

## АЕРОДИНАМІКА

УДК 519.63:629.735.015(045)

В.М. Синеглазов, д-р техн. наук, проф,  
Ю.М. Кеменяш**РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ФОРМ КОЛИВАНЬ РІДИНИ  
В НЕПОВНІСТІ ЗАПОВНЕНИХ БАКАХ (ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ)**

*Розроблено метод розв'язання задач про коливання рідини з використанням гармонічних функцій. Як базовий метод використано принцип Гамельтона-Остроградського. Розрахунок адаптовано до баків конкретної форми.*

Математичні моделі жорсткого літака описуються системою диференціальних рівнянь у частинних похідних, що ускладнює синтез відповідних законів керування, передусім при особливих режимах польоту, наприклад, у процесі гасіння пожежі. Додатковими труднощами при цьому є необхідність врахування коливання рідини (розчину для тушіння пожежі) у баках, форма і конструкція яких може змінюватися. Основним засобом створення регуляторів мінімальної складності є спрощення математичної моделі за рахунок використання методу зважених нев'язок, зокрема метод Галеркіна з використанням як пробних функцій власних форм коливань (власних форм жорстких коливань конструкції та рідини в неповності заповнених баках).

Власні форми жорстких коливань конструкції встановлюються у результаті частотних дослідів повітряного судна, тому представляється важливим числовий розрахунок власних форм коливань рідини (розчину для тушіння пожежі) в неповності заповнених баках.

Відомі числові методи розрахунку власних форм коливань рідини [1], мають ряд недоліків: неточність обчислень, не розглядалися рівні заповнення баків, розв'язок функцій має нерівномірну збіжність.

Отже, необхідна розробка нових числових схем, які дозволять розраховувати власні форми коливань, що забезпечить пасивні (розміщення необхідних в баці перекладкинок) і активні (синтез оптимальних регуляторів для спрощення моделі) технічні засоби, що дозволить гасити жорсткі коливання і цим самим підвищити безпеку польотів.

Постановка задачі. Розрахунок збуреного руху системи тіло – рідина зводиться до розв'язання системи диференціальних рівнянь, які описують рух тіла в поздовжніх та поперечних площинах [1]:

$$\begin{aligned}
 (m^0 + m)\ddot{U}_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{n2} \ddot{p}_n &= p_y; \\
 (J_{33}^0 + J_{33})\ddot{\theta}_3 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{on3} \ddot{p}_n &= M_{g3z}; \\
 \mu_{n3}(\ddot{p}_n + \sigma_{n3}^2 p_n) + \lambda_{n2} \ddot{U}_2 + \lambda_{on3} \ddot{\theta}_3 &= 0; \\
 (m^0 + m)\ddot{U}_3 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{n3} \ddot{s}_n &= p_z; \\
 (J_{11}^0 + J_{11})\ddot{\theta}_1 + (J_{12}^0 + J_{12})\ddot{\theta}_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{on1} \ddot{s}_n + M_{g2x}; \\
 (J_{22}^0 + J_{22})\ddot{\theta}_2 + (J_{21}^0 + J_{21})\ddot{\theta}_1 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{on2} \ddot{s}_n + M_{j2y}; \\
 \mu_{n2}(\ddot{s}_n + \sigma_{n2}^2 s_n) + \lambda_{n3} \ddot{U}_3 + \lambda_{on1} \ddot{\theta}_1 + \lambda_{on2} \ddot{\theta}_2 &= 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де  $J_{11}^0$  – момент інерції відносно осі  $ox$  сухого літака;  $J_{11}$  – момент інерції рідини;  $m^0$  – суха маса;  $m$  – рідка маса;  $J_{21} \approx J_{ij} (i \neq j) = 0$ ;  $U$  – вектор переміщення повітряного судна  $U = \{U_1, U_2, U_3\}$ ;  $s$  – переміщення відносно поздовжньої осі;  $p$  – переміщення відносно вертикальної осі;  $\lambda_n, \lambda_{on}$  и  $\mu_n$  – приєднані маси рідини;  $\sigma_n$  – параметр крайової задачі;  $\theta$  – кутове переміщення;  $P_y, P_z$  – гідродинамічні сили;  $M_g$  – гідродинамічний момент відносно осі координат.

Рівняння (1) утворює замкнену систему рівнянь збуреного руху твердого тіла з баками, частково заповненими ідеальною рідиною. При цьому слід зробити такі припущення:

- рідина – ідеальна і нестислива, а її рух без завихрень;
- розглядати лінійний рух літака відносно осі  $ox$ ;
- літак не робить обертових рухів.

У результаті рівняння коливання рідини будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} (m^0 + m)\ddot{U}_3 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{n3} \ddot{s}_n &= p_z; \\ (J_{22}^0 + J_{22})\ddot{\theta}_2 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{on2} \ddot{s}_n + M_y &; \\ \mu_{n2} (\ddot{s}_n + \sigma_{n2}^2 s_n) + \lambda_{n3} \ddot{U}_3 + \lambda_{on2} \ddot{\theta}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Для розв'язання системи (2) необхідно визначити сили і моменти за законом Ньютона  $ma = F + R$ :

$$\begin{aligned} (m^0 + m)\ddot{U}_3 &= ma; \quad \sum \lambda_{n3} \ddot{s}_n = R; \quad p_z = F; \quad \sum \lambda_{on2} \ddot{s}_n = R; \quad \mu_{n2} (\ddot{s}_n + \sigma_{n2}^2 s_n) = ma; \\ \lambda_n \ddot{U}_3 + \lambda_{on2} \ddot{\theta}_2 &= R. \end{aligned}$$

Тоді

$$(m^0 + m)\ddot{U}_3 = -\lambda_{n3} \ddot{s}_n + p_z; \quad -\lambda_{on2} \ddot{s}_n = R; \quad \mu_{n2} (\ddot{s}_n + \sigma_{n2}^2 s_n) = -\lambda_n \ddot{U}_3 - \lambda_{on2} \ddot{\theta}_2.$$

Знаходження власних форм коливань шукаємо у вигляді системи гармонічних функцій:

$$\Phi(r, z, \theta) = e^{kz} J_m(kr) \frac{\sin}{\cos} m\theta$$

або для  $k$  – комплексного

$$\Phi(r, z, \theta) = \frac{\sin}{\cos} kz I_m(kr) \frac{\sin}{\cos} m\theta,$$

де  $J_m$  – проста функція Бесселя;  $I_m$  – модифікована функція Бесселя;  $r, z, \theta$  – циліндричні координати.

Дана система функцій повинна задовольняти початкові та граничні умови:

$$\nabla^2 \Phi(r, z, \theta) = 0;$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0;$$

$$\nabla \Phi = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0,$$

де  $\nabla$  – оператор Лапласа.

Перша множина не відповідає умові, оскільки  $\frac{\partial \Phi}{\partial z} \neq 0$ . На кожній парі бокових поверхонь тільки одна поверхня може дорівнювати нулю. Друга система функцій (циліндричні гармоніки) повинна бути доповнена сукупністю вироджених розв'язків:

$$\Phi_{o_m}(r, z, \theta) = (a + bz) \left( Ar^m + \frac{B}{r^m} \right) \frac{\sin}{\cos} m\theta;$$

$$\Phi_{o_0}(r, z, \theta) = (a + bz)(A + B \ln r)(a_1 + b_1 \theta).$$

Полісні особливості опускаємо, оскільки при  $r=0$  сингулярності механічної задачі немає. Член  $bz$  також опускаємо, оскільки він відповідає потоку з постійною швидкістю по осі  $z$ . Аналогічно член  $b_1 \theta$  також відповідає деякому потоку обертання. У результаті залишається множина  $r^m \frac{\sin}{\cos} m\theta$ , яка визначає поперечну форму. Другу множину отримуємо при  $m=0$ , тобто  $\frac{\sin}{\cos} kz I_0(kr)$ . Це – поздовжня форма. Для цієї форми  $\partial \varphi / \partial \theta = 0$  (тобто руху в площині  $m = \text{const}$  немає). Отже, форма – поздовжня. Розв'язок шукаємо на базі двох груп функцій:

$$\Psi_{\text{попер}}(z, \theta) = \psi_i r^m \frac{\sin}{\cos} m\theta; \quad m = 1, 2, \dots;$$

$$\Psi_{\text{позд}}(z, \theta) = \psi_k(z) \frac{\sin}{\cos} m\theta k z I_0(kr); \quad k = 1, 2.$$

Таким чином, для кожного бака (рис.1) шукаємо дві форми: поздовжню та поперечну. Якщо взяти повну множину функцій вигляду  $\frac{\sin}{\cos} kz I_m(kr) \frac{\sin}{\cos} m\theta$ , то за аналогією з випадком паралелепіпеда отримуємо форми типу  $\frac{\sin \pi x}{2a} \frac{\sin \pi y}{2b}$  (рис. 2).

Такий тип просторової форми зумовлює те, що всі приєднані маси рідини дорівнюють 0, оскільки центр мас рідини не зміщується.

