

УДК 629.735.05:004(045)

О.А. Сущенко, канд. техн. наук

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ КУРСУ В РЕЖИМІ ГІРОСКОПІЧНОГО КОМПАСА

НАУ, кафедра систем управління  
E-mail: fsu@nau.edu.ua

*Створено математичний опис системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса. Враховано кутовий рух основи, на якій встановлюються датчики, та моделі сервісної електроніки.*

*The mathematical description of the heading system working in the mode of gyrocompass is created. Angle motion of the base on which the sensors are mounted and models of service electronics are taken into consideration.*

### Вступ

Останнім часом сучасні системи визначення курсу знаходять широке застосування в управлінні рухомими об'єктами різного призначення. Крім визначення орієнтації рухомого об'єкта в просторі, такі системи можуть виконувати функції визначення поточних координат та швидкості об'єкта, тобто функції інерціальної навігаційної системи. Такі системи визначення курсу, залишаючись більш дешевими та простішими в експлуатації, зберігають усі переваги інерціальних навігаційних систем:

- автономність;
- перешкодозахищеність;
- широкий діапазон вимірювань.

Такий підхід до розвитку навігаційних систем є широко поширеним для розвинутих країн усього світу. Дотепер за необхідності забезпечення високої точності визначення навігаційних параметрів використовують системи платформного типу, в яких система координат, жорстко зв'язана з рухомим об'єктом, моделюється за допомогою гіростабілізованої платформи.

Висока точність визначення навігаційних параметрів за допомогою таких систем зумовлюється більш сприятливими умовами роботи чутливих елементів, більш простими алгоритмами визначення навігаційних параметрів і відповідно можливістю використовувати додаткові алгоритмічні засоби підвищення точності вимірюваних параметрів.

Отже, використання платформних систем із традиційними чутливими елементами, наприклад, триступеневими гіроскопами й одновісними маятниковими акселерометрами зберігає свою актуальність і на сучасному етапі розвитку засобів навігації та керування рухомими об'єктами.

Останнім часом широкого поширення набуває супутникова навігація. Звичайно, засоби супутникової навігації дозволяють підвищити точність систем визначення курсу за рахунок уведення корекції, однак вони не можуть повністю забезпечувати вирішення навігаційних задач унаслідок їхньої неавтономності та деякої залежності від перешкод.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Особливості створення моделей систем та приладів, призначених для визначення курсу рухомих об'єктів, розглядаються в працях [1–3].

У праці [1] пропонується спрощена модель гіроскопа з динамічним настроюванням з урахуванням його застосування в навігаційних системах. У праці [2] окремо розглядаються задачі стабілізації платформи у площині горизонту та визначення курсу рухомого об'єкта. При цьому досліджуються рівняння руху горизонтального та курсового гіроскопа за умови деяких припущень. Рівняння руху самої платформи не розглядаються, що, безумовно, призводить до спрощення моделей.

Модель системи визначення курсу з урахуванням кутового руху платформи та відповідних кінематичних співвідношень у режимі попереднього приведення до горизонту наведено в праці [3]. Сучасні обчислювальні засоби дозволяють створювати моделі складних систем керування рухом об'єктів з урахуванням пристроїв сервісної електроніки, які мають значний вплив на роботу системи.

Урахування таких пристроїв значно ускладнює модель системи визначення курсу та подовжує час математичного моделювання. Тому найбільш доцільно використовувати такі моделі для дослідження властивостей перехідних процесів в усталених режимах.

Створення математичної моделі з урахуванням руху платформи, моделей усіх чутливих елементів і моделей основних пристроїв сервісної електроніки дозволяє вирішувати важливі проблеми дослідження сучасних систем визначення курсу, наприклад, проблему вибору дискретності обробки навігаційної інформації за умови досягнення вимог до точності та урахування особливостей усіх чутливих елементів, що належать до складу навігаційної системи.

**Мета** статті – розгляд особливостей створення моделі навігаційної системи в режимі гіроскопічного компаса.

Головні риси запропонованої моделі – урахування кутового руху основи, тобто стабілізованої платформи, та включення до складу математичного опису системи моделей усіх чутливих елементів і пристроїв сервісної електроніки. Такий підхід дозволяє отримати повну модель системи із урахуванням особливостей усіх її складових та всіх нелінійностей, притаманних реальним системам.

