

УДК 656.7.052.001.57 (045)

С.А. Загора

## УРАХУВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРОГНОЗОВАНОГО ПОЛОЖЕННЯ ЛІТАКІВ ПРИ ПОСЛІДОВНОМУ РОЗВ'ЯЗАННІ КОНФЛІКТНИХ СИТУАЦІЙ

НАУ, кафедра аеронавігаційних систем  
E-mail: sevastian@ukr.net

*Розглянуто особливості застосування стохастичних моделей прогнозованого положення літаків при послідовному розв'язанні конфліктних ситуацій для сукупності літаків. Як запобіжний маневр для кожного літака з сукупності використано відхилення за курсовим кутом у горизонтальній площині. Проведено побудову відповідних обмежуючих поверхонь допустимих траєкторій.*

*The peculiarities of sequential multi-aircraft conflict resolution using stochastic position prediction model are considered. The horizontal turn maneuver is employed as a basic resolution strategy for each aircraft. Corresponding surfaces of permissible trajectories have been calculated and analyzed.*

### Вступ

Проблема безпеки польотів – одне з найважливіших питань сучасної авіаційної галузі особливо в умовах постійно зростаючих потреб користувачів повітряного простору та підвищення інтенсивності польотів. Поступовий перехід до польотів за довільними маршрутами [1], який передбачено здійснити протягом найближчих 10–15 років, несе в собі додаткові труднощі, такі, як зростання кількості та складності потенційно-конфліктних ситуацій, що виникають між повіряними суднами (ПС).

З погляду органів керування повітряним рухом конфліктні ситуації являють собою подію, що відповідає порушенню норм безпечного розділення (ешелонування) ПС у просторі. Своєчасне та надійне розв'язання потенційних конфліктів значно ускладнено в умовах польотів за довільними маршрутами, оскільки спектр можливих ситуацій повітряного руху в цьому разі набагато ширший, ніж за умов традиційних трасових польотів. На сьогодні вже існують методи та алгоритми розв'язання конфліктних ситуацій, адаптованих до умов довільних маршрутів [2]. Серед них можна виділити:

- методи, що використовують математичний апарат штучних силових полів [3];
- методи, розраховані на виняткові ситуації повітряного руху [4; 5];
- методи випадкового пошуку безконфліктних маневрів [6].

Цій тематиці також присвячені і попередні дослідження, проведені в праці [7], де розглядається задача послідовного розв'язання конфліктів для сукупності ПС.

Однак використані в праці [7] моделі подають рух ПС як детермінований процес і не враховують імовірнісні характеристики польоту, що є досить суттєвим, особливо при прогнозуванні положення на великі проміжки часу.

У реальних умовах рух літака супроводжується флуктуаціями в поздовжньому, бічному та вертикальному напрямках навколо планового положення. Ці відхилення зумовлені неточністю навігаційних систем, впливом вітру та іншими факторами, які при прогнозуванні траєкторії додають невизначеності положенню ПС.

Технічні можливості сучасних бортових систем керування польотом FMS дозволяють контролювати та компенсувати тільки бічну та вертикальну складові відхилення від заданої траєкторії, але не поздовжню.

Системи 4D FMS, які здатні контролювати відхилення від плану у тривимірному просторі, поки ще остаточно не реалізовані. У цьому разі можна використовувати стохастичні моделі керованого руху ПС, що враховують особливості поздовжнього відхилення [8; 9].

### Постановка задачі

Розглянутий у праці [7] метод розв'язання конфліктних ситуацій для сукупності ПС базується на послідовній побудові обмежуючих поверхонь допустимих траєкторій у системі координат „площина–час”, які при використанні маневру ухилення за курсовим кутом  $\psi$  в горизонтальній площині мають такий векторний вигляд

$$\Phi^u(t, \psi) = \bar{X}(t, \psi) + (-1)^u \cdot \delta(t, \psi), \quad u = \bar{0}, 1, \quad (1)$$

де  $u = 0$  – для зовнішньої поверхні ( $u = 1$  для внутрішньої поверхні);  $t$  – час.

