

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 621.386.2

В.В. Куліш, д-р фіз.-мат. наук
І.В. Губанов, канд. фіз.-мат. наук
Г.Є. Марінченко, канд. техн. наук
Г.Г. Вальденмайєр

**ОДНОЧАСТИНКОВА ТЕОРІЯ
 НЕСТАЦІОНАРНИХ ЛІНІЙНО ПОЛЯРИЗОВАНИХ МОДЕЛЕЙ
 ЕН-ОНДУЛЯТОРНИХ ІНДУКЦІЙНИХ ПРИСКОРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ**

НАУ, кафедра теоретичної фізики
 E-mail: gubanov@gala.net

Побудовано теорію нестационарних однорідних і неоднорідних лінійно поляризованих моделей ЕН-прискорювачів. Показано можливість реалізації в таких системах ряду ефектів, у т. ч. ефектів захоплення і відбивання від входу заряджених часток. Сформульовано критерії, що регламентують можливість прояву цих явищ. Запропоновано використання ефекту захоплення як основи для створення систем формування пікосекундних електронних банчів.

The theory of nonstationary homogeneous and heterogeneous linear polarized models of EH-accelerators within one-particle approach was built. Possibility of usage in given systems the effects such as: effects of charged particles capture and charged particles reflection from the entrance is demonstrated. Criteria which regulate possibility of these phenomena appearance are formulated. Usage of this effect for creation of the systems of picoseconds electronic bunches formation is suggested.

Мета роботи – одночастинковий фізичний аналіз процесів, що протікають в області взаємодії нестационарних лінійно поляризованих моделей ЕН-прискорювача, аналіз однорідних моделей.

Термін «однорідні ондуляторні поля» є внутрішньо суперечливим.

Дійсно, будь-які ондуляторні поля самі по собі неоднорідні за визначенням.

Проте використання такої термінології все ж виявляється зручним, оскільки однорідними вважаються такі ондуляторні ЕН-поля, характеристики яких (амплітуди, періоди, хвильові числа і частоти) є просторово-однорідними, тобто такими, що не залежать від просторових координат у всій області взаємодії.

На перший погляд, модель однорідного ЕН-прискорювача є занадто грубою апроксимацією реальних ситуацій, і тому вона повинна бути мало придатною для аналізу будь-яких експериментальних систем. Однак це справедливо лише частково.

По-перше, вона характеризується рядом безперечних переваг, які роблять її застосування корисним для практики.

Основна з цих переваг – відносна простота їх математичного опису.

По-друге, у рамках такої моделі вдається відносно простими засобами розкрити фундаментальні причини основних переваг і недоліків тих чи інших типів ЕН-прискорювачів.

У справедливості цих тверджень зможемо переконатися, порівнюючи деякі результати теорії однорідних і неоднорідних моделей.

Отже, основний об'єкт досліджень – найпростіші однорідна і неоднорідна нестационарні моделі ЕН-прискорювача.

Підходи і концепції загальної теорії ЕН-прискорювачів викладено у працях [1–3].

Постановка задачі

Система рівнянь, що описує електромагнітні поля в області взаємодії, має вигляд

$$\begin{cases} \vec{B} = \frac{1}{2} \left\{ Q_b \sum_{m=1}^{\infty} \vec{B}_m e^{imp_1} + c.c. \right\} + Q_0 \vec{B}_0 \\ \vec{E} = \frac{1}{2} \left\{ Q_e \sum_{m=1}^{\infty} \vec{E}_m e^{imp_2} + c.c. \right\} + Q_{0e} \vec{E}_0 \end{cases} \quad (1)$$

де Q_b, Q_0, Q_e, Q_{0e} – просторово-часові оператори «включення–виключення» полів $E_m; B_m$ – амплітуди Фур'є гармонік електричного та магнітного полів.

Універсальне подання типу (1) може бути використане як при аналізі стаціонарних, так і нестационарних моделей.

В окремих випадках нестационарних моделей з залежним методом генерації електричного і магнітного полів визначення (1) більш зручно переформулювати через вектор-потенціал поля в прискорювальному каналі.

Для цього скористаємося відомими співвідношеннями [4]:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A};$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (2)$$

та отримуємо вектор-потенціал

$$\vec{A} = Q_0 \vec{A}_0 + \frac{1}{2} \left(Q_a \sum_{m=1}^{\infty} \vec{A}_m e^{imp} + c.c. \right), \quad (3)$$

де \vec{A}_0 – вектор-потенціал повздовжнього магнітного поля, яке вважаємо однорідним або повільно змінним по просторових координатах:

$$\vec{A}_0 = (\vec{B}_0/2)[\vec{n} \vec{r}_{\perp}];$$

\vec{n} – одиничний вектор уздовж осі z ; \vec{r}_{\perp} – поперечний радіус-вектор; \vec{A}_m – комплексні амплітуди ондуляторного ЕН-поля; p – фаза ондуляторних полів:

$$p = kz;$$

k – хвильове число ондуляторних магнітного та електричного полів:

$$k = 2\pi/\Lambda;$$

Λ – просторовий період (ондуляції).

