням:

$$V_i(r_i) = A_i\,(1 - r_i + u_i)\exp\left\{\frac{B_i}{r_i - u_i}\right\}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Витрати на убезпечення від ризику всієї системи є функцією адитивною і складаються з витрат на окремі її елементи. Аналітично функція витрат на всю складну систему подається такою сумою:

$$V(r) = \sum_{i=1}^{n} A_i\left(1 - r_i + u_i\right)\exp\left\{\frac{B_i}{r_i - u_i}\right\}. \qquad (3)$$

Постановка задачі передбачає наявність певних фіксованих вимог до складної системи, продиктованих самим сенсом створення й існування системи. Ризик відмови системи не має перевищувати величини R^*. Тобто ліва частина рівняння ризику відмов (1) має забезпечувати певний фіксований рівень якості R^* створюваного продукту.

Надалі поставлену проблему можемо чітко сформулювати як задачу дослідження операцій з оптимізації ризику системи при найменших витратах на його реалізацію: знайти умовний мінімум функції (3) при виконанні умов на змінні r_i у вигляді нерівностей (2) та обмеження у вигляді рівняння ризику (1).

Для знаходження умовного екстремуму скористаємося методом невизначених множників Лагранжа [4]. Але безпосереднє застосування цього методу є технічно неможливим унаслідок того, що задача містить систему строгих обмежень (2). Жодне розширення чи адаптація методу невизначених множників у літературі не охоплює подібних граничних умов. Крім того, під час спроби звести строгі нерівності (2) до канонічного вигляду обмежень постає величезна кількість додаткових невідомих множників методу, відповідних кожній граничній умові (2). Тому необхідна така модифікація методу невизначених множників Лагранжа, яка б дозволила розв'язати задачу математичного програмування зі строгими нерівностями в граничних умовах. З цією метою побудуємо функцію Лагранжа:

$$f(r_i, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} A_i (1 - r_i + u_i) \exp\left\{\frac{B_i}{r_i - u_i}\right\} + \lambda \left\{ [1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - r_i + u_i)] - R^* \right\},$$

$i = 1, 2, \ldots, n,$

в якій обмеження (2) свідомо не враховуються. Це дозволить позбавити функцію Лагранжа від великої кількості додаткових невідомих, за наявності яких застосування методу стає недоцільним. Ідея ж модифікації методу полягає в тому, що розв'язок вихідної задачі лише за урахування обмеження (1) міститься в середині інтервалу $(u_i, 1)$, тобто проблема формалізована таким чином, що умови (2) виконуються автоматично. Обґрунтування і строге доведення цього факту ми проведемо методами математичного аналізу.

Знаходимо частинні похідні від функції Лагранжа по всіх n змінних r_i та прирівнюємо їх до нуля. Одержимо систему n рівнянь:

$$\frac{\partial f}{\partial r_i} = -A_i \exp\frac{B_i}{r_i - u_i}\left[1 + \frac{B_i(1 - r_i + u_i)}{(r_i - u_i)^2}\right] + \frac{\lambda}{1 - r_i + u_i}\prod_{j=1}^{n}(1 - r_j + u_j) = 0, \tag{4}$$

$i = 1, 2, \ldots, n.$

Система n рівнянь (4) містить $n + 1$ невідомих: n змінних величин ризику r_i та величину λ. Система (4) у сукупності зі співвідношенням (1) забезпечує необхідну кількість рівнянь для одержання єдиного розв'язку. Для знаходження розв'язку систему (4) перепишемо в такому вигляді:

$$\lambda \prod_{j=1}^{n}(1 - r_i + u_i) = A_i(1 - r_i + u_i)\exp\frac{B_i}{r_i - u_i}\left[1 + \frac{B_i(1 - r_i + u_i)}{(r_i - u_i)^2}\right], \tag{5}$$

$i = 1, 2, \ldots, n,$

виокремивши в лівій частині однаковий для кожного рівняння (5) множник Лагранжа λ та його змінний коефіцієнт.