Складові

$$\bar{X}(t, \psi) = [\bar{x}(t, \psi) \bar{y}(t, \psi)]^T;$$

$$\delta(t, \psi) = [x_\delta(t, \psi) y_\delta(t, \psi)]^T$$

характеризують відповідно поверхню планового положення  $\bar{X}(t, \psi)$  для детермінованої моделі руху і розміри захисної зони  $\delta(t, \psi)$ , яка враховує відхилення від плану та норми ешелонування  $d_s$ .

У виразі (1) складова  $\bar{\mathbf{X}}(t, \psi)$  є детермінованою за змістом. Її аналітичний вигляд було отримано в праці [7]. Невизначеність прогнозованого положення ПС може бути закладена у складову, що визначає захисну зону, тобто  $\delta(t, \psi)$ .

Отже, постає задача визначення виразу для  $\delta(t, \psi)$  з урахуванням стохастичної моделі прогнозованого положення ПС та побудови відповідних обмежуючих поверхонь допустимих траєкторій:

- внутрішньої  $\Phi^1$ ;
- зовнішньої  $\Phi^0$ .

### Модель невизначеності прогнозованого положення повітряного судна

Оскільки розв'язання конфліктів за висотою не розглядаємо, будемо вважати:

- прогнозоване положення літака містить невизначеність тільки в поздовжньому та бічному напрямках відносно осі ПС;
  - відхилення в поздовжньому і в бічному напрямках – некорельовані гауссівські процеси.
- Тоді для ПС, яке летить незмінним курсом, відхилення від планової траєкторії у часі характеризується коваріаційною матрицею:

$$\mathbf{S}(t) = \begin{bmatrix} \sigma_L^2(t) & 0 \\ 0 & \sigma_H^2(t) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де  $\sigma_L^2(t), \sigma_H^2(t)$  – дисперсії відхилень в поздовжньому та бічному напрямках.

Зазвичай при прогнозуванні траєкторій у часі вважають, що бічне відхилення  $\Delta p_H$  має нульове математичне сподівання (відносно центру планового положення ПС) та незмінну дисперсію

$$\sigma_H^2 = \text{const},$$

яка визначається заданою навігаційною точністю RNP.

Поздовжнє відхилення  $\Delta p_L$  залежить від величини інтервалу, на який прогнозується положення ПС, тобто змінюється у часі, що пояснюється, зокрема, неточністю вимірювання швидкості та впливом вітру.

У фіксований момент часу прогнозоване положення літака характеризується еліпсом невизначеності в горизонтальній площині  $xOy$ , одна з осей симетрії якого буде напрямлена вздовж лінії руху літака (рис. 1).

Еліпс невизначеності є горизонтальним перерізом поверхні, що утворена двовимірним законом розподілу відхилень в горизонтальній площині, і обмежує область, в якій ПС буде знаходитися з довірчою ймовірністю  $\alpha$ .

При прогнозуванні конфліктних ситуацій для двох літаків може бути застосовано принцип [10], за яким коваріаційна матриця невизначеності відносного положення двох літаків у фіксованій системі координат, пов'язаній з землею, визначається виразом

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{Q}^1(t) + \mathbf{Q}^2(t) - \mathbf{Q}^{12}(t),$$

де  $\mathbf{Q}^1(t), \mathbf{Q}^2(t)$  – власні коваріаційні матриці відхилень першого та другого літаків у прийнятій системі координат;  $\mathbf{Q}^{12}(t)$  – матриця взаємної кореляції відхилень літаків, яку для спрощення будемо вважати нульовою.