У випадку нестационарної моделі за вихідні вибираємо рівняння руху в канонічній формі:

$$\frac{dH_{\alpha}}{dt} = \frac{\partial H_{\alpha}}{\partial t};$$

$$\frac{d\vec{P}_{\alpha}}{dt} = -\frac{\partial H_{\alpha}}{\partial \vec{r}};$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial H_{\alpha}}{\partial \vec{P}_{\alpha}}, \quad (4)$$

де H_{α} – гамільтоніан частинки сорту α у вихровому електромагнітному ЕН-полі:

$$H_{\alpha} = \sqrt{m_{\alpha}^2 c^4 + c^2 \left(\vec{P}_{\alpha} - \frac{q_{\alpha}}{c} \vec{A} \right)^2};$$

m_{α} – маса покою частинки сорту α ; \vec{P}_{α} – канонічний імпульс частинки в полі (2), (3); q_{α} – величина заряду.

Опис моделі

Розглянемо моделі лінійно поляризованого ЕН-прискорювача з залежним і незалежним методами генерації полів, приклади конструкцій яких наведено в праці [1].

У робочій області прискорювального каналу може бути виділено чотири характерних області магнітного поля I – IV (рис. 1).

Області II і IV відповідають ділянкам з квазіоднорідним полем у горизонтальному проміжку між полюсами електромагніта.

Області I і III характеризують поле у вертикальному проміжку між двома парами сусідніх полюсів.

Для кількісного опису поля, що створене кожною окремою парою полюсів, використовуємо підхід, що традиційно застосовують у теорії бетатронів [5–7].

Для опису y -компоненти магнітного поля $B_y(t)$, що генерується однією ізольованою парою магнітних полюсів, застосовуємо апроксимацію:

$$B_y(t) = \begin{cases} B(t), & |z| \leq d/2 \\ B(t) \left(\frac{d}{|z|} \right)^n, & |z| > d/2 \end{cases} \quad (5)$$

де $B(t) = |\vec{B}|$ – індукція магнітного поля в горизонтальних проміжках між полюсами магнітів, тобто, в областях II і IV; z – повздовжня координата, t – лабораторний час; n – форма-фактор, величина якого обумовлюється шириною горизонтального проміжку між полюсами і шириною самого полюса d .

Передбачається, що початок координат у цьому разі поміщено всередині полюса на відстані $d/2$ від його краю (перша пара магнітів на рис. 1).

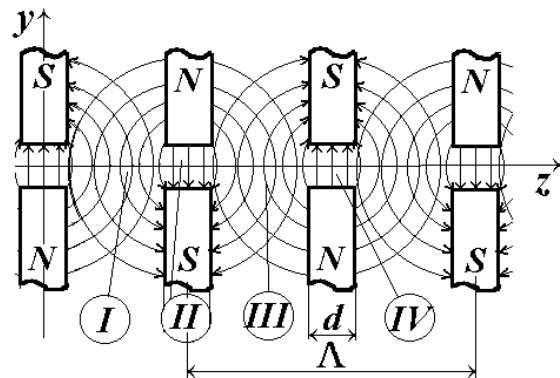


Рис. 1. Конфігурація ондуляторного магнітного поля моделі лінійно поляризованого ЕН-прискорювача:

I–IV – області магнітного поля;

N, S – північний і південний полюси електромагніта; d – ширина полюса

Використовуючи вираз (5) і рівняння Максвелла, для компонент вектора індукції результуючого магнітного поля ондуляторної суперпозиції полів періодичної послідовності багатьох полюсів (рис. 1), отримуємо залежності:

$$B_x(t) = 0, B_z(t) = y \frac{\partial B_y}{\partial z};$$

$$B_y(t) = \begin{cases} B(t), & \Lambda j \leq z \leq d + \Lambda j \\ K_1(d, z) B(t), & \Lambda j + d \leq z \leq d + \Lambda/2 + \Lambda j \\ -B(t), & \Lambda j + \Lambda/2 \leq z \leq d + \Lambda/2 + \Lambda j \\ K_2 B(t), & \Lambda j + d + \Lambda/2 \leq z \leq \Lambda(j+1). \end{cases}$$

$$K_1 = d^n \frac{(z - \Lambda j)^{-n} - (d + \Lambda/2 - z - \Lambda j)^{-n}}{1 - (2d/\Lambda)^n};$$

$$K_2 = d^n \frac{(z - \Lambda/2 - \Lambda j)^{-n} - (d + \Lambda(1 - j) - z)^{-n}}{1 - (2d/\Lambda)^n},$$

де x, y – поперечні координати; $\Lambda = \Lambda_1 = \Lambda_2$ – період просторових ондуляцій; $j = 0, 1, 2, \dots$ – номер періоду ондуляції.