Ліві частини рівнянь (5) збігаються. Тому мусять збігатися за величиною і їхні праві частини. Не порушуючи загальності, можемо прирівняти праві частини, наприклад, k-го рівняння і біжучого i-го ($i = 1, 2, \ldots, k - 1, k + 1, \ldots, n$). Одержуємо еквівалентну систему:

$$A_k(1 - r_k + u_k)\exp\frac{B_k}{r_k - u_k}\left[1 + \frac{B_k(1 - r_k + u_k)}{(r_k - u_k)^2}\right] = A_i(1 - r_i + u_i)\exp\frac{B_i}{r_i - u_i}\left[1 + \frac{B_i(1 - r_i + u_i)}{(r_i - u_i)^2}\right], \tag{6}$$

$i = 1, 2, \ldots, k - 1, k + 1, \ldots, n.$

Після деяких аналітичних перетворень одержану систему (6) можна подати у вигляді:

$$\exp\left(\frac{B_k}{r_k - u_k} - \frac{B_i}{r_i - u_i}\right) = \frac{A_i(1 - r_i + u_i)\left[1 + \frac{B_i(1 - r_i + u_i)}{(r_i - u_i)^2}\right]}{A_k(r_k + u_k)\left[1 + \frac{B_k(1 - r_k + u_k)}{(r_k - u_k)^2}\right]}, \tag{7}$$

$i = 1, 2, \ldots, k - 1, k + 1, \ldots, n.$

Одержані рівняння (7) для визначеності будемо розглядати разом з рівнянням ризику (1). Це буде система n рівнянь з n невідомими з параметром r_k. Пошук її розв'язку з використанням чисельних методів не являє принципових труднощів, якщо врахувати можливості сучасних електронних обчислювальних машин. При цьому схема можливого алгоритму, що чисельно реалізує систему (7), має такий вигляд.

Щоб знайти оптимальний розв'язок вихідної задачі за критерієм витрат на убезпечення від ризику відмов, що еквівалентно знаходженню розв'язку одержаної системи трансцендентних рівнянь (7), визначаємо спочатку наближення для основного варійованого параметра, тобто для значення невідомої r_k. Перше можливе її наближення $r_k^{(1)}$ може бути вибране довільно з проміжку (u_k, 1).

Значення ризиків відмов r_i ($i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$) решти елементів за наближенням $r_k^{(1)}$ визначаємо з рівнянь (7). Ліву та праву частини i-го ($i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$) рівняння можна розглядати як функції однієї змінної r_i. Тоді визначення першого наближення r_i зводиться до знаходження точки перетину кривих, які аналітично зображують функції, що стоять зліва та справа в i-му рівнянні. Така точка існує. Розглянемо доведення її існування та єдиності.

За першим наближенням $r_k^{(1)}$ значення ризику відмови r_k обчислюються перші наближення $r_i^{(1)}$ для всіх значень r_i ($i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$). Знайдені значення величин $r_k^{(1)}$, $r_i^{(1)}$ ($i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$) підставляємо у рівняння ризику (1) і обчислюємо перше наближення для характеристики ризику відмови всієї системи $R^{(1)}$.

Знайдене значення ризику відмови $R^{(1)}$ може задовольняти вихідні вимоги до ризику, тоді задача буде розв'язаною. Якщо воно не відповідає з достатнім рівнем точності необхідній вихідній величині R^*, то знаходимо друге наближення $R^{(2)}$. Для цього спочатку обчислюємо друге наближення для значення ризику відмови r_k k-го елемента, тобто $r_k^{(2)}$. При цьому дотримуємося такого правила: якщо $R^* > R^{(1)}$, то беремо $r_k^{(2)} > r_k^{(1)}$ і навпаки, якщо $R^* < R^{(1)}$, то беремо $r_k^{(2)} < r_k^{(1)}$. Наведене правило випливає з монотонного зростання функції ризику відмов системи по будь-якому зі своїх аргументів. Оскільки за варійований параметр ризику відмов елементів системи обрано значення $r_i^{(1)}$ k-го елемента, продиференціюємо функцію (1) саме по невідомій r_k. З фізичного змісту значень ризиків відмов r_i ($i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$) випливає, що значення похідної функції ризику $R' \geq 0$. Це свідчить про неспадання функції ризику відмов системи і необхідність збільшення аргументу r_k для відповідного збільшення значення функції $R^{(2)} > R^{(1)}$.