Матриці  $\mathbf{Q}^1(t)$  та  $\mathbf{Q}^2(t)$  отримують з виразу (2) шляхом повороту системи координат на курсовий кут  $\psi^i$  кожного літака за формулою

$$\mathbf{Q}^i(t) = \mathbf{R}^i \mathbf{S}^i(t) \mathbf{R}^{iT} = \mathbf{R}^i \begin{bmatrix} (\sigma_L^i(t))^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_H^i(t))^2 \end{bmatrix} \mathbf{R}^{iT},$$

де  $i = \overline{1, 2}$  – номер літака;  $\mathbf{R}^i$  – матриця повороту системи координат:

$$\mathbf{R}^i = \begin{bmatrix} \cos \psi^i & -\sin \psi^i \\ \sin \psi^i & \cos \psi^i \end{bmatrix};$$

$(\sigma_L^i(t))^2, (\sigma_H^i(t))^2$  – дисперсії відхилень  $i$ -го літака в його власній системі координат.

Матрицю невизначеності відносного положення літаків  $\mathbf{M}(t)$  можна також подати у вигляді еліпса рівних імовірностей у горизонтальній площині  $xOy$ , який задається рівнянням

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2(t)} - \frac{2\rho_{xy}(t)}{\sigma_x(t)\sigma_y(t)}xy + \frac{y^2}{\sigma_y^2(t)} - \lambda^2(1 - \rho_{xy}^2(t)) = 0, \quad (3)$$

де  $\lambda^2 = \text{const}$  – рівень довіри;  $\sigma_x(t), \sigma_y(t), \rho_{xy}(t)$  – параметри еліпса, які визначаються елементами матриці  $\mathbf{M}(t)$ :

$$\sigma_x(t) = \sqrt{\mathbf{M}(t)_{11}};$$

$$\sigma_y(t) = \sqrt{\mathbf{M}(t)_{22}};$$

$$\rho_{xy}(t) = \mathbf{M}(t)_{12} / (\sigma_x(t)\sigma_y(t)).$$

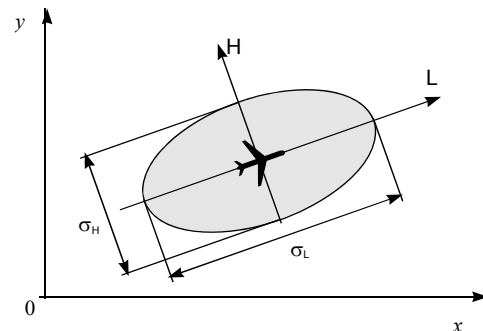


Рис. 1. Еліпс невизначеності прогнозованого положення літака

Отже, у загальному випадку параметри еліпса  $\mathbf{M}(t)$  будуть залежати не тільки від розмірів зони невизначеності положення кожного з ПС, а і від кута їх зближення (рис. 2).

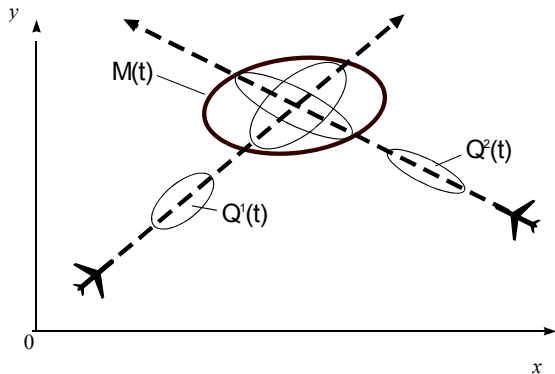


Рис. 2. Еліпс  $\mathbf{M}(t)$

У разі, якщо інтервал прогнозування траєкторії польоту містить декілька прямолінійних ділянок маршруту, матриці  $\mathbf{Q}^1(t)$  та  $\mathbf{Q}^2(t)$  також повинні враховувати перехід ПС на кожен наступну ділянку. Для цього можна використати формулу

$$\mathbf{Q}^i(t) = \sum_{j=0}^k \mathbf{R}_j^i \begin{bmatrix} (\sigma_{L_j}^i(t))^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_{H_j}^i(t))^2 \end{bmatrix} \mathbf{R}_j^{iT}, \quad (4)$$

де  $i$  – індекс літака;  $j$  – індекс ділянки маршруту;  $k$  – кількість ділянок маршруту, які відповідають інтервалу прогнозування.