Для визначення ондуляторних вихрових електричних полів за основу використовуємо рівняння Максвелла й аналітичні вирази для магнітних полів. Далі отримуємо відповідні аналітичні зображення для електричної компоненти і вектор-потенціалу ондуляторного ЕН-поля. На наступному етапі розрахункової процедури робимо розклад усіх отриманих функціональних залежностей для полів у ряди Фур'є за періодом Λ .

Однорідна модель

Модель вважаємо лінійно поляризованою, однорідною і періодичною. Якщо реалізується головний квазірезонанс ($m_j, n_j = +1$) [1; 2] та випадок надслабкого магнітного поля ($H_0 \approx 0$) [3; 4], $Q_e = Q_b = Q_l = 1$, тоді, обмежуючись лише врахуванням нелінійностей, не старших куба (по амплітудах полів), наближені аналітичні розв'язки для вихідної системи (4) отримуємо у формі:

$$x = \bar{x} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{eAa_i}{kcP_z i} \cos(ip); \quad y = \bar{y}; \quad z = \bar{z}; \quad (6)$$

$$P_x = P_{x0};$$

$$P_y = P_{y0};$$

$$P_z = P_z^- + \frac{eP_x}{cP_z} A \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(ip) + \frac{e^2 A^2}{2c^2 P_z} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^{\infty} a_i a_m m \left(\frac{\cos((i+m)p)}{i+m} + \frac{\cos((i-m)p)}{i-m} \right) \right\}; \quad (7)$$

$$H = H^- - \frac{eP_x^-}{kcP_z^-} \frac{dA}{dt} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{i} \cos(ip) - \frac{e^2 A^2}{2c^2 P_z^-} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^{\infty} a_i a_m m \times \left(\frac{\sin((i+m)p)}{i+m} + \frac{\sin((i-m)p)}{i-m} \right) \right\}; \quad (8)$$

$$H^- = \sqrt{H_0^2 + K_3 \frac{e^2}{2} (A^2(t) - A^2|_{t=t_0})};$$

$$\vec{r}^- = \vec{e}_x \bar{x} + \vec{e}_y \bar{y} + \vec{e}_z \bar{z} =$$

$$= \int_0^t \frac{c^2 P_0^-}{\sqrt{H_0^2 + K_3 e^2 / 2 (A^2(\tau) - A^2|_{\tau=t_0})}} d\tau;$$

$$P_x^- = p_{x0};$$

$$P_y^- = p_{y0};$$

$$P_z^- = p_{z0}. \quad (9)$$

$$K_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{m-i}{m} a_m a_i \right);$$

$$K_3 = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^2,$$

де $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – одиничні вектори вздовж відповідних координатних осей.

Для вектор-потенціалу ондуляторного поля використане таке зображення:

$$\vec{A} = \vec{e}_x A(t) \sum_{j=1}^{\infty} a_j \sin(jp),$$

де a_j – нормовані Фур'є-гармоніки: $a_j = b_j / B_{\max}$; b_j – амплітуда j -ї гармоніки поля; B_{\max} – максимальна величина індукції поперечної компоненти магнітного поля; $p = kz$, $k = 2\pi/\Lambda$.

У загальному випадку повільна залежність $B(t)$ може бути довільною.

Однак на практиці найбільш доцільно використання залежностей типу періодичної послідовності пилкоподібних імпульсів. При цьому час руху частинки у каналі $\tau \leq T_{in}$ (T_{in} – тривалість на-ростаючої фази зміни магнітного поля).

У найпростішому випадку можемо прийняти гармонічний закон повільної зміни типу $B(t) \sim \sin \omega t$ і т.д. Зокрема, для розв'язків виразів (9), що описують усереднений рух частки, у випадку гармонічної залежності неважко знайти:

$$\vec{r}^- = \vec{r}_0^- + \vec{v}_0 t - \vec{v}_0 R_1 t^3 + O(t^5); \quad (10)$$

$$R_1 = K_3 B_m^2 k^2 e^2 \omega^2 / H_0^2,$$

де \vec{v}_0 – вектор початкової швидкості частинки; B_m – амплітуда магнітного поля, ω – циклічна частота повільної зміни магнітного поля у часі.