Представимо функції  $\Psi_{\text{попер}}(z)$ ,  $\Psi_{\text{позд}}(z)$  у вигляді ряду (метод Релея-Ритца):

$$\Psi_{\text{попер}}(z, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n \psi_n;$$

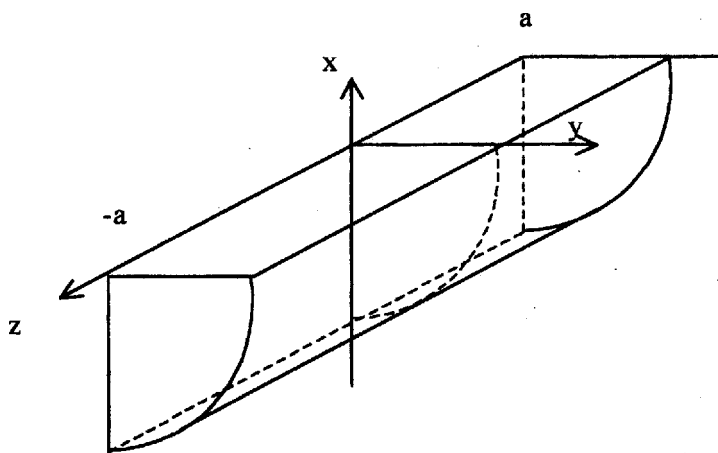


Рис.1

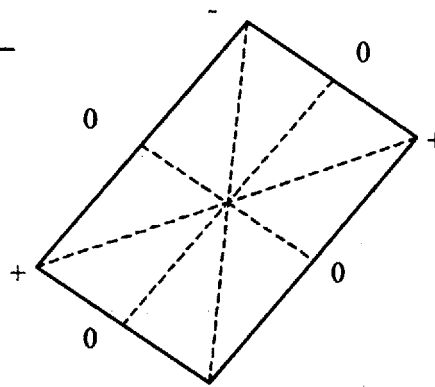


Рис.2

$$\Psi_{\text{позд}}(z, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n \Psi_k,$$

де  $v_n$  – невідома компонента вектора нормалі.

Розглянемо вибрану множину поперечних функцій:

$$\Psi_{\text{попер}}(z, \theta) = \psi_i r^m \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} m\theta.$$

Необхідно, щоб ця множина задовольняла граничні умови  $\frac{d\varphi}{d\theta} = 0$ , тобто умову непротікання на внутрішній вертикальній перекладинці

$$\frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} r^m \sin m\theta \\ r^m \cos m\theta \end{bmatrix} = m r^{m-1} \begin{bmatrix} \cos m\theta \\ -\sin m\theta \end{bmatrix} \Big|_{m=0} = m r^{m-1} [0; 1],$$

де  $m = 0$  – осесиметричні коливання;  $m = 1$  – антисиметричні коливання.

Множина  $r^m \sin m\theta$  – стороння. У результаті

$$\psi_m = r^m \cos m\theta, \quad m=1, 2, \dots,$$

Маємо функцію  $\psi_i = r^m \cos i\theta$ ,  $i=1, 2, \dots$  для поперечних коливань.

Умова збіжності, побудована за методом Ритца, має вигляд:

$$\psi_i = \sum_{n=1}^{\infty} a_{ij} v_n;$$

$$\psi_k = \sum_{n=1}^{\infty} b_{ij} v_n;$$

де  $a_{ij}$  – неоднорідний розв'язок задачі;  $b_{ij}$  – однорідний розв'язок задачі;  $v_n$  – невідомий коефіцієнт.

Обчислимо елементи матриць  $a_{ij}$  і  $b_{ij}$ :

$$a_{ij} = \int_{\tau} \nabla \psi_i \nabla \psi_j d\tau; \quad b_{ij} = \int_{\tau} \psi_i \psi_j ds. \quad (3)$$

Для обчислення інтегралів (3) необхідно записати рівняння бокової поверхні бака як функцію  $r$  від  $\theta$ , тобто  $r = r(\theta)$ . Функція має бути неперервною при  $\theta = 0, \theta = \pi$  (рис. 3). Тоді  $r = R - h$ . Із теореми косинусів для трикутників

$$(R - h)^2 + r^2 - 2(R - h)r^2 \cos \lambda = R^2.$$

Позначимо через  $R - h = d$ , тоді для рівня заповнення  $R > h$  маємо (рис. 4):

$$r^2 + 2r \cos \theta - R^2 + d = 0;$$

$$r = -d \cos \theta \pm \sqrt{d^2 \cos^2 \theta + R^2 - d^2} = -d \cos \theta \pm \sqrt{r^2 - d^2 \sin^2 \theta};$$

$$r = -(R - h) \cos \theta \pm \sqrt{R^2 - (R - h)^2 \sin^2 \theta};$$

$$r \Big|_{\theta=2} = -(R - h) \pm \sqrt{R^2} = -(R - h) \pm R = h.$$

Вираз  $-2R + h$  відповідає відкинутому кореню:

$$r \Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = -(R-h) \pm \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \pm \sqrt{2Rh - h^2}.$$

Знак "-" відповідає відкинутому кореню. Для рівня заповнення  $h > R$ ,  $d = h - R$  маємо (рис. 5):

$$d^2 + r^2 - 2dr \cos \theta = R^2;$$

$$r^2 - 2dr \cos \theta + d^2 - R^2 = 0;$$

$$r = d \cos \theta \sqrt{d^2 \cos^2 \theta - d^2 + R^2} = d \cos \theta \pm \sqrt{-R^2 - d^2 \sin^2 \theta};$$

$$\theta = 0 \Rightarrow d \pm \sqrt{R^2} = d \pm R = d + R = h.$$

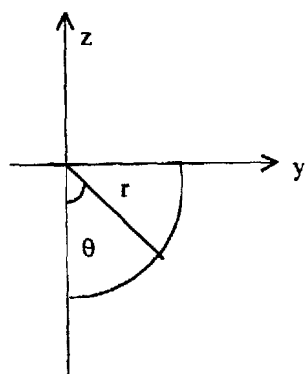


Рис. 3

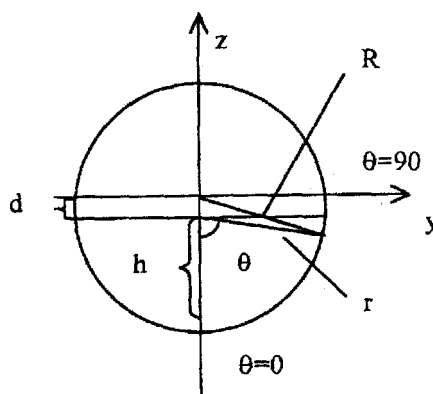


Рис. 4

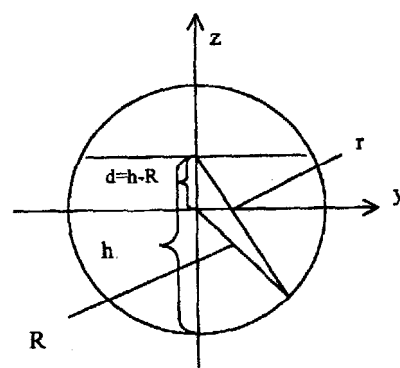


Рис. 5

Знак "-" відповідає відкинутому кореню:

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow d \pm \sqrt{R^2 - (h-R)^2} = \sqrt{R^2 - h^2 - R^2} + 2Rh = \sqrt{2Rh - h^2}.$$

Знак "-" відповідає відкинутому кореню. Таким чином, знак у виразі  $d \cos \theta$  змінюється на протилежний, однак загальна форма збереглася. У результаті маємо

$$r^* = r(\theta) = \sqrt{R^2 - (R-h)^2 \sin^2 \theta} - (R-h) \cos \theta.$$

Така форма розв'язання загальна для обох випадків заповнення. Отже,

$$\int_{\tau} \nabla \psi_i \nabla \psi_j d\tau = \int_a^a \int_0^{\pi/2r^*} \int_0^0 \nabla \psi_i \nabla \psi_j r dr d\theta dz.$$

Розглянемо тепер множину поперечних коливань:

$$\psi_k = r^k \cos k\theta;$$

$$\psi_k = \{kr^{k-1} \cos \theta; -kr^{k-1} \sin \theta; 0\};$$

$$\nabla \psi_i \nabla \psi_j = [ijr^{i+j-2} \cos i\theta \cos j\theta + ijr^{i+j-2} \sin i\theta \sin j\theta] =$$

$$= ijr^{i+j-2} [\cos i\theta \cos j\theta + \sin i\theta \sin j\theta] = ijr^{i+j-2} \cos(i-j)\theta;$$

$$\int_{-a}^a dz \int_0^{\pi/2} \left\{ \cos(i-j)\theta \int_0^{r^*} ijr^{i+j-2rdr} \right\} d\theta = 2ija \int_0^{\pi/2} \cos(i-j)\theta \Big|_{i+j}^{i+j} d\theta = \frac{2a_{ij}}{i+j} \int_0^{\pi/2} r^{i+j} \cos(i-j)\theta d\theta;$$

$$a_{ij} = \frac{2a_{ij}}{i+j} \int_0^{\pi/2} \sqrt{R^2 - (R-h)^2 \sin^2 \theta} - (R-h) \cos \theta^{i+j} \cos(i-j)\theta d\theta.$$

Необхідно забезпечити виконання кожної функції вимоги збереження об'єму, оскільки

$$\int_s (\psi_j - \alpha_j) ds = 0;$$

де  $\alpha_j$  – поправка до вимоги  $V = 0$ .