У формулі (4) матриці повороту  $\mathbf{R}_j^i$  розраховують відносно положення одного з ПС у момент здійснення прогнозу.

Перехід на наступну ділянку можна графічно зобразити (рис. 3) поворотом еліпсів  $\mathbf{Q}^i(t)$ .

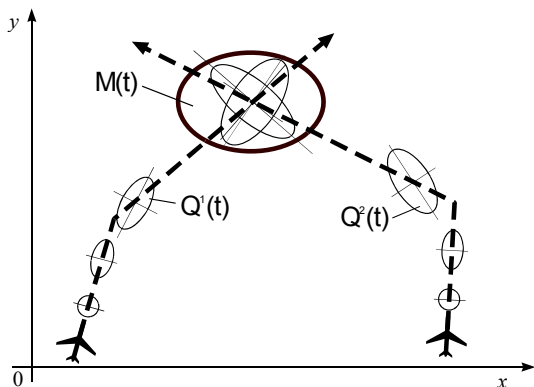


Рис. 3. Перехід на наступну ділянку маршруту

### Побудова поверхонь $\Phi^u$

Описаний підхід до прогнозування області невизначеності відносного положення ПС можна застосувати при побудові обмежуючих поверхонь допустимих траєкторій  $\Phi^u$ .

Як показано в праці [7], при вирішенні конфліктних ситуацій шляхом відвороту в горизонтальній площині поверхні  $\Phi^u$  мають вигляд конусів (рис. 4).

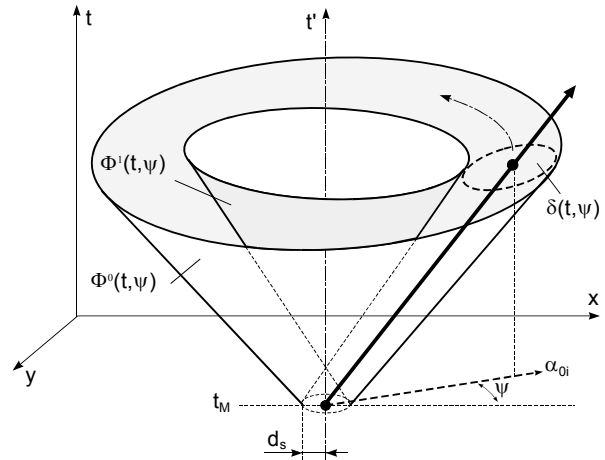


Рис. 4. Загальний вигляд поверхонь  $\Phi^u$

Розглянемо горизонтальний переріз тіла, обмеженого внутрішньою  $\Phi^1$  та зовнішньою  $\Phi^0$  поверхнями, у фіксований момент часу

$$t_\Phi \in (t_M; t_R),$$

де  $t_M, t_R$  – моменти початку та кінця здійснення запобіжного маневру (рис. 5).