### Створення моделі системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса

Досліджувана система визначення курсу являє собою тривісну платформу в кардановому підвісі, до складу якої належать два гіроскопа з динамічним настроюванням (ГДН), які виконують функції гіровертикалі та курсового гіроскопа. Крім того, до складу системи належать акселерометри, які використовують для інтегральної корекції. Саме наявність акселерометрів забезпечує функціональне наближення досліджуваної системи визначення курсу до інерціальних навігаційних систем. Адже наявність акселерометрів, розташованих за основними осями системи координат, тобто зв'язаних з об'єктом та модельованих за допомогою гіроскопічних пристроїв, дозволяє визначити швидкість і координати рухомого об'єкта після подвійного інтегрування.

Головна вісь гіроскопа, що виконує функції гіровертикалі, виставляється за напрямком місцевої вертикалі, головна вісь курсового гіроскопа – у напрямку подовжньої осі рухомого об'єкта.

Осі чутливості акселерометрів орієнтуються за осями системи координат, зв'язаної з рухомих об'єктом. Незбуреність гіровертикалі зовнішніми прискореннями забезпечується за рахунок використання інтегральної корекції гіроскопа, що виконує функції гіровертикалі. Крім того, сигнали відповідного акселерометра використовуються для корекції гіроскопа, що виконує функції вимірювача курсу.

Подана система може також використовуватись як гіроазимут або показчик напрямку. Вибір конкретного режиму, тобто гірокомпаса або гіроазимута має визначитися спеціальною зовнішньою командою.

Під час створення моделі системи визначення курсу необхідно враховувати основні кінематичні співвідношення, які характеризують положення платформи у просторі. Вони визначаються на підставі схем взаємної орієнтації окремих пристроїв, що належать до складу математичного опису системи в цілому. Взаємне розташування базової системи координат і системи координат, зв'язаної з платформою, ілюструється рис. 1.

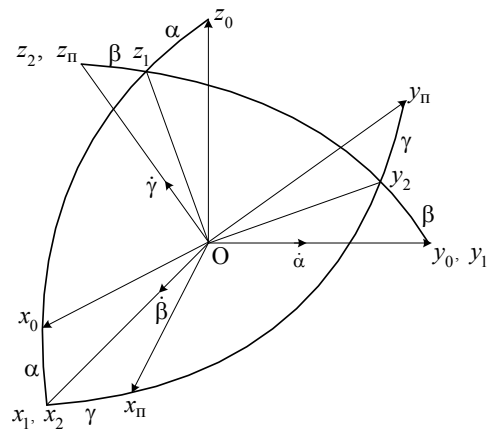


Рис. 1. Орієнтація осей платформи відносно базової системи координат

У базовій системі координат  $Ox_0y_0z_0$  вісь  $Oy_0$  вважається збіжною з подовжньою віссю рухомого об'єкта, вісь  $Ox_0$  – поперечною віссю, вісь  $Oz_0$  – нормальною віссю.

Перехід від базової системи координат до системи координат  $Oxyz$ , зв'язаної із платформою, здійснюється за допомогою трьох поворотів на кути  $\alpha, \beta, \gamma$  відносно осей  $Oy_0, Ox_1, Oz_2$  відповідно.

Уважається також, що осі чутливості акселерометрів збігаються з осями платформи.

Початкове положення осей Резаля, зв'язаних із ГДН, збігається з осями платформи. Під час руху за умови дії зовнішніх збурень гіроскопи, що відповідно виконують функції гіровертикалі та вимірювача курсу, відхиляються від платформи на деякі малі кути  $\alpha_{\bar{\alpha}}, \beta_{\bar{\alpha}}, \alpha_{\bar{\epsilon}}, \beta_{\bar{\epsilon}}$  відповідно.

На рис. 2, 3 вихідною системою координат є система координат  $Ox_{\Gamma}y_{\Gamma}z_{\Gamma}$ , зв'язана з платформою. Системи координат  $Ox_{\Gamma}y_{\Gamma}z_{\Gamma}, Ox_{\kappa}y_{\kappa}z_{\kappa}$  вважаються зв'язаними з осями Резаля ГДН, що виконують функції гіровертикалі та вимірювача курсу відповідно.