Тоді:

$$\int_s \psi_i ds = \alpha_i \int_s ds;$$

$$\int_s \psi_i \psi_j ds = \int_{-a}^a \int_0^{R=r(\theta)|_{\theta=\pi-\sqrt{2-2Rh-h^2}}} (\psi_i \psi_j) dr dz = \int_{-a}^a dz \int_0^{\sqrt{2-2Rh-h^2}} r^i \cos i \theta |_{\theta=\pi/2} dr dz =$$

$$= \alpha_i \int_{-a}^a dz \int_0^{\sqrt{2Rh-h^2}} dr;$$

$$\int_{-a}^a dz \frac{r^{i+1}}{i+1} \Big|_0^{\sqrt{2Rh-h^2}} \cos \frac{\pi_i}{2} = \alpha_i a \sqrt{2Rh-h^2}.$$

У результаті одержимо

$$\alpha_i = \frac{1}{i+1} \cos \frac{\pi_i}{2} \left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^i.$$

Коефіцієнт  $a_{ij}$  обчислено правильно, оскільки для оператора "набла" наявність константи  $\alpha_j$  несуттєва:

$$b_{ij} = \int_s \psi_i \psi_j ds, \quad \text{где } \psi_i = \psi_i \alpha_i;$$

$$b_{ij} = \int_s \psi_i \psi_j ds = \int_{-a}^a \int_0^{\sqrt{2Rh-h^2}} \psi_i \psi_j dz dr;$$

$$b_{ij} = \int_{-a}^a dz \int_0^{\sqrt{2Rh-h^2}} \left[ r^i \cos i \theta \frac{1}{i+1} \cos \frac{\pi_i}{2} \left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^i \right] *$$

$$* \left[ r^j \cos j \theta \frac{1}{j+1} \cos \frac{\pi_j}{2} \left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^j \right] \Big|_{\theta=\pi/2} dr = 2a$$

$$\int_0^{\sqrt{2Rh-h^2}} \left[ r^i \cos i \theta \frac{1}{i+1} \cos \frac{\pi_i}{2} \left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^i \right] \left[ \cos \frac{\pi_j}{2} \left\{ 2^j - \frac{\left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^j}{j+1} \right\} \right] dr =$$

$$= 2a \cos \frac{\pi_i}{2} \cos \frac{\pi_j}{2} \int_0^{\sqrt{2Rh-h^2}} \left[ r^i - \frac{\left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^i}{i+1} \right] \left[ r^j - \frac{\left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^j}{j+1} \right] dr =$$

$$= \left( \sqrt{2Rh-h^2} \right) = \alpha_j \Big| = 2a \cos \frac{\pi_i}{2} \cos \frac{\pi_j}{2} \left[ \frac{d^{i+j+1}}{i+j+1} + \frac{\alpha^{i+j+1}}{(i+1)(j+1)} - \frac{\alpha^{i+j+1}}{(i+1)(j+1)} - \frac{\alpha^{i+j+1}}{(i+1)(j+1)} \right] =$$

$$= 2a \cos \frac{\pi_i}{2} \cos \frac{\pi_j}{2} \left( \sqrt{2Rh-h^2} \right)^{i+j+1} \left[ \frac{1}{i+j+1} + \frac{1}{(i+1)(j+1)} \right] = \frac{ij}{(i+j+1)(i+1)(j+1)}.$$

У результаті одержимо

$$b_{ij} = 2a \cos \frac{\pi_i}{2} \cos \frac{\pi_j}{2} \frac{ij}{(i+j+1)(i+1)(j+1)} \left( \sqrt{2Rh - h^2} \right)^{i+j+1}.$$

Зведення матриць  $a_{ij}$  і  $b_{ij}$  до діагональної форми свідчить про вдалий вибір координатних функцій, оскільки фактично  $\psi_i$  – це вже розв'язок задачі.

Розглянемо задачу для визначення потенціалу Стокса-Жуковського[2]:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \nu} \Big|_{S_6 \text{ ок}} = (\mathbf{r} \times \mathbf{v})_i,$$

де

$$r = \sqrt{R^2 - (R-h)^2 \sin^2 \theta} - (R-h) \cos \theta;$$

$$x = r \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{x}{r}; \sin^2 \theta = 1 - \frac{x^2}{r^2}.$$

Перемножимо (10) на  $r$ , одержимо рівняння бокової поверхні:

$$F(x,r) = -r^2 + \sqrt{R^2 r^2 - (R-h)^2 (r^2 - x^2)} + (R-h)x = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial r} = -2r \frac{R^2 r - (R-h)^2 r}{\sqrt{R^2 r^2 - (R-h)^2 (r^2 - x^2)}} = -r \left[ 2 + \frac{R^2 - (R-h)^2}{\sqrt{R^2 r^2 - (R-h)^2 (r^2 - x^2)}} \right] =$$

$$= -r \left[ 2 + \frac{R^2 - (R-h)^2}{\sqrt{R^2 r^2 - (R-h)^2 \sin^2 \theta}} \right];$$

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \frac{(R-h)^2 h}{\sqrt{R^2 r^2 - (R-h)^2 (r^2 - x^2)}} + (R-h) = (R-h) \left[ 1 - \frac{(R-h)r \cos \theta}{\sqrt{R^2 r^2 - (R-h)^2 r^2 \sin^2 \theta}} \right] =$$

$$= (R-h) \left[ 1 - \frac{(R-h)r \cos \theta}{\sqrt{R^2 - (R-h)^2 r^2 \sin^2 \theta}} \right].$$

На торцевій поверхні бака маємо

$$\frac{\partial \psi}{\partial \nu} = \begin{vmatrix} z^0 & x^0 & r^0 \\ z & x & r \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (x^0 r + r^0 x), \text{ де "+" на торці } z=a \text{ і "-" на } z=-a.$$

На боковій поверхні бака маємо

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \bar{\mathbf{r}} \times \bar{\mathbf{v}} = \begin{vmatrix} z^0 & x^0 & r^0 \\ z & x & r \\ 0 & v_x & v_z \end{vmatrix} = z^0 (x v_z - r v_x) (\bar{x}^0 z v_r + \bar{r}^0 z v_x).$$

Поперечні коливання збуджуються обертанням навколо осі. Тоді  $\frac{\partial \psi}{\partial \nu} = 0$  на торцевій по-

верхні,  $\frac{\partial \psi}{\partial \nu} = x v_r - r v_x$  на бічній поверхні  $S_{\text{біч}}$ :

$$d_i = \int_{S_{\text{біч}}} \left( x \frac{dF}{dr} - r \frac{dF}{dx} \right) r^i \cos i \theta ds = \int_{-a}^a \int_0^{\pi/2} \left( \frac{dF}{dr} \cos \theta - \frac{dF}{dx} \right) r^{i+2} \cos i \theta d\theta dz.$$

У результаті маємо

$$d_i = 2a \int_0^{\pi/2r^*} \left( \frac{dF}{dr} \cos \theta - \frac{dF}{dx} \right) r^{i+2} \Big|_{r=r^*} \cdot d\theta;$$

$$\lambda_n = \sum_{m=1}^k a_m v_m;$$

$$\lambda_{om} = \sum_{m=1}^k \sum_{p=1}^k a_m b_p v_{mp};$$

$$\mu_n = (Aa, a) = \omega_n^2 (Ba, a); \quad J = (d, b).$$

де  $a$  – власні вектори;  $B$  – розв'язок неоднорідної алгебраїчної задачі;  $A$  – права частина цієї задачі.

Допоміжні коефіцієнти:

$$v_m = \int_Q \frac{d\psi}{dx} d\theta = \int_{S_{бiч}} \psi_m v_{бiч}; \quad v_{mp} = \int_Q \nabla \psi_m \nabla \psi_p d\theta = a_{mp};$$

$$v_m = \int_{S_{бiч} + S_{top}} \psi_m v_{S_{бiч}} ds = \int_{S_{бiч}} \frac{dF}{dx} \psi_m ds + \int_{S_{top}+a} \psi_m ds - \\ - \int_{S_{top}-a} \psi_m ds = \int_{-a}^a \int_0^{\pi/2} \frac{dF}{dx} \psi_m r d\theta + \int_0^{\pi/2} \int_0^{r^*} \psi_m r dr d\theta - \int_0^{\pi/2} \int_0^{r^*} \psi_m \Big|_{z=-a} r dr d\theta.$$

У результаті для поперечних коливань:

$$v_i = \int_{-a}^a \int_0^{\pi/2} \frac{dF}{dx} r^{i+1} \Big|_{r=r^*} \cdot \cos i\theta d\theta dz;$$

$$v_m = \cos \frac{\pi_i}{2a} (z-a) \Big|_{-a}^a \int_{-a}^a \int_0^{\pi/2} I_0 \left( \frac{\pi i r}{2a} \right) r dr d\theta;$$

$$v_i = [I(1)^i] \int_0^{\pi/2} I_1 \left( \frac{\pi i 2^k}{2a} \right) d\theta \left( \frac{2a}{\pi i} \right)^2.$$

Підвищення точності розрахунку власних форм коливань рідини в неповністю заповнених баках є важливим для створення систем керування та систем демпфування. Існуючі методи носять загальний характер і не дають інженерних підходів для створення розрахункових схем. Розроблений метод дає можливість виконувати відповідні числові розрахунки для баків конкретної форми, що важливо при використанні фахівцями систем оптимального керування.