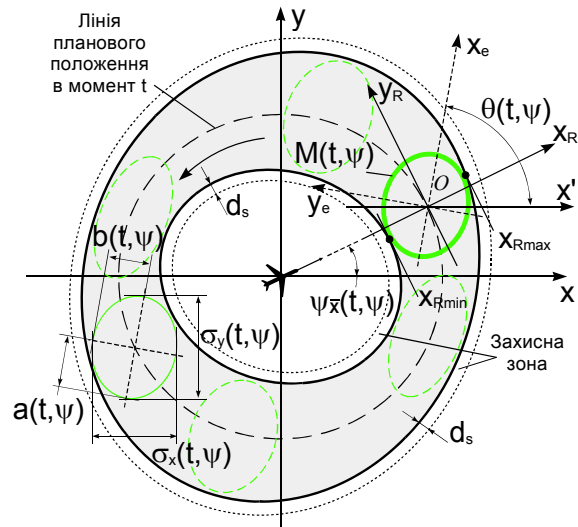


Рис. 5. Горизонтальний переріз  $\Phi^u$

Переріз утворюється обертанням еліпса невизначеності, який задається матрицею  $\mathbf{M}(t)$ , тобто вздовж лінії планового положення для всіх можливих курсів  $\psi$  з урахуванням фіксованої захисної зони шириною  $d_s$ . Крім того, півосі еліпса  $a(t), b(t)$  та його орієнтація  $\theta(t)$  відносно фіксованої системи координат також змінюються залежно від обраного курсового кута  $\psi$ , тому в подальшому у просторово-часовій системі координат справедливо застосовувати позначення  $\mathbf{M}(t, \psi), a(t, \psi), b(t, \psi), \theta(t, \psi)$ .

На рис. 5 розміри захисної зони  $d_s$  й еліпса невизначеності взяті умовними для зручності зображення.

У дійсності розміри  $d_s$  будуть більшими за розміри еліпса.

Для знаходження аналітичного виразу для поверхонь  $\Phi^u$  необхідно побудувати обвідні сім'ї еліпсів  $\mathbf{M}(t, \psi)$ . Запишемо параметричні рівняння еліпса  $\mathbf{M}(t, \psi)$  у локальній системі координат  $x_e O y_e$ , осі якої збігаються з осями еліпса (рис. 5):

$$\begin{cases} x_E(\varphi) = a(t, \psi) \cos \varphi, \\ y_E(\varphi) = b(t, \psi) \sin \varphi, \end{cases} \quad (5)$$

$$t = \text{const}, \psi = \text{const},$$

де  $\varphi \in [0; 2\pi)$  – параметр.

Перейдемо до системи координат  $x_R O y_R$ , осі  $x_R$  та  $y_R$  якої напрямлені відповідно за нормаллю та за дотичною до лінії планового положення. Цей перехід супроводжується поворотом системи координат на кут  $\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)$ :

$$\begin{cases} x_R(\varphi) = a(t, \psi) \cos \varphi \cos(\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)) + \\ + b(t, \psi) \sin \varphi \sin(\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)), \\ y_R(\varphi) = -a(t, \psi) \cos \varphi \sin(\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)) + \\ + b(t, \psi) \sin \varphi \cos(\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)), \end{cases} \quad (6)$$

$$t = \text{const}, \psi = \text{const},$$

де  $\psi_{\bar{X}}(t, \psi)$  – кут нахилу нормалі до поверхні  $\bar{\mathbf{X}}(t, \psi)$  в горизонтальній площині:

$$\psi_{\bar{X}}(t, \psi) = \arctg \left[ \frac{d\bar{X}_y(t, \psi)}{d\bar{X}_x(t, \psi)} \right] \pm \frac{\pi}{2}.$$

Рівняння обвідної для сім'ї еліпсів можна знайти підстановкою системи (6) у вираз

$$\frac{dx_R(\varphi)}{d\varphi} = 0. \quad (7)$$

З рівняння

$$-a(t, \psi) \sin \varphi \cos(\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)) + b(t, \psi) \cos \varphi \sin(\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)) = 0$$

отримуємо

$$\varphi(t, \psi) = \arctg \left[ \frac{b(t, \psi)}{a(t, \psi)} \operatorname{tg}(\psi_{\bar{X}}(t, \psi) - \theta(t, \psi)) \right].$$