Після початку варіювання змінної r_k приріст ризику відмов, а саме значення $\Delta = \left|r_k^{(2)} - r_k^{(1)}\right|$, можна брати будь-яким, але таким, щоб він не виводив значення $r_k^{(2)}$ з області допустимих значень для r_k, тобто з інтервалу (u_k, R^*). У подальшому цей приріст можна ділити навпіл для точнішого наближення до шуканого значення R^* ризику відмов складної системи.

Якщо після q-ї ітерації виявиться, що R^* лежить між (q–1)-м та q-м наближеннями, тобто $R^{(q-1)} < R^* < R^{(q)}$ або $R^{(q)} < R^* < R^{(q-1)}$, то наступне ($q$+1)-е наближення r_k можна знаходити через лінійну інтерполяцію.

Обчислювальну процедуру наближень значень $R^{(q)}$ до значення R^* продовжуємо доти, доки вони не будуть збігатися з заданим рівнем точності. Цей обчислювальний процес збігається досить швидко в результаті монотонності функцій $R^{(q)}$. Тому шуканий розв'язок досягається декількома кроками. При розв'язуванні задачі, хід якої дозволяє не змінювати константи A_i і B_i функцій витрат на убезпечення від ризику відмов окремих елементів у процесі обчислень, на восьмому–дев'ятому кроці наближення $R^{(q)}$ збігається з R^* з точністю до 0,1 – 0,5 %.

Перейдемо до викладення та пояснення способу розв'язування системи трансцендентних рівнянь (7), оскільки раніше була лише сформульована задача оптимізації і для конкретної схеми послідовного детермінованого з'єднання елементів у складній системі знайдені її розв'язки без строгого обґрунтування їхнього відшукання. Отже, доведемо існування розв'язку задачі та покажемо, що запропонований метод веде до його єдиності, який і є оптимальним.

Розглянемо систему рівнянь (1), (7), яка відображає послідовне з'єднання елементів у складній системі з детермінованою структурою функціонування. З цієї системи за вибраним значенням $r_k^{(1)}$ ми визначили решту наближень $r_i^{(1)} (i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n)$, не обґрунтувавши можливості подібних дій. Виконаємо зазначене обґрунтування.

З міркувань доцільності чи з властивостей системи можемо вказати елемент, який має найбільше зменшення ризику відмови за рахунок керування. Саме цей елемент виберемо за варійований k-й елемент системи рівнянь (7). Нехай параметри функції витрат на убезпечення від ризику відмов цього елемента A_k і B_k задовольняють наступні обмеження:

$$\begin{cases} A_k > A_i; \\ \dfrac{B_k}{1-u_k} > \dfrac{B_i}{1-u_i}; \end{cases} \tag{8}$$

$i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n.$

При зазначеному виборі k-го елемента система нерівностей (8) має виконуватися практично завжди. Якщо ж якісь з $2(n-1)$ нерівностей для l індексів не виконуються, то можна діяти наступним чином.

По-перше, можна збільшити параметри A_k і B_k до повного задоволення усіх нерівностей (8). Цим самим поступаємося рівнем адекватності функції витрат на убезпечення від ризику відмов k-го елемента. Це є процедурно тимчасовим у сенсі алгоритму пошуку розв'язку за методом послідовних наближень, оскільки ми надолужимо втрачене пізніше, виконавши більшу кількість ітерацій в процесі розв'язування системи рівнянь (7).

По-друге, можна зменшувати параметри A_{i_s} і B_{i_s} функції витрат i_s-го ($s = \overline{1,l}$) елемента до задоволення всіх i_s-х нерівностей системи (8). Тут поступаємося рівнем адекватності функцій витрат для l елементів системи, зате на меншу величину, ніж у першому випадку.

По-третє, у процесі розв'язування системи рівнянь (7) можна комбінувати обидва попередні варіанти.

Отже, k-й елемент вибраний так, що задовольняє обмеження (8).