### Список литературы

1. Микшиев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. – М.: Машиностроение, 1968. – 532 с.
2. Жуковский Н.Е. Избранные сочинения. Т.1. – 1948. – 600 с.
3. Нариманов Г.С., Докучаев Л.В. Нелинейная динамика ЛА с жидкостью. – М.: Машиностроение, 1977. – 208 с.
4. Лимарченко О.С. Прямой метод решения нелинейных задач динамики резервуара, несущего жидкость // Докл. АН УССР. Сер.А. – 1978. – Вып. 11. – С. 999–1002.

Стаття надійшла до редакції 03.10.01.



УДК 629.7.05

В.М. Казак, канд. техн. наук, проф.,  
І.В. Боярінов, Ю.Є.Боярінова

### ЗАДАЧА КЕРУВАННЯ ЛІТАЛЬНИМ АПАРАТОМ

*Розглянуто задачу керування рухом літального апарата із загальних функціональних позицій. Обґрунтовано необхідність включення в постановку задачі вимоги мінімізації стабілізуючого функціонала. Запропоновано критерій оптимальної швидкодії, критерій мінімуму витрат енергії на керування і їх комбінація.*

Динаміка наведення літального апарата (ЛА) відносно об'єкта зближення описується в полярній системі координат співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \dot{D} &= V_{\text{зи}} \cos \varepsilon \cos \chi + V_{\text{уд}} \sin \varepsilon - V_{\text{зи}} \cos \varepsilon \sin \chi - V \cos \theta \cos(\varphi - \chi) \cos \varepsilon - V \sin \theta \sin \varepsilon; \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{1}{D} (-V_{\text{зи}} \sin \varepsilon \cos \chi + V_{\text{уд}} \cos \varepsilon + V_{\text{зи}} \sin \varepsilon \sin \chi + V \cos \theta \cos(\varphi - \chi) \sin \varepsilon - V \sin \theta \cos \varepsilon); \\ \dot{\chi} &= \frac{1}{D \cos \varepsilon} (-V_{\text{зи}} \sin \chi - V_{\text{уд}} \cos \chi - V \cos \theta \sin(\varphi - \chi)); \end{aligned} \quad (1)$$

у рухомій земній системі координат:

$$\begin{aligned} \dot{X}_g &= V \cos \theta \cos \varphi - V_{\text{зи}}; \\ \dot{Y}_g &= V \sin \theta - V_{\text{уд}}; \\ \dot{Z}_g &= -V \cos \theta \sin \varphi - V_{\text{зи}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Рівняння динаміки центра мас ЛА описуються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{x}{m} + \frac{P}{m} - g \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= \frac{g}{m} (n_y - \cos \theta); \\ \dot{\varphi} &= -\frac{g n_z}{V \cos \theta}. \end{aligned} \quad (3)$$

В системах рівнянь (1–3) застосовані загальноприйняті позначення, що використані у механіці польоту [1].

Рівняння (1–3) при точному заданні функцій  $V_{\text{зи}}, V_{\text{уд}}, V_{\text{зи}}$ , сили  $X, P$  і відсутності вітрових подій найбільш повно описують реальне прямування ЛА в атмосфері [2], тому вони прийняті за базову систему диференціальних рівнянь, що використовуються для вивчення динаміки зближення.

Позначимо  $x, y, u$  по компонентно неперервні функції,  $y(t), u(t)$  – обмежені. Тоді формально задача керування ЛА буде записана в такому вигляді:

$$\dot{X} = f(t, x, y, u), \quad (4)$$

де  $x \in R^n$  – фазовий вектор стану ЛА;  $f^T = (f_1, \dots, f_n)$ ;  $y \in R^k$  – маневр ЛА;  $t \in R^1$  – час (параметр інтегрування) з інтервалу  $\Delta: [t_0, t_k]$ ;  $u \in U \subset R^m$  – керування;  $U$  – замкнена опукла множина допустимих значень керування.

Необхідно знайти таку функцію керування  $u(t) \in U$ , що для заданих початкових  $x(t_0) = x_0$  та скінченних  $x_k$  вимог існує деяке значення  $t_k \in \Delta$ , що виконується  $x(t_k) = x_k$ .

В еквівалентному формулюванні задача керування зводиться до знаходження рішення нелінійного операторного рівняння:

$$A(u) = z_t, \quad (5)$$

де  $z_i = x_0 - x_k$ ;  $A$  – нелінійний оператор, який діє з простору  $F : \Delta X R^m$  в просторі  $E : R^n$ :

$$A: \int_{t_0}^{t_k} f(t, x, y, u) dt;$$

$E, F$  – метричні простори.

Дана задача відноситься до класу некоректно поставлених [3], оскільки, по-перше, область визначення оператора  $A$  не збігається з  $R^n$  (тобто існують умови польоту, для яких стійке керування неможливе), по-друге, з  $A(u_1) = A(u_2)$  в загальному випадку не випливає  $u_1 \equiv u_2$ , по-третє, для оберненого оператора  $A^{-1}$  не виконується умова неперервності.

Зауваження. Згідно з фізичними характеристиками найбільш важливими та важко усуненими причинами некоректності задачі керування є приблизне значення сили лобової протидії й незнання маневру ЛА (функції  $y(t)$ ) для  $\forall t \in \Delta$ .

Разом з тим, для відомих  $u(t)$  і  $y(t)$  гарантується однозначність фазової траєкторії в інтервалі  $[t_0, t_k]$  [3].

Метод розв'язання некоректних задач є в побудові регуляризуючого оператора [4]  $u = R(z)$ , такого, що для будь-якого  $\varepsilon \geq 0$  існує  $\delta \geq 0$ , що з  $\rho_F(u_1, u_2) \leq \varepsilon$  випливає  $\rho_E(z_1, z_2) \leq \delta$ , де  $u_1 = R(z_1), u_2 = R(z_2)$ ,  $\rho_E, \rho_F$  – метрики у просторах  $E, F$  відповідно.

Розв'язання доцільно побудувати відповідно до варіаційного принципу відбору можливих рішень, для чого необхідно задати деякий негативний стабілізуючий (що згладжує) функціонал.

Виходячи з фізичних характеристик як стабілізуючого функціонала доцільно вибрати один з таких:

$$\text{– час наведення: } J_1(u) = \int_{t_0}^{t_k} dt = t_1 - t_0; \quad (6)$$

$$\text{– витрати на керування: } J_2(u) = \int_{t_0}^{t_k} (u_1^2 - u_2^2) dt; \quad (7)$$

$$\text{– комбінований: } J_3(u) = \alpha_1 J_1 + \alpha_2 J_2, \quad (8)$$

де  $\alpha_1, \alpha_2$  – вагомі коефіцієнти.

Ставлячи вимогу мінімізації функціонала  $J_1$ , приходимо до задачі оптимальної швидкодії,  $J_2$  – до задачі мінімізації витрат на керування,  $J_3$  – до сполучення властивостей функціоналів  $J_1$  і  $J_2$ , де при  $\alpha_1 \rightarrow \infty$  наближується до  $J_1$ , при  $\alpha_2 \rightarrow \infty$  до  $J_2$ .

Розглянемо множину  $F_1 \subset F$ , в якій задача (5) має розв'язання, та прийнемо множину  $F_1$  за область означення функціоналів  $J_1 - J_3$ .

Функціонали  $J_1 - J_3$  стабілізуючі, так як множини  $M_i = \{u \in F_1 : J_i(u) \leq c\}, i = 1, 2, 3$  компоненти у матриці простору  $c(a, b)$  для будь-якого  $c > 0$ . Цей факт випливає з теореми Арцела [4].

Для кусково-неперервних та вимірювальних функцій, що описують керування, функціонали  $J_1 - J_3$  не є стабілізуючими. Тому керування будемо шукати в класі неперервних обмежених функцій.

Теорема 1. Нехай керування (5) має більш ніж єдиний розв'язок і  $u_T$  – розв'язок рівняння (5):

$$J(u_T) = \min_{u \in U} J(u),$$

де  $J$  – стабілізуючий функціонал.

Тоді оператор

$$u = R_1(z) = \min_{u \in U} J(u) \quad (9)$$

є регуляризуючим.