Параметри еліпса  $a(t, \psi), b(t, \psi)$  та  $\theta(t, \psi)$  знаходимо з рівняння (3)

$$\theta(t, \psi) = \frac{1}{2} \arctg \left[ \frac{-2\rho_{xy} \sigma_x \sigma_y}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2} \right];$$

$$a(t, \psi) = \sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma_x^2 \sigma_y^2 (1 - \rho_{xy}^2)}{\sigma_y^2 \cos^2 \theta - 2\rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \cos \theta \sin \theta + \sigma_x^2 \sin^2 \theta}};$$

$$b(t, \psi) = \sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma_x^2 \sigma_y^2 (1 - \rho_{xy}^2)}{\sigma_y^2 \sin^2 \theta + 2\rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \cos \theta \sin \theta + \sigma_x^2 \cos^2 \theta}},$$

$$\text{де } \theta = \theta(t, \psi);$$

$$\sigma_x = \sigma_x(t, \psi);$$

$$\sigma_y = \sigma_y(t, \psi);$$

$$\rho_{xy} = \rho_{xy}(t, \psi).$$

Повертаючись до початкової системи координат, яка пов'язана з центром літака в момент  $t_R$ , виконуємо поворот (5) на кут  $-\theta(t, \psi)$ :

$$\begin{cases} x_\delta(t, \psi) = a(t, \psi) \cos \varphi(t, \psi) \cos(-\theta(t, \psi)) + \\ + b(t, \psi) \sin \varphi(t, \psi) \sin(-\theta(t, \psi)), \\ y_\delta(t, \psi) = -a(t, \psi) \cos \varphi(t, \psi) \sin(-\theta(t, \psi)) + \\ + b(t, \psi) \sin \varphi(t, \psi) \cos(-\theta(t, \psi)). \end{cases}$$

З урахуванням захисної зони  $d_s$ , яка виражається у збільшенні відстані між  $\Phi^1$  та  $\Phi^0$  в напрямку нормалі до  $\bar{\mathbf{X}}(t, \psi)$ , остаточне параметричне рівняння для  $\delta(t, \psi)$  буде мати такий векторний вигляд:

$$\delta(t, \psi) = \begin{bmatrix} x_\delta(t, \psi) \\ y_\delta(t, \psi) \end{bmatrix} + d_s \begin{bmatrix} \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{d\bar{X}_x(t, \psi)}{d\bar{X}_y(t, \psi)} \right)^2}} \\ \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{d\bar{X}_y(t, \psi)}{d\bar{X}_x(t, \psi)} \right)^2}} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Зміст захисної зони  $d_s$  у цьому разі дещо змінюється відносно випадку з детермінованою моделлю руху [7]. Оскільки в рівнянні (8) складова  $\delta(t, \psi)$  враховує невизначеність положення літака в часі, то розміри захисної зони  $d_s$ , які фактично є встановленими нормами безпечного ешелонування, можуть бути зменшені.

Подальший процес розв'язання конфлікту, що полягає в пошуку перетинів поверхонь  $\Phi^u$  з траєкторіями інших літаків, простіше виконувати числовими методами ніж аналітично.

Застосування стохастичної моделі прогнозування положення для послідовного розв'язання на відміну від детермінованої має таку особливість, що обмежуючі поверхні необхідно будувати для кожної пари ПС, оскільки складова  $\delta(t, \psi)$ , яка бере участь у формуванні поверхонь, залежить від відносного кута зближення ПС.

**Результати моделювання**

Для побудови поверхонь була взята пара ПС з такими параметрами:

- шляхова швидкість  $V_1 = V_2 = 900 \text{ м/с}$  ;
- кут крену при розвороті  $\gamma = 20^\circ$  .

Початковий курс першого ПС було обрано нульовим, а другого  $\Psi_2 = -40^\circ$  . При цьому розрахунок поверхонь виконувався для діапазону допустимих курсових кутів відвороту  $\psi = -90 \dots 90^\circ$  першого ПС у системі координат, пов'язаній з його центром у момент  $t_M$  .

Розрахунок складової планового положення  $\bar{X}(t, \psi)$  проводився згідно з працею [7], а розмір фіксованої захисної зони для зручності відображення особливостей  $\delta(t, \psi)$  становив  $d_s = 0$  .

Бічне відхилення обох ПС було прийняте стаціонарним гауссівським процесом з  $\sigma_L = 1 \text{ км}$ . Довірчу імовірність при цьому було покладено  $\alpha = 0,95$  .