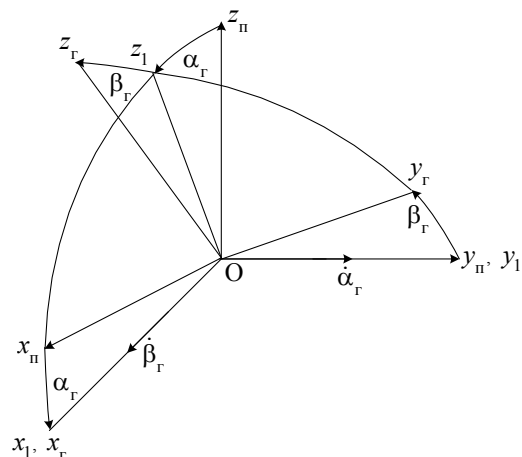


Рис. 2. Взаємне розташування систем координат, зв'язаних із платформою та гіроскопом, що виконує функції гіровертикалі

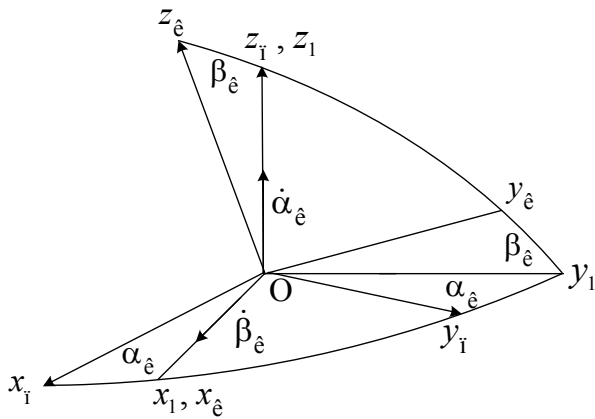


Рис. 3. Взаємне розташування систем координат, зв'язаних із платформою та гіроскопом, що виконує функції вимірювача курсу

Структурна схема математичного опису системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса ілюструє взаємозв'язок різних моделей, у т. ч. моделей платформи, кінематичних співвідношень, акселерометрів і ГДН, що виконують функції гіровертикалі та вимірювача курсу (рис. 4).

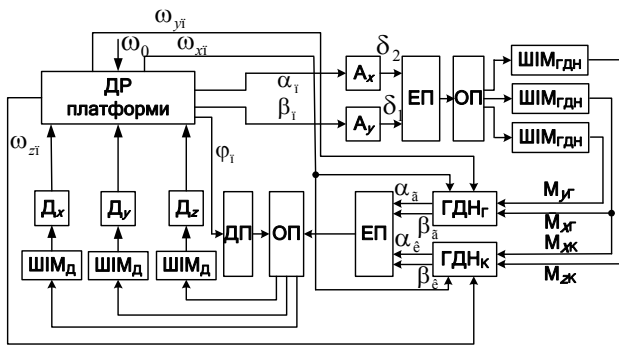


Рис. 4. Структурна схема математичного опису системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса:

А – акселерометр; Д – двигун; ДР – диференціальні рівняння; ЕП – електронний пристрій; ОП – обчислювальний пристрій; ДП – диференціувальний пристрій; ШІМ – широтно-імпульсний модулятор

В основу математичного опису системи визначення курсу покладено:

– рівняння руху платформи:

$$\dot{\omega}_{x1} = \frac{-(J_z - J_y)\omega_{y1}\omega_{z1} - f_x\omega_{x1} - M_0 \text{sign}\omega_0 - k_1\beta_{\bar{\lambda}}}{J_x};$$

$$\dot{\omega}_{y1} = \frac{-(J_x - J_z)\omega_{x1}\omega_{z1} - f_y\omega_{y1} - M_0 \text{sign}\omega_0 - k_2\alpha_{\bar{\lambda}}}{J_y};$$

$$\dot{\omega}_{z1} = \frac{-(J_y - J_x)\omega_{x1}\omega_{y1} - f_z\omega_{z1} - M_0 \text{sign}\omega_0 - k_3\alpha_{\bar{\epsilon}}}{J_z};$$