Розглянемо множини

$$F_{1,\delta} = F_1 \cap Q_\delta, \quad Q_\delta = \{u : \rho_E(A(u), z) = 0, \rho_E(z_t, z) < \delta\},$$

де  $F_1$  область визначення функціонала  $J$ .

Знайдемо  $u_1 \in F_{1,\delta}$  таке, що  $u_1 = \max_{u \in F_{1,\delta}} J(u)$ . Множина  $F_T = \{u : J(u) \leq J(u_1)\}$  компактна через визначення стабілізуючого функціонала. Виберемо послідовності:

$$\{\delta_n\} : \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = 0;$$

$$\{z_n\} : \rho_E(z_t, z_n) \leq \delta_n;$$

$$\{u_n\} : \rho_E(A(u_n), z_n) = 0, J(u_n) = \min_{u \in U, A(u)=z_n} J(u).$$

Оскільки  $F_T$  компактна, то можна виділити збіжну послідовність  $\{u_{nk}\} \subset \{u_n\}$ , таку, що  $\lim_{nk \rightarrow \infty} u_{nk} = \tilde{u}$ .

Для  $\{u_{nk}\}$  виконується  $\rho_E(A(\tilde{u}), z_{nk}) = 0$ .

Переходячи до меж, одержимо  $\rho_E(A(\tilde{u}), z_T) = 0$ , звідки випливає  $\tilde{u} = u_T$ . Таким чином, для будь-якого  $\varepsilon \geq 0$  існує  $\delta \geq 0$ . З  $\rho_E(z, z_T) \leq \delta$  випливає  $\rho_E(u, u_T) \leq \varepsilon$ . Оператор (9) є регуляризуючим. Теорему доведено.

Відомо, що будь-яка система вимірювань піддана дії шумів, через що самі вимірювання містять випадкові помилки.

Розглянемо засіб побудови регуляризуючого оператора для випадку, коли відома оцінка помилки вимірювань, тобто, нехай для даних  $z_T$  і вимірювань  $z_\delta$  правдива оцінка  $\rho_E(z_T, z_\delta) \leq \delta$ . Розглянемо множини:

$$M_0 = \{u_0 \in F_1 : u_0 = \inf J(u)\};$$

$$Q_\delta = \{u \in F_1 : \rho_E(A(u), z_\delta) \leq \delta\};$$

$$F_{1,\delta} = F_1 \cap Q_\delta.$$

Якщо  $M_0 \cap F_{1,\delta} \neq \emptyset$ , то оператор (9) є регуляризуючим для рівняння (5). Але для функціоналів  $J_1 - J_3$  у більшості випадків  $M_0 \cap F_{1,\delta} = \emptyset$ , тому для побудови регуляризуючого оператора потрібен інший підхід.

Відзначимо, що функціонали  $J_1 - J_3$  є квазімонотонними [5], тобто в околі будь-якої точки  $\tilde{u} \in M_0$  буде знайдено  $u_1 : J(u_1) < J(\tilde{u})$ . Тоді правдива така лема.

Лема. Точна нижня грань на множині  $F_1$  квазімонотонного функціонала  $J(u)$ , такого, що  $M_0 \cap F_{1,\delta} = \emptyset$  досягається на елементі  $u_\delta$ , для якого  $\rho_E(A(u_\delta), z_\delta) = \delta$ .

Через дану лему, міркуючи аналогічно доказу теореми 1, одержимо, що оператор

$$u_\delta = R_z(z, \delta) : \begin{cases} \min J(u); \\ u \in U; \\ \rho_E(A(u), z) = \delta, \end{cases}$$

є регуляризуючим для задачі з неточно заданими даними з параметром  $\delta$ , що  $u_\delta \rightarrow u_T$  при  $\delta \rightarrow 0$ , де  $u_T$  – точний розв'язок.

Крім похибок початкових даних система рівнянь (4) може містити неточно задані параметри або замість системи рівнянь (4) може бути використано її наближення, яке має розв'язання в просторі  $C[a, b]$ , тобто неточне задання оператора  $A$ .

У такому випадку регуляризуючий оператор будується аналогічно вказаному, тобто нехай  $A_T$  – точний оператор,  $A_h$  – визначений або використаний для розв'язання оператор, який приблизно описує  $A_T$ ,  $\lambda$  – клас операторів  $A_T$ .

Визначаємо норму відхилення оператора  $A_h$  у такій формулі:

$$\|A_T - A_h\|_1 = \sup_{A_h \in \lambda} \rho_E(A_T(u), A_h(u)),$$

де  $u = R_2(z, \delta)$ .

Тоді

$$\rho_E(A_T(u), Z_\delta) \leq \rho_E(A_T(u), A_h(u)) + \rho_E(A_h(u), z_\delta).$$

Нехай  $\|A_T - A_h\|_1$  відома і дорівнює  $h$ , тоді з визначення норми випливає

$$\rho_E(A_T(u), A_h(u)) \leq h;$$

$$\rho_E(A_T(u), z) \leq h + \delta.$$

Стійке рішення задачі зближення випливає із стійкості оператора  $u_\delta = R_2(z, \delta)$ . Оператор

$$u_{\delta, h} = R_3(z, \delta, h) : \begin{cases} \min j(u); \\ u \in U; \\ \rho_E(A_h(a), z) = \delta \end{cases}$$

для задачі з неточно заданим оператором (5) є регуляризуючим з параметрами регуляризації  $h$  і  $\delta$ . Якщо  $h \rightarrow 0$  і  $\delta \rightarrow 0$  незалежні один від одного, то  $u_{\delta, h} \rightarrow u_T$ , де  $u_T$  – точний розв'язок.

Зауваження. Для оцінки відхилення оператора  $A_h$  від  $A_T$  можна використовувати зазначену оцінку  $\|A_T - A_h\|_1$ , а саме

$$\|A_T - A_h\|_2 = \sup_{A_T \in A} \sup \rho_E(A_T(u), A_h(u)).$$

Відзначив  $H = \|A_T - A_h\|_2$ , одержимо  $\rho_E(A_T(u), z_\delta) \leq H + \delta$  для будь-якої  $u(\cdot)$  такий, що  $u(t) \in U$ .

Таким чином, задача наведення для системи (4) зводиться до задання деякого оператора  $A_h$ , що  $\|A_T - A_h\| \leq h$  або  $\|A_T - A_h\|_2 \leq H$  та пошуку регуляризуючого оператора (9) у випадку точних вимірювань і регуляризуючого оператора у випадку вимірювань з похибкою заданням стабілізуючого функціонала типу (6)–(8) на просторі неперервних обмежених функцій.

Простір неперервних функцій, у якому шукається розв'язання, не є достатньо широким для того, щоб вичерпати усі можливі розв'язання, тобто існує оператор  $A_T$ , розв'язання для якого є у просторі функцій (7). Тому пропонується проводити пошук розв'язання для приблизного оператора  $A_h$ , для якого існує розв'язання у просторі  $C[a, b]$  і  $\|A_T - A_h\| \leq h$ . Спрямував  $h \rightarrow 0$  у розв'язанні шляхом граничного переходу, одержимо розв'язання у іншому класі функцій.

Приклад. Розглянемо лінійну задачу швидкодії:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, & |u| &\leq 1; \\ \dot{x}_2 &= u. \end{aligned} \tag{10}$$

Задача (10) є некоректно поставленою, і її розв'язання описується кусково-неперервною функцією.

Введемо наближену систему

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \lambda u^2; \\ \dot{x}_2 &= u. \end{aligned} \tag{11}$$

де  $\lambda$  – параметр регуляризації.

Для системи (11) розв'язанням є неперервна функція

$$u = \begin{cases} -\psi_2 / \psi_1 \lambda, & |u_1| \leq 1; \\ \text{sign}(-\psi_2 / \psi_1 \lambda), & |u| > 1, \end{cases}$$

де  $\psi_1, \psi_2$  – розв'язок спряженої системи.

Тоді регуляризуючі оператори  $R_1 - R_3$  дають можливість синтезувати закон керування, як неперервну функцію вектора фазових координат. Але для такого синтезу необхідне додатковий аналіз існування розв'язання в просторі неперервних функцій. Такий аналіз проводиться за допомогою теорії існування.

В основі регуляризації задачі наведення є ідея звужування області визначення оператора (5) до деякої множини  $F_1$ , що називається множиною коректності, елементами якої в розглянутій задачі є обмеження неперервної функції. Поставимо у відповідність множині  $F_1$  множини  $E_1 \subset E$ , що  $E_1 = A(F_1)$ . Аналіз множин  $E_1$ , що зароджуються за допомогою різних функціоналів (наприклад, з геометричної точки зору), дозволяє побудувати шкалу переваг різних функціоналів.

Множині  $E_1$  фізично відповідає область можливих траєкторій ЛА, а функціонали  $j_1 - j_3$  зароджують різні області можливих траєкторій, перетин яких непустий. Виходячи з конкретних технічних міркувань, вибирається один із функціоналів  $j_1 - j_3$ , або, навпаки, вказані вимоги до області можливих траєкторій стимулюють пошук стабілізуючого функціонала, що відповідає найбільш повно вказаним вимогам.