Моделювання поздовжнього відхилення для кожного ПС виконувалося за поліноміальним законом, який було запропоновано в праці [9]:

$$\sigma_L^2(t) = at^3 + bt^2 .$$

При цьому були змодельовані два випадки, що розглядались у праці [9]

- 1)  $a = 0; b = 1,616 \text{ м}^2/\text{с}^2$  ;
- 2)  $a = 0,082 \text{ м}^2/\text{с}^3; b = 0,271 \text{ м}^2/\text{с}^2$  .

Зовнішній вигляд отриманих обмежуючих поверхонь допустимих траєкторій  $\Phi^u$  показано на рис. 6. Горизонтальні перерізи поверхонь на рівні  $t = 1 \text{ хв}, t = 3 \text{ хв}, t = 6 \text{ хв}$  польоту після моменту  $t_M$  показано на рис. 7.

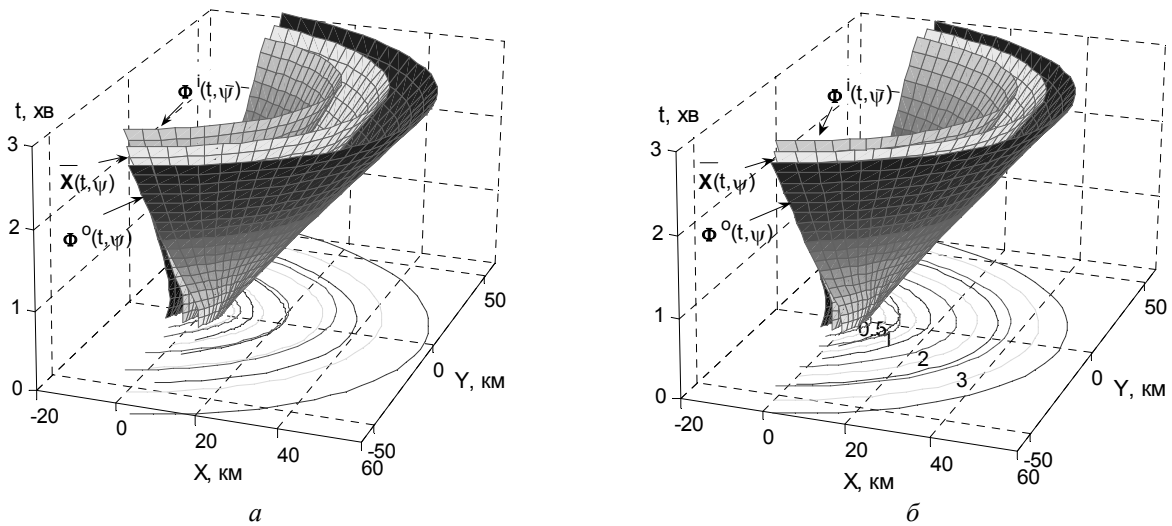


Рис. 6. Обмежуючі поверхні допустимих траєкторій: а – випадок 1; б – випадок 2

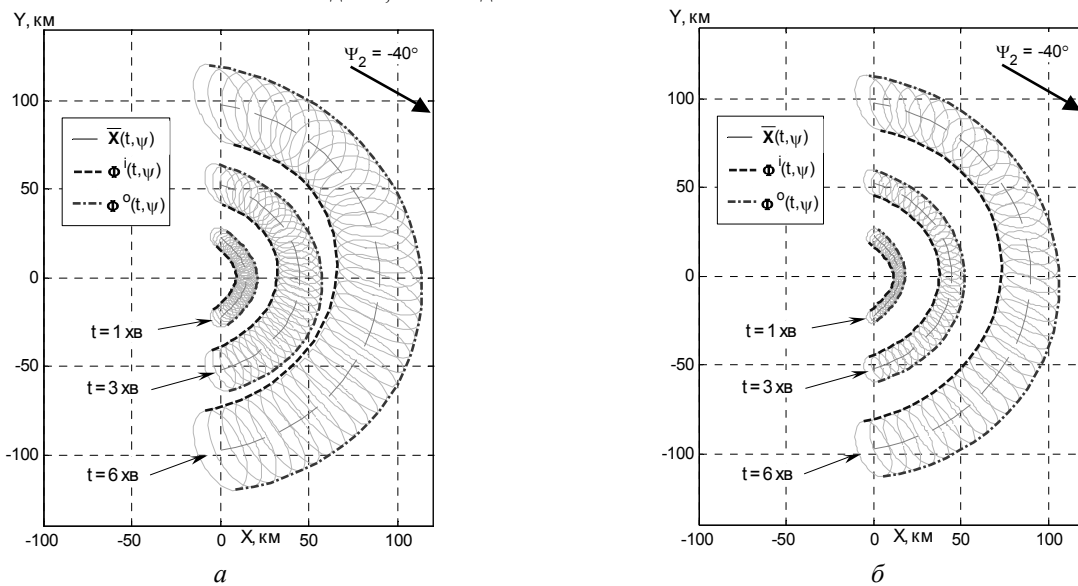


Рис. 7. Горизонтальні перерізи поверхонь допустимих траєкторій: а – випадок 1; б – випадок 2

## Висновки

Отримані аналітичні вирази для побудови поверхонь допустимих траєкторій з урахуванням області невизначеності прогнозованого положення літаків дозволяють виконувати процес послідовного розв'язання конфлікту в реальному масштабі часу. Особливістю розглянутого підходу до побудови  $\Phi^u$  є можливість його використання для різних моделей прогнозування зони невизначеності положення літака. Задача пошуку обвідної сім'ї зон невизначеності (7) є спрощеною при використанні розглянутих у цій роботі зон еліптичної форми, але суттєво не змінюється при виборі інших моделей.

У подальших дослідженнях, пов'язаних з методом послідовного розв'язання конфліктних ситуацій, планується приділити увагу особливостям знаходження діапазону конфліктних курсів та вибору запобіжного маневру.