Для функції лівої частини i-го рівняння системи (7) введемо позначення $h_i(r_i)$, для функції правої його частини – $g_i(r_i)$. Очевидно, що функції $h_i(r_i)$ та $g_i(r_i)$ неперервні в інтервалі $(u_i, 1)$. При цьому функція $h_i(r_i)$ $(i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n)$ монотонно зростає на цьому інтервалі від нуля в точці $r_i = u_i$ до значення, рівного $\exp\left(\dfrac{B_k}{r_k - u_k} - \dfrac{B_i}{1-u_i}\right)$, у точці $r_i = 1$. Одночасно функція $g_i(r_i)$ $(i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n)$ монотонно спадає від нескінченності в точці $r_i = u_i$ до значення

$$g_i(1) = \frac{A_i u_i \left[1 + \dfrac{B_i u_i}{(1-u_i)^2}\right]}{A_k(1 - r_k + u_k)\left[1 + \dfrac{B_k(1 - r_k + u_k)}{(r_k - u_k)^2}\right]}$$

у точці $r_i = 1$. У монотонному зростанні функції $h_i(r_i)$ та монотонному спаданні $g_i(r_i)$ легко переконатися, диференціюючи ці функції по змінній r_i ($i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$).

Очевидно, що в лівому кінці інтервалу $(u_i, 1)$ виконується нерівність $h_i(u_i) < g_i(u_i)$. Покажемо, що в правому кінці $h_i(1) > g_i(1)$. Для цього досить показати, що $h_i(1) > 1$, а $g_i(1) < 1$.

Нерівність $h_i(1) > 1$ легко випливає із сукупності других нерівностей системи (8). Зваживши на вибір $u_k > u_i$ ($i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$), для функції $g_i(1)$ можна записати ланцюжок нерівностей:

$$g_i(1) = \frac{A_i u_i \left[1+\dfrac{B_i u_i}{(1-u_i)^2}\right]}{A_k(1-r_k+u_k)\left[1+\dfrac{B_k(1-r_k+u_k)}{(r_k-u_k)^2}\right]} < \frac{A_i u_i}{A_k(1-r_k+u_k)} < \frac{A_i}{A_k} < 1$$

на підставі перших нерівностей системи (8). Тому криві, що відповідають функціям $h_i(r_i)$ та $g_i(r_i)$, обов'язково перетинаються в середині сегмента $[u_i, 1]$, оскільки самі функції є неперервними, тобто існує розв'язок кожного рівняння:

$$h_i(r_i) = g_i(r_i), \quad i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n$$

всередині області $[u_i, 1]$. Цим доводиться існування розв'язку поставленої задачі. Доведення єдиності розв'язку випливає зі строгої монотонності функцій $h_i(r_i)$ та $g_i(r_i)$. Це свідчить, що вихідні обмеження в постановці проблеми (2) виконуються повністю. Тому згідно з модифікованим методом невизначених множників ми не враховували їх всупереч загальним правилам застосування методу невизначених множників під час створення функції Лагранжа. Цим самим нами встановлено і доведено наступне твердження.

Теорема. При знаходженні умовного екстремуму функції (3) з обмеженнями (1) і (2) в структурі функції Лагранжа необхідно й достатньо використати умови (1).

З теоретичного погляду встановлену теорему можна розглядати як один з додаткових елементів у структурі розбудови модифікації методу невизначених множників.

На основі сформульованої теореми попередні міркування й аналітичні перетворення мають законну математично обґрунтовану силу, тому в зроблених припущеннях немає сумнівів в істинності одержаних результатів.

Отримана таким методом математична модель у вигляді системи трансцендентних рівнянь (7), (1) є підставою для прийняття рішення про розподіл інвестицій між окремими проектними й виробничими підрозділами на проектування, створення й виготовлення складної системи певного рівня убезпечення від ризику відмови, що забезпечує їхнє оптимальне витрачання [5]. Запропонований алгоритм забезпечує математичне обґрунтування оптимізації інвестицій у системі підтримки прийняття рішень.

Список літератури

1. *Корнійчук М.Т.* Ризик та математична модель його функції вартості // Захист інформації. – 2000. – № 2. – С. 35–40.

2. *Корнійчук М.Т., Романов О.І., Совтус І.К., Шутко М.О.* Ризик і надійність. Альтернатива категорій та проблеми їхньої формалізації // Вісник КМУЦА. – 2000. – № 3-4.– С. 306–309.

3. *Северцев Н.А.* Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке. – М.: Высш. шк., 1989. – 432 с.

4. *Таха Х.* Введение в исследование операций. – М.: Мир, 1985. – Т.1. – 479 с.; Т.2. – 496 с.

5. *Корнійчук М.Т., Совтус І.К.* Стохастичні моделі інформаційних технологій оптимізації надійності складних систем. – К.: КВІУЗ, 2000. – 316 с.

Стаття надійшла до редакції 21.01.02.