Критерієм для порівняння і оцінки різних законів керування є обсяг області можливих траєкторій, зароджених законом керування. Аналіз області можливих траєкторій дозволяє також зробити висновок про ступіні стійкості закону керування, тобто, якщо оцінка ухилення оператора  $A_h$  від  $A$  більш мінімальної відстані до межі цієї області, то існують зовнішні події, що здатні вивести ЛА за межі множини коректності. Більш тонкий аналіз відхилення оператора  $A$  від  $A_h$  дозволяє одержати вимоги, при яких це можливо.

Отже, для коректного розв'язання задачі керування ЛА (5) потрібно вибрати стабілізуючий функціонал і оператор  $A_h$ , який описує  $A$ .

### Список літератури

1. *Механика полета* / С.А. Горбатенко и др. – М.: Машиностроение, 1969. – 419 с.
2. *Остославский И.В., Стражева И.В.* Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1969. – 500 с.
3. *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
4. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981. – 544 с.
5. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1988. – 552 с.

Стаття надійшла до редакції 03.10.01.

УДК 519.67.673

В.С. Білогузов, Д.К. Мещишен

**ПРОГРАМОВАНИЙ РОЗРАХУНОК ІНДИВІДУАЛЬНИХ МЕЖ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОГО ДІАПАЗОНУ ЛЬОТНИХ ОБМЕЖЕНЬ АН-24, АН-26**

*Розглянуто структурну схему та основні принципи функціонування комп'ютерної програми General Performance, яка є ключовою ланкою в методиці оперативного контролю аеродинамічного стану літака.*

У зв'язку зі складним фінансовим становищем багатьох авіапідприємств України і країн СНД, що не дозволяє вчасно обновляти парк літаків, в останні роки дуже розповсюджена процедура продовження ресурсу тривало експлуатованих повітряних суден (ПС).

Безпечне функціонування авіаційної техніки, що залишається в експлуатації, прямо залежить від об'єктивності процедури продовження ресурсу. Характерно, що діючі переліки обов'язкових робіт із продовження ресурсу планера не включають в себе заходів спрямованих на контроль його аеродинамічного стану. Для заповнення даного пробілу на кафедрі льотної експлуатації, аеродинаміки і динаміки польоту Державної льотної академії України була розроблена методика контролю аеродинамічного стану тривало експлуатованих літаків в умовах авіапідприємства цивільної авіації.

Для практичної реалізації основних положень методики була розроблена комп'ютерна програма General Performance (загальні льотні характеристики), призначенням якої є виконання всього обсягу обчислювальної роботи, що супроводжує процес контролю аеродинамічного стану літаків.

Задачі, розв'язувані даною програмою, можна узагальнити за такими напрямками:

- обробка польотної інформації за допомогою середньоквадратичного наближення польотних параметрів на основі оптимального плану спостереження;
- визначення реальних аеродинамічних характеристик екземпляра ПС за допомогою математичної моделі процесу аеродинамічного старіння;
- розрахунок індивідуальних границь експлуатаційного діапазону льотних обмежень екземпляра ПС на основі уточнених аеродинамічних характеристик відповідно до вимог НЛГС-2.

Необхідність розробки програми обумовлена специфікою поставленої задачі, успішне вирішення якої практично нездійснено за допомогою традиційних алгоритмів.

Задача контролю аеродинамічного стану досить складна, і для її розв'язання не може бути розроблено єдиний алгоритм. Тому при розробці програми був застосований принцип спадного програмування, відповідно до якого кожна задача розбивалася на ряд більш простих задач доти, доки для кожної з них не ставало можливим написання достатньо простого алгоритму [1]. Програма реалізована мовою Object Pascal, стандартні конструкції якої дозволяють використовувати усі відомі принципи структурного програмування, що припускають детальну структурування програми на етапі її розробки.

Програма General Performance створена за підтримкою системи візуального програмування Delphi 4. Як завершений продукт програма являє собою єдиний файл, що виконується, іменованій An\_24.exe, який не потребує попередньої інсталяції і займає 707 Кбайт дискового простору.

Програма побудована за принципом "чорного ящика", і для її успішного застосування не потрібно знати детально принципи її функціонування.

При розробці алгоритмів програми для подолання протиріччя "час розрахунку – потрібна пам'ять" як керівний принцип була вибрана простота, надійність і стійкість роботи алгоритму.

Для роботи програми була використувана операційна система Windows 95, що є на сьогоднішній день фактичним стандартом для більшості ЕОМ. Застосування системи візуального програмування Delphi 4, орієнтованої на Windows 95, 98, 2000, NT, дозволило

при мінімумі зусиль створити гранично простий інтерфейс, що практично зводить до нуля процес придбання навичок роботи з програмою.

При створенні програми деякі елементи інтерфейсу були запозичені з робіт [2; 3], без особливих принципових змін.

Структурно програма складається з 15 модулів, умовно розділених на три основні групи: розрахункові модулі, модулі підтримки використовувального інтерфейсу і модулі даних. Призначення перших двох груп модулів впливає з їхньої назви. Модулі даних містять характеристики тих літаків, контроль аеродинамічного стану яких здатна робити програма. У такий спосіб заздалегідь забезпечена можливість розширення здатності програми за контролем аеродинамічного стану ПС, на яких встановлено реєстратор типу МСРП-12-96 і вище, підключенням до програми модуля даних з аеродинамічними характеристиками іншого типу ПС.

Структурна схема програми показана на рис. 1, з якого можна усвідомити призначення програмних модулів.