## Література

1. EUROCONTROL. Airspace Strategy for the ECAC States. – 2001. – 91 p.
2. Загора С.А. Аналіз методів розв'язання конфліктних ситуацій в умовах вільного польоту // Вісн. НАУ. – 2005. – №1. – С. 42–47.
3. Zeghal K. A Review of different approaches based on force fields for airborne conflict resolution // Proc. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf. – 1998. – P. 818–827.
4. Paielli R. A. Modeling maneuver dynamics in air traffic conflict resolution // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2003. – Vol. 26, 3. – P. 407–415.
5. Mao Z.H., Dugail D., Feron E., Bilimoria K. Stability of intersecting aircraft flows using heading-change maneuvers for conflict avoidance // IEEE Transactions On Intelligent Transportation Systems. – 2005. – Vol. 6, 4. – P. 357–369.
6. Irvine R. The GEARS Conflict resolution algorithm // AIAA 98-4236, Guidance, Navigation and Control Conference, Boston. – 1998. – P.787–797.
7. Загора С.А. Послідовне розв'язання конфліктних ситуацій для сукупності літаків за рахунок відхилення за курсовим кутом // Вісн. НАУ. – 2006. – №1. – С. 57–63.
8. Васильев В.М. Оцінка ймовірності конфлікту з урахуванням динаміки і кореляції процесу польоту літаків // Вісн. НАУ. – 2004. – №4. – С. 21–25.
9. Loureiro L., Blin K., Hoffman E., Zeghal K. Development of a tool for comparing conflict detection algorithms for air traffic management // AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. – 2001. – AIAA-2001-4053. – P. 9.
10. Paielli R.A., Erzberger H. Conflict probability estimation for free flight // NASA Journal of Guidance, Control and Dynamics. – 1997. – Vol. 20, 3. – P. 588–596.

Стаття надійшла до редакції 05.06.06.