У випадку періодичної послідовності експоненціально-подібних імпульсів отримуємо:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{\sqrt{2}c^2\vec{P}^-}{\omega\sqrt{R_2+1}} [\text{arctg}\{L_1\} - R_3];$$

$$R_2 = 2H_0^2/e^2;$$

$$R_3 = \text{arctg}\left\{\sqrt{2}H_0/\sqrt{2H_0^2+1}\right\};$$

$$L_1 = \frac{\sqrt{K_3}B_0(\exp(\omega t)-1)-R_2}{\sqrt{R_2+1}\sqrt{R_2+K_3B_0^2[\exp(\omega t)-1]^2}}.$$

У разі лінійних пилкоподібних імпульсів

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{R}_4 \ln\left\{\frac{t + \sqrt{R_5 + t^2}}{\sqrt{R_5}}\right\},$$

$$\vec{R}_4 = \frac{\sqrt{2}c^2\vec{P}_0^-}{eE_0\sqrt{K_3}};$$

$$R_5 = \frac{2H_0^2}{e^2E^2c^2K_3}.$$

Характерна ознака отриманих розв'язків – наявність своєрідного інтегралу усередненого повздовжнього руху:

$$\vec{P}_z^- = \vec{P}_{z0}^- = \text{const},$$

який за фізичним змістом нагадує неусереднені інтеграли повздовжнього руху, що відомі в теорії ЛВЕ [8–10] або в розв'язках Волкова для частинки, що рухається в полі плоскої хвилі [11].

Ефекти відбивання від входу та заломлення траєкторії

Характерною рисою традиційних магнітоондуляторних (Н-убітронних) систем є можливість реалізації ефекту відбивання від входу [12]. Це явище зумовлене впливом градієнтних сил, пов'язаних зі стрибком поля на вході в систему.

У результаті повздовжня компонента початкового імпульсу частинки зменшується, тобто пригальмовується на вході.

У випадку, коли початкова енергія частинки недостатня для подолання цього вхідного силового бар'єру, тобто, коли при взаємодії з бар'єром її імпульс стає від'ємним, вона відкидається (відбивається) від входу.

Аналогічне явище повинно відбуватися й у випадку ЕН-ондуляторних систем. Однак специфіка останніх полягає, насамперед, у наявності поряд із магнітною компонентою ще і вихрової електричної компоненти ЕН-поля.

Крім того, у нестационарних ЕН-моделях магнітне поле є змінним у часі. Ця обставина може кардинально змінити фізичну картину, пов'язану з ефектом відбивання.

Зокрема, було з'ясовано, що в цьому разі можлива реалізація двох варіантів розглянутого явища. Перший варіант (ефект відбивання) за фізикою близький до традиційного Н-убітронної версії [12] і реалізується тільки на вході в ЕН-прискорювач.

Умовно його можемо трактувати таким, що має «поверхневу» природу, тобто він реалізується у площині входу в систему.

Другий варіант є винятковою специфікою лише нестационарних ЕН-систем і на відміну від першого характеризується об'ємною природою механізму відбивання. Далі цю версію ефекту відбивання будемо називати ефектом захоплення.

Першу версію ефекту відбивання проілюструємо на найпростішому прикладі нестационарної лінійно поляризованої однорідної умовно-періодичної моделі, в якій оператори включення-виключення подані у формі:

$$Q_b = Q_e = \exp\{-\sigma z^2\}, \quad z \in (-\infty, 0),$$

де σ – параметр неоднорідності, обумовлений особливостями конструкції системи.

Оскільки просторові ондуляції ЕН-поля і закон його повільної зміни в часі описуються гармонічними функціями, то, використовуючи розв'язки (6)–(8), (10), можемо отримати критерій, який визначає можливість реалізації ефекту відбивання:

$$p_{cr} \geq \frac{eB_y(t_{in})}{2c(1-\sin\varphi_c)} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}}; \quad (11)$$

$$p_{cr} = \sqrt{p_{crx}^2 + p_{cry}^2},$$

де p_{cr} – критичне значення модуля вектора механічного імпульсу \vec{p}_{cr} на вході; e – заряд електрона; $B_y(t_{in})$ – величина індукції поперечної компоненти магнітного поля на вході системи в момент вльоту частинки в прискорювальний канал; c – швидкість світла у вакуумі; φ_c – кут:

$$\varphi_c = \text{arctg}(p_{crx}/p_{crz});$$

$$p_{crx,z} - \text{модулі } x\text{-ї та } z\text{-ї компоненти вектора } \vec{p}_{cr}.$$

Очевидно, що при виконанні критерію (11) частинка входить без відбивання.

Аналогічне явище заломлення траєкторії повинно також відбуватися і на виході системи. Однак при цьому градієнтний доданок до ім-

пульсу, що отримується частинкою, додається, а не віднімається, як на вході системи.

Або після проходження стрибка поля на виході системи повздовжній імпульс частинки збільшується. Це означає, що ніяких ефектів типу відбивання чи кутової дискримінації на виході не може спостерігатись.

Дотепер розглядали динаміку повздовжньої компоненти імпульсу частинки на вхідному і вихідному стрибках ЕН-поля. Однак відповідний розрахунок показує, що поперечні компоненти імпульсу також змінюються (рис. 2).