– кінематичні співвідношення платформи:

$$\dot{\alpha} = \frac{\omega_{x1} \sin \gamma + \omega_{y1} \cos \gamma}{\cos \beta};$$

$$\dot{\beta} = \omega_{x1} \cos \gamma - \omega_{y1} \sin \gamma;$$

$$\dot{\gamma} = \omega_{z1} + \text{tg}\beta(\omega_{x1} \sin \gamma + \omega_{y1} \cos \gamma);$$

– рівняння руху ГДН, що виконує функції гіровертикалі [4]:

$$\ddot{\alpha}_{\bar{\lambda}} = -d\dot{\alpha}_{\bar{\lambda}} + H\dot{\beta}_{\bar{\lambda}} + \frac{H}{T}\beta_{\bar{\lambda}} - \frac{c\alpha_{\bar{\lambda}} + H_1\omega_{x1} - k_4\delta_1}{J_{\bar{\lambda}}};$$

$$\ddot{\beta}_{\bar{\lambda}} = -d\dot{\beta}_{\bar{\lambda}} - H\dot{\alpha}_{\bar{\lambda}} - \frac{H}{T}\alpha_{\bar{\lambda}} - \frac{c\beta_{\bar{\lambda}} - H_1\omega_{y1} - k_5\delta_2}{J_{\bar{\lambda}}};$$

$$H_1 = H(1 - 10^{-3}),$$

– рівняння руху ГДН, що виконує функції курсового гіроскопа [4]:

$$\ddot{\alpha}_{\bar{\epsilon}} = -d\dot{\alpha}_{\bar{\epsilon}} - H\dot{\beta}_{\bar{\epsilon}} - \frac{H}{T}\beta_{\bar{\epsilon}} - \frac{c\alpha_{\bar{\epsilon}} - H_1\omega_{x1} - k_6\delta_1}{J_{\bar{\epsilon}}};$$

$$\ddot{\beta}_{\bar{\epsilon}} = -d\dot{\beta}_{\bar{\epsilon}} + H\dot{\alpha}_{\bar{\epsilon}} + \frac{H}{T}\alpha_{\bar{\epsilon}} - \frac{c\beta_{\bar{\epsilon}} + H_1\omega_{y1} - k_7\delta_1}{J_{\bar{\epsilon}}};$$

– рівняння акселерометрів;

$$\dot{\delta}_1 = \frac{-\delta_1 + k_8\beta}{T_A};$$

$$\dot{\delta}_2 = \frac{-\delta_2 + k_9\alpha}{T_A};$$

де  $J_x, J_y, J_z$  – осьові моменти інерції платформи;  $\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$  – проекції кутової швидкості платформи на її власні осі;  $f_x, f_y, f_z$  – моменти в'язкого тертя;  $I_0$  – момент опору стабілізуючих двигунів;  $\omega_0$  – зовнішня кутова швидкість, що діє на платформу;  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, k_8, k_9$  – коефіцієнти передачі;  $\beta_{\bar{\lambda}}, \alpha_{\bar{\lambda}}$  – кути відхилення гіровертикалі;  $\alpha_{\bar{\epsilon}}, \beta_{\bar{\epsilon}}$  – кути відхилення курсового гіроскопа;  $\gamma, \beta, \alpha$  – кути положення платформи в базовій системі координат;  $d$  – коефіцієнт демпфірування;  $H$  – кінетичний момент гіроскопів;  $T_A, T$  – стала часу гіроскопа акселерометрів;  $c$  – остаточна жорсткість карданового підвісу;  $\delta_1, \delta_2$  – вихідні сигнали акселерометрів;  $J_{\bar{\lambda}}, J_{\bar{\epsilon}}$  – суми екваторіальних моментів ротора та карданової рамки гіровертикалі та курсового гіроскопа.

Обчислювальну схему моделі системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса показано на рис. 5.