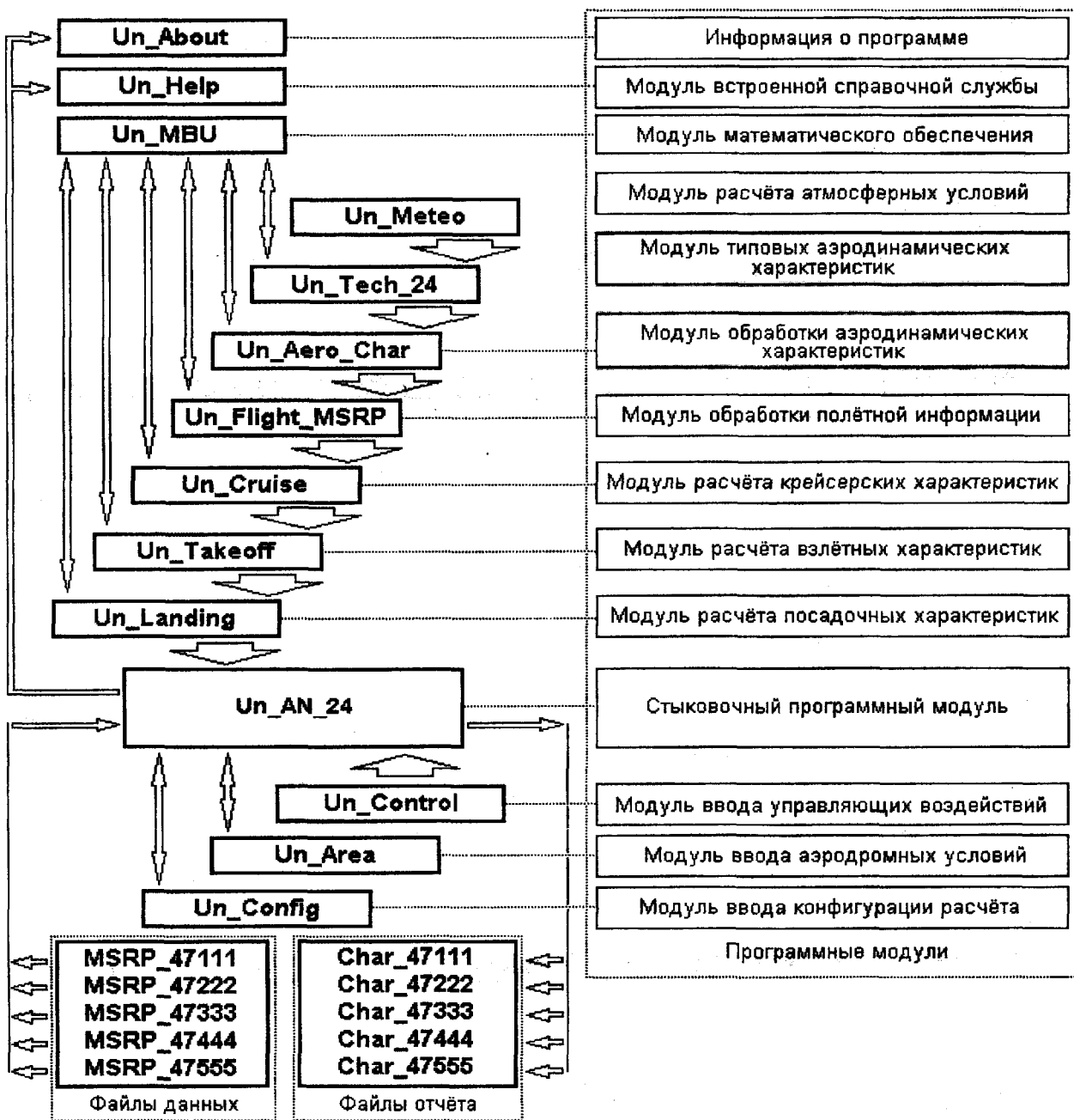


Рис. 1. Структурна схема програми General Performance

C:\Aspirants\Dmitry\Flight Recorder MSRP-12-96\msrp\_47783\_A\_22

	Altitude	Speed	Angle	Roll	Yaw	Roll Rate	Yaw Rate
0	2000	315	44	38	15	0	0
1	2000	315	42	38	15	0	0
2	2000	---	---	---	---	0	0
3	2000	315	42	38	15	0	0
4	2000	315	42	38	15	0	0
5	2000	315	4'	38	15	0	0
6	2000	315	44	38	15	0	0
7	2000	315	44	38	15	0	0
8	2100	315	4'	38	15	0	0
9	2100	315	44	38	15	0	0
10	2100	320	44	40	15	0	0
11	2100	325	44	40	15	0	0
12	2100	---	---	---	---	0	0
13	2100	330	44	40	21	0	0
14	2100	340	44	40	6	0	0
15	2100	330	38	30	0	0	0
16	2100	320	28	20	0	0	0
17	2100	315	24	18	0	0	0

18800  
15

Введення даних Flight Testing Research

a

Контроль аэродинамического состояния самолётов Ан 24 и Ан 26

Ввод Выходы Расчёт Просмотр О программе

Полётная масса, т	17	19	21	22.5
Крейсерская скорость полёта на H=6000 м (км/ч)	399	399	418	430
Характерные V горизонтального полёта (приборные)				
- минимально-теоретическая (км/ч)	175	185	194	201
- экономическая (км/ч)	212	224	236	244
- наиболее выгодная (км/ч)	248	262	275	285
- максимальная (км/ч)	449	447	444	442
Вертикальная скорость набора высоты у земли, режим номинальный, шасси и закрылки убраны (м/с)	9,4	7,9	6,8	6,0
Время набора H=6000 м при тех же условиях (мин)	15,3	17,4	21,9	28,5
Дистанция набора H=6000 м при тех же условиях (км)	78	89	116	158
Практический потолок при двух работающих двигателях (м)	10000	9000	8000	7300
Допустимый крен (°)	30	30	30	30
Скорость принятия решения (км/ч)	191	184	180	176
Скорость подъёма передней опоры (км/ч)	161	170	179	185
Скорость отрыва (км/ч)	173	183	192	199
Скорость уборки шасси (км/ч)	182	193	202	210
Безопасная скорость взлёта (км/ч)	196	207	217	225
Скорость начала уборки закрылков (км/ч)	238	245	251	255
Скорость окончания уборки закрылков (км/ч)	281	291	296	301

b

Рис. 2. Активне вікно програми General Performance в режимах введення польотної інформації (a) і перегляду результатів розрахунку (б)



Невід'ємною частиною контролю аеродинамічного стану є розрахунок льотних характеристик у польотній, злітній і посадковій конфігураціях, що проводиться модулями Un\_Cruise, Un\_Takeoff і Un\_Landing.

Розрахунку підлягають такі параметри:

- мінімально-теоретична, економічна, найвигідніша і максимальна швидкості горизонтального польоту;
- найвигідніша швидкість набору висоти;
- максимальна вертикальна швидкість набору висоти біля землі;
- час і довжина дистанції набору заданої висоти;
- практична стеля;
- швидкості ухвалення рішення, підйому передньої опори, відриву;
- швидкість збирання шасі;
- безпечна швидкість злету;
- швидкості початку і закінчення зміни положення механізації;
- градієнти набору висоти на етапах повного злету;
- довжина і час проходження дистанції розбігу;
- потрібна дистанція розбігу і повна злітна дистанція;
- швидкості виконання четвертого розвороту і заходу на посадку;
- швидкість закінчення вирівнювання і посадкова швидкість;
- швидкість притиснення передньої опори;
- довжина і час проходження дистанції пробігу;
- довжини дистанцій ділянок витримування і вирівнювання;
- посадкова і повна посадкова дистанції.

Для успішного використання програми необхідно володіти навиками роботи в операційних системах Windows 95, 98, 2000, NT. Для розрахунку аеродинамічних особливостей екземпляра ПС необхідно:

- у режимі введення даних увести відповідну польотну інформацію, зняту з осцилограми бортового реєстратора МСРП-12-96, що містить дані контрольного обльоту (рис. 2);
- установити початкові значення параметрів, що потрібні для виконання розрахунку вихідні дані, або значення, котрі установлені за замовчуванням;
- дати команду на виконання розрахунку й ознайомитися з його результатами в режимі перегляду даних.

Для виконання зазначених операцій використовуються відповідні команди або меню кнопки панелі інструментів. Час розрахунку знаходиться в прямій залежності від обсягу введеної польотної інформації і складає 5-15 с при тактовій частоті процесора 333 МГц.

### Список літератури

1. *Практическое* руководство по программированию / Б.Мик, П.Хит, Н.Рашби и др.: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 168 с.
2. *Сван Т. Delphi 4*. Библия разработчика: Пер. с англ. – К.; М.; СПб.: Диалектика, 1998. – 672 с.
3. *Фаронов В.В. Delphi 3*. Учебный курс. – М.: Нолидж, 1998. – 400 с.

Стаття надійшла до редакції 03.10.01.

УДК 533.601.15

Р.М. Павловський, канд. техн. наук,  
Є.П. Ударцев, д-р техн. наук,  
М.А. Орлов

## АЕРОДИНАМІКА БІПЛАНОВОГО МОДУЛЯ ВІТРОКОЛЕСА

*Наведено результати експериментальних досліджень моделі біпланового модуля вітроколеса типу ротора Дар'є у промисловій аеродинамічній трубі АТ-1 АНТК ім. О.К. Антонова при  $Re=0,55 \cdot 10^6$  у діапазоні експлуатаційних кутів атаки  $\beta = -30 \div 185^\circ$ . Показано перевагу біпланової компоновки тягового модуля над ізольованим крилом, що дозволяє зменшити габарити вітроенергетичної установки при рівній потужності.*

В останні роки у багатьох країнах світу значний розмах одержали роботи з використанням нетрадиційних джерел енергії, у тому числі енергії вітру.

Серед проектів вітроенергетичних установок (ВЕУ) значне місце займають ВЕУ з вертикальною віссю обертання вітроколіс. Перевагою ротора типу Дар'є над вітряками з горизонтальною віссю є незалежність його роботи від напрямку вітру.

З метою зменшення діаметра ротора типу Дар'є при фіксованій потужності ведуться наукові пошуки збільшення аеродинамічного навантаження тягових модулів. Один з таких напрямків пошуку – створення та відпрацювання біпланових тягових модулів.

Експериментальні дослідження аеродинамічних характеристик моделі тягового біпланового модуля проводили в аеродинамічній трубі АТ-1 АНТК ім. О.К.Антонова. Об'єкт досліджень являє собою модель біпланової коробки з двома однаковими вертикальними крилами висотою 1,33 м, площею по  $0,26 \text{ м}^2$ , з'єднаними двома горизонтальними перемичками для жорсткості коробки (рис. 1).

Вертикальні крила складені із симетричних профілів НАСА-0018, розташованих паралельно одне відносно другого на відстані 2,3 середньої аеродинамічної хорди крила.

Конструкцією моделі передбачена можливість продувок ізольованого одного вертикального крила в моноплановому варіанті.

З обох боків крил були вмонтовані імітатори гальмівних щитків (інтерцептори) з відносною довжиною – 80 % від висоти крила та відносною хордою – 15 % від хорди крила.

Аналіз одержаних результатів дослідження аеродинамічних характеристик моделі, проведених при  $Re=0,55 \cdot 10^6$  в діапазоні експлуатаційних кутів атаки  $\beta = -30 \div 185^\circ$  під час обертання модуля навколо вертикальної осі, дозволяє вказати на особливості аеродинамічних характеристик тягового модуля вітроенергетичної установки (рис. 2,3,4).

Повна конфігурація моделі тягового модуля та модель ізольованого вертикального крила характеризуються факторами, наведеними в табл. 1.

Порівнювання графіків  $C_z = f(\beta)$  повної конфігурації моделі біплана з ізольованим крилом показує, що на усьому діапазоні кутів атаки залежності  $C_z = f(\beta)$  якісно не відрізняються. При цих же умовах спостерігається значна відмінність залежностей  $C_z = f(\beta)$  в районі  $\beta = 55-125^\circ$ .

При  $\beta = 90^\circ$  коефіцієнт опору біплана ( $C_x = 0,51$ ) приблизно вдвічі менше коефіцієнта опору ізольованого крила ( $C_x = 1,15$ ). Це пояснюється тим, що при обдувці біплана під кутом атаки  $\beta = 90^\circ$  передне за напрямком течії повітря крило майже повністю затінить друге крило, що знаходиться позаду переднього.