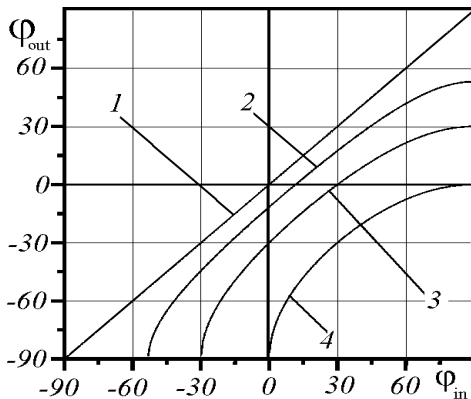


Рис. 2. Залежність кута вильоту частинки з прискорювального каналу ϕ_{out} від кута її вильоту в бар'єр ϕ_{in} :

1 – $\phi' = 0$; 2 – $\phi' = 0,2$; 3 – $\phi' = 0,5$; 4 – $\phi' = 1$

Кут вильоту частинки з прискорювального каналу ϕ_{out} являє собою кут її руху в площині XZ після проходження вхідного силового бар'єру.

Ділянка, що лежить вище і ліворуч кривої 1, відповідає області кутів відбивання

$$\phi' = eB(t_{out})\sqrt{\sigma} / 2cp_0\sqrt{\pi}.$$

Під час проходження вхідної області ЕН-прискорювача частинка одержує додатковий поперечний імпульс, у результаті чого початковий напрямок її усередненого руху змінюється. За аналогією з геометричною оптикою, цей ефект назвемо ефектом заломлення усередненої траєкторії частинки.

Використовуючи критерій (11), можна одержати критичний кут вильоту, при якому частка відбивається від входу (рис. 2).

Критичний кут вильоту за аналогією зі звичайною оптикою інтегруємо як кут повного внутрішнього відбивання:

$$\phi_{cr} \geq \arcsin \left| 1 - \frac{eB(t_{out})}{2cp_0} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \right|. \tag{12}$$

У цьому разі відносно до ансамблю влітаючих під різними кутами частинок ефект відбивання

може трактуватись як своєрідний механізм кутової дискримінації.

Тобто частинки з кутами вльоту меншими за критичний, мають змогу проходити у глибину прискорювального каналу, тоді як усі інші відбиваються (дискримінуються) на вході. Практично це означає, що системи, побудовані на базі цього ефекту, можуть використовуватись так само, як системи для формування пучків з особливо малим емітансом.

Ефект захоплення

Ефект захоплення частинки у процесі прискорення (об'ємна версія ефекту відбивання) на відміну від розглянутих механізмів є винятковою прерогативою нестационарних ЕН-прискорювачів. Фізична суть його досить проста.

Головна особливість прискорювачів розгляданого типу – факт змінності (наростання) магнітного поля в часі.

Критерій відбивання (11), який виконується на вході в систему, може порушуватись далі в об'ємі прискорювача, або прискорювана частинка може відбиватись не тільки на вході, але й усередині прискорювального каналу.

У такій ситуації повздовжня координата точки відбивання визначається координатою частинки в момент порушення критерію (11).

Рухаючись після такого внутрішнього відбивання у зворотному напрямку, частинка повторно відбивається, але на цей раз від сусідньої відбивальної площини, оскільки тут величина магнітного поля за час руху теж стала вищою за критичну. Як результат, частинка знову змінює напрямок свого руху на протилежний і т.д.

Описану ситуацію можемо трактувати як захоплення частинки в певній локальній області прискорювального каналу ЕН-прискорювача.

Вважаючи, що на вході частинка влітає паралельно до осі системи (осі z), аналогічний критерій (11) критерій захоплення неважко отримати у формі:

$$\phi = \frac{eB_y(t)}{2c\kappa p_0} K_4 \leq 1; \tag{13}$$

$$p_0 = \sqrt{p_{0x}^2 + p_{0y}^2 + p_{0z}^2} = |\vec{p}_m(z=0)|;$$

$$K_4 = \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{m-1} a_i a_{m-i} \frac{m-i}{m} + \sum_{i=1}^{\infty} a_i a_{m+i} \right) \right\}^{1/2},$$

де $B_y(t)$ – величина індукції поперечної компоненти магнітного поля, яку частинка зустрічає у процесі руху в ЕН-полі в момент часу t .

У прискорювальній фазі електричного поля функція $B(t)$ має зростаючий характер.