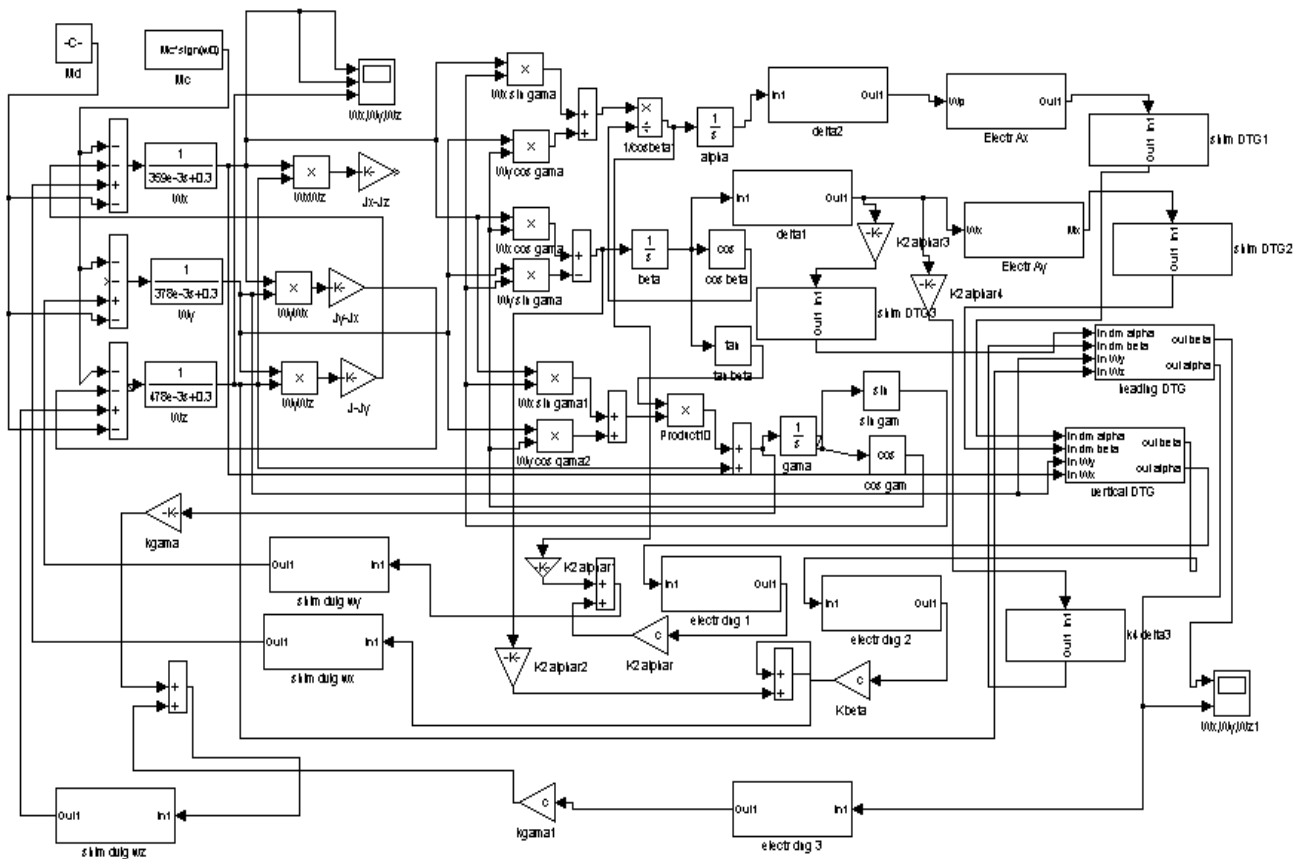


Рис. 5. Обчислювальна схема системи визначення курсу в режимі гіроскопічного компаса

## Висновки

Математичний опис системи визначення курсу з урахуванням кутового руху основи забезпечує процес створення систем визначення курсу з підвищеними точнісними вимогами.

Включення до математичного опису моделей сервісної електроніки дозволяє вирішувати проблему вибору дискретності обробки інформації з урахуванням його впливу на точність перехідних процесів.

## Література

1. Брозгуль Л.И. Динамически настраиваемые гироскопы. – М.:Машиностроение, 1989. – 242 с.
2. Збруцький О.В., Нестеренко О.І., Шевчук А.В. Математична модель однієї схеми курсокренопоказчика // Механіка гіроскопічних систем. – К., 2001–2002. – Вип. 17–18. – С. 154–167.
3. Суценок О.А. Математична модель системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування// Вісн. НАУ. – 2005. – №1. – С. 37–40.
4. Павловский М.А. Теория гироскопов. – К.: Вища шк., 1986. – 304 с.

Стаття надійшла до редакції 16.03.06.