У випадку просторово-гармонічного ЕН-поля, коли перша гармоніка ЕН-поля ($m = 1$) повністю визначає характер руху частинки, при довільному куті вльоту частинки у прискорювальний канал критерій (12) отримуємо в більш елегантній формі:

$$\phi = \frac{eB(t)}{2ck_1 p_0 \sqrt{1 - 0,75 \sin^2 \varphi_0}} \leq 1; \quad (14)$$

$$\varphi_0 = \arctg(p_{0x} / p_{0z}),$$

де p_{0x}, p_{0z} – відповідні компоненти вектора \vec{p}_0 .
Формула (14) переходить у вираз (13), якщо покласти $\varphi_0 = 0$ у формулу (14) і одночасно $m = 1$ у вираз (13).

Відповідний аналіз показав, що параметр захоплення ϕ може бути виражений як відношення миттєвого циклотронного радіуса частинки r_c в горизонтальному міжполюсному проміжку до ширини полюса d . Ця обставина додатково пояснює фізичний сенс розглядуваного ефекту. Дійсно, у випадку, коли циклотронний радіус $r_c < d/2$, прискорювана частинка не може покинути область проміжку між полюсами, рухаючись при цьому по спіралеподібній траєкторії.

Приклади траєкторій частинки у випадку захопленого руху показано на рис. 3:

- індукція максимального магнітного поля $B_{\max} = 3$ кг·с;
- напруженість електричного поля $E = 300$ кВ/м (лінійний струм у котушках);
- період ондуляцій $\Lambda = 10$ см;
- довжина системи $L = 1$ м;
- критичне значення магнітного поля $B_{cr} = 1,27$ кг·с (поле в момент захоплення частинки);
- початкова енергія частинки $E_0 = 20$ кеВ;
- ширина полюсу $d = 3$ см;
- форма-фактор $n = 0,7$.

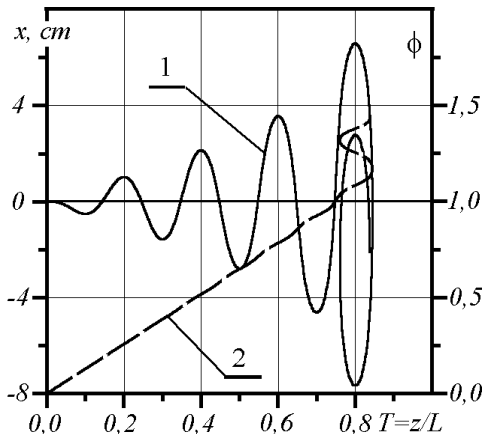


Рис. 3. Траєкторії руху електрона 1 і параметра захоплення 2 у прискорювальному каналі нестационарного лінійно поляризованого ЕН-прискорювача

Звернемо увагу на деякі специфічні властивості досліджуваної моделі у випадку незахопленого руху (рис. 3). Досить характерна ознака динаміки незахопленого руху – збільшення амплітуди поперечних коливань по координаті x . Це означає, що робота електричного поля з прискорення частинки на кожній наступній осциляції виявляється більшою, ніж на попередній – ефект нелінійного темпу прискорення [1; 2; 13].

Для прискорювачів прямої дії такий характер залежності видається досить незвичним [7–9]. Специфічна форма траєкторії частинки в області захоплення у вигляді плоскої спіралі, що збігається (рис. 2, крива 1), пояснюється збільшенням величини магнітного поля у часі і, як наслідок, зменшенням миттєвого циклотронного радіуса частинки.

Порівняльний аналіз результатів розрахунків, які отримано в першому (рис. 4, крива 1) і нульовому (крива 2) наближеннях за методом Боголюбова, ілюструє нетривіальну обчислювальну особливість за методом Боголюбова [1; 14; 15], інтервал (у нашому випадку довжина прискорювача L), на якому гарантується точність отриманих розв'язків, залежить від номера наближення n , як $L \sim \xi^n$ (тут $\xi \gg 1$ – великий параметр задачі).

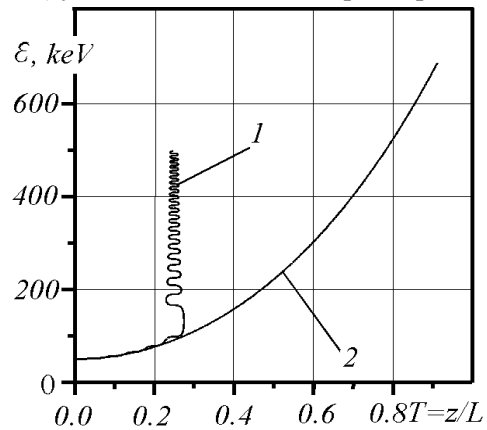


Рис. 4. Динаміка поточного темпу прискорення електрона у нестационарній однорідній лінійно поляризованій моделі:
1 – перше наближення; 2 – нульове наближення

Розрахунок для кривої 1 (рис. 4) зроблено за методом Боголюбова, в першому наближенні ($n = 1$), для кривої 2 – у нульовому наближенні $n = 0$:

- залежність кінетичної енергії частки від безрозмірної повздовжньої координати $E(T)$ ($T = z/L$);
- індукція магнітного поля у максимумі $B_{\max} = 5$ кг·с;
- напруженість електричного поля $E = 0,5$ МВ·м;

- період ондуляцій $\Lambda = 10$ м;
- початкова енергія частинки $E_0 = 50$ кеВ;
- довжина системи $L = 1$ м.

Крива 1 (рис. 4) ілюструє ефект захоплення. Отже, область правильності розв'язків нульового наближення повинна бути більш короткою, ніж у випадку першого наближення, оскільки $\xi^1 \gg \xi^0 = 1$.

У першому випадку ефект захоплення легко може бути просто «загублений» [2], якщо він проявляється на довжинах, на яких розв'язки нульового наближення вже не легітимні.

При ігноруванні цієї обставини на практиці можуть з'являтися віртуальні результати типу ділянки кривої 2 (рис. 4) після точки $z = 20$ см, дуже привабливі з прикладної точки зору, але безглузді у фізичному плані.

Відзначимо ще одну нетривіальну особливість лінійно поляризованих нестационарних однорідних ЕН-прискорювачів. А саме, наявність принципового обмеження на величину максимальної усередненої кінетичної енергії частки $E^- = H^- - mc^2$, яка може бути досягнута у системах типу:

$$E_{\max} = E_0 \sqrt{1 + 2\beta_0^2 \frac{K_3}{K_2}} + mc^2 \left(\sqrt{1 + 2\beta_0^2 \frac{K_3}{K_2}} - 1 \right). \quad (22)$$

У фізичному плані таке обмеження пов'язане з ефектом захоплення і може розглядатися як істотний недолік нестационарних ЕН-моделей цього класу. Однак на практиці в ряді прикладних випадків ця обставина не відіграє особливої ролі. На сьогодні проблема створення систем формування щільних надкоротких, наприклад, пікосекундних, електронних банчів [16; 17] є надзвичайно гострою і актуальною.

Єдиним раніше відомим технічним вирішенням, яке традиційно розглядалось, були системи на основі пікосекундних квантових лазерів у комбінації з фотоємітерами. На жаль, у випадку щільних електронних банчів такі системи виявились недієздатними.

У працях [16; 17] була сформована нова і принципово відмінна концепція систем для формування пікосекундних банчів, яка полягає у використанні описаного ефекту захоплення для «вирізання» пікосекундних банчів із більш тривалих електронних імпульсів. Такі системи реально можуть бути здійснені при використанні стандартних технологій і конструкцій типу лінійно поляризованого нестационарного ЕН-прискорювача. Рівень прискорення, який може забезпечити така формуюча система, у цьому разі випадку вже не відіграє особливої ролі. Головний фізичний про-

цес тут – механізм вирізання надкоротких банчів, який повністю визначає основні функціональні характеристики таких формувачів.

Формування пікосекундного електронного банчу довільної сквапності

Розглянемо динаміку слабкострумового електронного пучка.

Під час проходження тривалого електронного пучка крізь область взаємодії всі його частинки потрапляють у цю область у різні моменти часу. Завдяки цьому частина електронів підпадає під ефект захоплення, а частина ні, тобто пролетить частина область взаємодії, чи захопиться залежить від часу (фази) вльоту.

Цей ефект був названий ефектом фазової дискримінації. Завдяки цьому ефекту з тривалого електронного пучка на вході формується короткий (порядку одиниць пікосекунд) електронний банч.

Частина електронного пучка проходить в канал (рис. 5, позиція 2), а частина відбивається від входу (позиція 1).

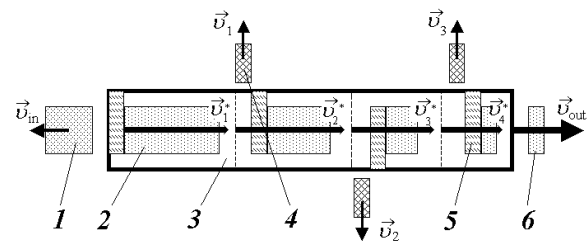


Рис. 5. Процес формування коротких електронних банчів у нестационарному лінійно поляризованому ЕН-прискорювачі (ЕН-формувачі):

1 – частина початкового банчу (макробанчу), що була відбита на вході в систему; 2 – частина електронного банчу, що пройшла в систему; 3 – прискорювальний канал; 4 – частини банчу, що були відкинуті у процесі формування; 5 – частини мікробанчу, що були захоплені у процесі формування; 6 – сформований пікосекундний банч

Далі електронний згусток (позиція 2) доформується в області взаємодій, тобто кінець цього згустка постійно відрізається (позиція 5) і виводиться з системи (позиція 4). Як результат наприкінці процесу формування отримуємо короткий електронний банч (позиція 6).

Тривалість сформованого електронного банчу визначається формулою

$$\tau = \frac{\sqrt{2}H_0}{ecE\sqrt{K_4}} \left(\beta_0 \operatorname{sech} \left(\frac{eE\sqrt{K_3}}{\sqrt{2}cp_0} L \right) - \operatorname{th} \left(\frac{eE\sqrt{K_3}}{\sqrt{2}cp_0} L \right) \right).$$

На базі ефекту фазової дискримінації було запропоновано систему формування коротких, у т.ч. пікосекундних, електронних імпульсів з

довільною сквапністю, оскільки частота слідування електронних пучків може регулюватися ззовні у довільних межах (див. таблицю).

Параметри електронного банчу на вході та виході ЕН-формувача

Параметри електронного пучка	Значення	
	на вході	на виході
Енергія пучка, кеВ	100	247
Енергетичний розкид, %	10	4
Діаметр пучка, мм	5	5,2 × 6,1
Тривалість банчу, нс	10	5
Пікова сила струму, А	50	30
Кількість електронів у банчі	–	10 ⁹
Сквапність	10 ¹⁰	10 ¹⁰

До проектних параметрів ЕН-формувача належать:

- період ондуляції Λ 11 см;
- індукція магнітного поля B_{\max} 3 кГс;
- еквівалентна частота наростання струму 10 МГц;
- ширина області взаємодії x 30 см;
- довжина області взаємодії z 22 см;
- висота області взаємодії 5 см;
- форма імпульсів електричного струму в обмотках пилкоподібна.

Висновки

Зроблено детальний фізичний аналіз нестационарної однорідної лінійно поляризованої моделі ЕН-прискорювача.

Показано, що система такого типу характеризується рядом нетривіальних фізичних особливостей.

Найбільший інтерес являють собою ефекти захоплення та фазової дискримінації заряджених частинок в області взаємодії прискорювача.

Передусім тому, що на його основі можливе створення унікальних систем для формування пікосекундних заряджених частинок.

Як показав проведений проектний аналіз, на базі такої системи можливо створити ефективну систему формування.

Література

1. *Kulish V.V., Kosel P.B., Kailyuk A.G.* New acceleration principle of charged particles for electronic applications // The Int. J. of Infr. and Mill. waves. – 1998. – Vol. 19, № 1. – P. 33–93.
2. *Kulish V.V., Kosel P.B., Kailyuk A.G., Gubanov I.V.* New accelerator principle of charged particles for the electronic need. Quantitative analysis // The Int. J. of Infr. and Mill. waves. – 1998. – Vol. 19, № 2. – P. 251–328.
3. *Kulish V.V.* Hierarchical methods. Vol.II. Undulative electrodynamic systems, Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. – М.: Наука, 1973. – С. 368.
5. *Conte M., MacKay W.W.* An introduction to the physics of particle accelerators. – Singapore, 1991: World Scientific. – 325 p.
6. *Schachter L.* Beam-wave interaction in periodic and quasi-periodic structures.– Berlin: Springer. – 1996. – 356 p.
7. *Быстров Ю.А., Иванов С.А.* Ускорительная техника и рентгеновские приборы. – М.: Высш. шк., 1983. – 192 с.
8. *Marshall T.C.* Free electron laser. – London, Mac Millan, New York, 1985. – 320 p.
9. *Brau C.* Free electron laser. – Boston: Academic Press, 1990. – 320 p.
10. *Luchini P., Motz U.* Undulators and free electron lasers. – Oxford: Clarendonpress. – 1990. – 322 p.
11. *Соколов А.А., Тернов И.М.* Релятивистский электрон. – М.: Наука, 1974. – 342 с.
12. *Кулиш В.В., Дзедолик И.В., Кудинов М.А.* Движение релятивистского электрона в периодически-реверсивных электромагнитных полях. – К., 1985. – С. 110. – Деп. в УкрНИИ НДІ техн. інформ. 23.07.85. № 1490, Ук-85.
13. *Kulish V.V.* Hierarchical oscillations and averaging methods in nonlinear problems of relativistic electronics // The Int. J. of Infr. and Mill. waves. – 1997. – Vol. 18, № 5. – P. 1053–1117.
14. *Mousses H.H.* Асимптотические методы нелинейной механики.– М.: Наука. – 1981. – 160 с.
15. *Гребенников Е.А.* Метод усреднения в прикладных заданиях. – М.: Наука. – 1986. – 172 с.
16. *Kulish V.V., Kosel P.B., Kolcio N., Gubanov I.V.* Compact electron EH-accelerator for intensive X-ray flash source // Proc.of SPIE. – 1999. – Vol. 3771. – P. 30–44.
17. *Kulish V.V., Kosel P.B., Melnyk A.C., Kolcio N.* Induction Undulative EH-accelerator, U.S. Provisional Application No.60/130, 585, filed April 22, 1999.

Стаття надійшла до редакції 24.03.06.