Відповідні поляри демонструються на рис. 2. Значне погіршення аеродинамічних характеристик повної конфігурації моделі біпланового модуля та ізольованого крила спостерігається при обдувці зі сторони хвостиків профілів ( $\beta = 120-180^\circ$ ). Так, мінімальний коефіцієнт лобового опору при  $\beta = 180^\circ$  дорівнює  $C_x = 0,06$ , що майже у три рази вище мінімального коефіцієнта лобового опору цих моделей при  $\beta=0$ .

Дослідження двосторонніх гальмових щитків виявили високу їхню ефективність.

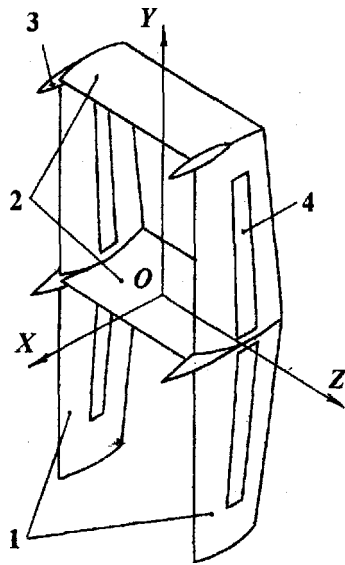


Рис. 1. Загальний вигляд тягового біпланового модуля вітроколеса:  
1 – вертикальні крила; 2 – горизонтальні крила-перемички; 3 – обтічники; 4 – гальмівні щитки

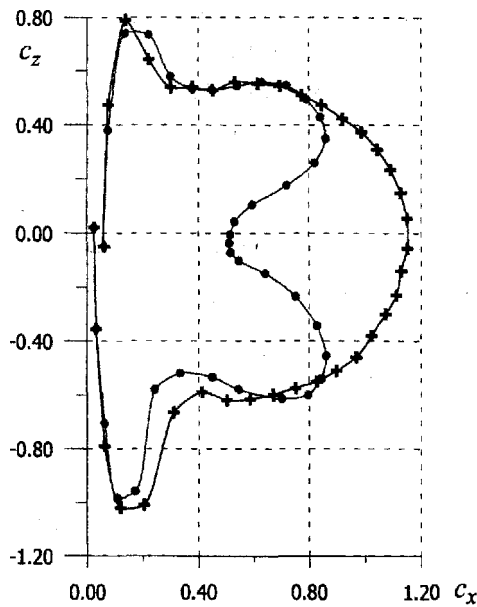


Рис. 2. Поляри біпланового модуля та ізолюваного крила:  
• – біплан; + – ізолюване крило

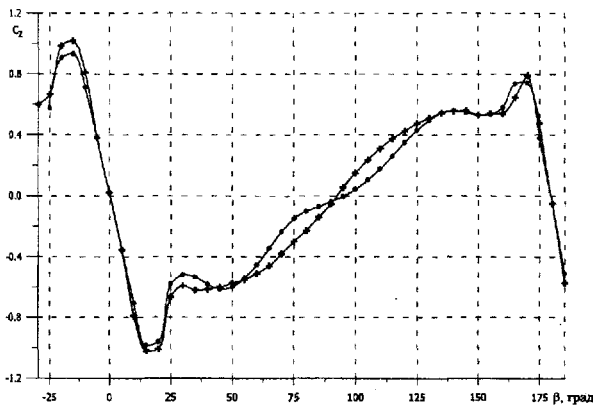


Рис. 3. Залежність коефіцієнта бокової сили від кута атаки:  
+ – ізолюване крило; • – біплан

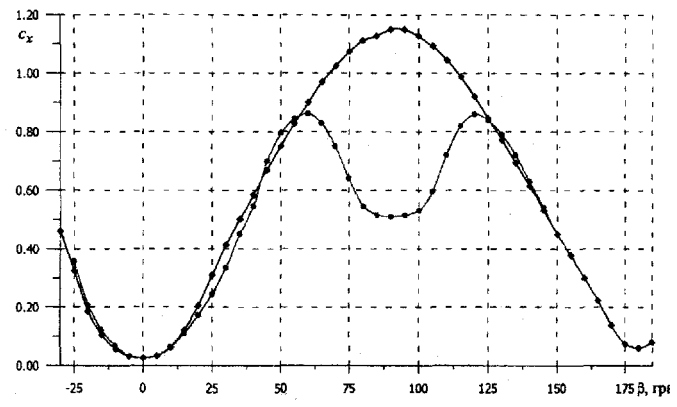


Рис. 4. Залежність коефіцієнта лобового опору від кута атаки:  
◆ – ізолюване крило; • – біплан

Таблиця 1

Аеродинамічні фактори	$\beta_{кр}^0$	$C_{zmax}$	$C_z^\beta$	$C_{xmax}$	$K_{max}$	$\beta_{кр}^0_{max}$
Повна конфігурація	18	1,01	0,074	0,0203	12,1	6,5
Ізолюване крило	17	1,04	0,079	0,0232	14,1	9,5

Мінімальний коефіцієнт лобового опору  $C_{xmin}$  при відхиленні гальмових щитків на кут  $60^\circ$  збільшився у 35 разів, а несучі властивості  $C_z^\beta$  зменшилися у 10 разів (табл. 2).

Таблиця 2

Аеродинамічні фактори	$C_{xmin}$	$C_z^\beta$
Без гальмових щитків ( $\delta_{щ}=0$ )	0,0203	0,074
З відхиленими гальмовими щитками ( $\delta_{щ}=60^\circ$ )	0,71	0,0074

Спостереження обтічності місць кріплення вертикальних та горизонтальних несучих елементів біплана за допомогою шовкових ниток виявили, що в цих місцях збільшена турбулізація течій повітря. У випадку практичного використання тягового модуля біпланового типу потрібно удосконалити місця з'єднання вертикальних та горизонтальних несучих крил шляхом відпрацювання геометрії хвостових обтічних елементів з метою зменшення шкідливого опору.

За даними проведеного дослідження похідна  $C_z^\beta$  не змінюється, а  $C_x$ , яка віднесена до площини біплана, також мало відрізняється в діапазоні робочих кутів атаки  $\beta = 20 \div 20^\circ$ . Динамічні похідні  $C_z^\beta, C_z^w, C_z^{\dot{w}}$  можуть бути більш сприятливі в біплановій схемі порівняно з монопланом. Горизонтальні перемички збільшують ефективне подовження, зменшуючи скіс потоку, що сприятливо позначиться на згаданих похідних.

Наведені результати статичних досліджень можна використовувати для оцінки енергетики коліс, які швидко обертаються в діапазоні кутів  $\beta = -25 \div 25^\circ$ . Дані для інших кутів  $\beta$  необхідні для інженерних розрахунків міцності вітроенергетичної установки (перекидального моменту).

Одержані дані дозволяють розрахувати аеродинамічні характеристики ортогонального біпланового вітроколеса з урахуванням моделювальних компонент профільного, індуктивного та інтерференційного опору, що не досягається в аналітичному моделюванні.

Метою наступних досліджень є питання про взаємодію лопатів зі слідом попередніх та про вплив нестационарності потоку на роботу вітроустановки. Представляє також інтерес взаємне розташування лопатів для зменшення індуктивного опору та вплив механізації для оптимізації азимутальних характеристик вітроустановки.

Одержані експериментальні дані достатні для проектування біпланових роторів вітроелектростанцій на стадії технічного проекту.

Стаття надійшла до редакції 24.10.01.

УДК 533.6.013

С.О. Іщенко, д-р техн. наук, Т.О. Семітківська

## КОНЦЕПЦІЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛЮВАЛЬНОГО КОМПЛЕКСУ ВИВЧЕННЯ ВПЛИВУ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ПОВІТРЯНОГО КОРАБЛЯ НА ЙОГО ЛЬОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

*Розглянуто використання математичних моделей повітряних кораблів для дослідження причин появи в них індивідуальних особливостей та ступеня їх впливу на льотні характеристики. Показано структуру універсальної математичної моделі та призначення окремих модулів, що забезпечує визначення індивідуальних льотних характеристик будь-якого типу повітряного корабля.*

Наявність індивідуальних особливостей (ІО) повітряних кораблів (ПК) є складною авіаційною проблемою.

Індивідуальні особливості викликають зміну експлуатаційних обмежень, що гарантують безпеку польотів, призводять до збільшення темпу відпрацювання ресурсу і зниження паливної ефективності ПК [1; 2]. Ця вимагає глибокого й всебічного вивчення впливу ІО на зміну льотно-технічних характеристик (ЛТХ) та характеристик стійкості і керованості (ХСК) екземпляра ПК. Одним із загальноприйнятих методів дослідження впливу ІО на зміну ЛТХ та ХСК ПК є обчислювальний експеримент. Переваги математичного моделювання перед іншими методами дослідження обумовлюються, насамперед, такими його властивостями:

– безпека – математичні моделі (ММ) дозволяють імітувати польоти ПК як у середині, так і за межами експлуатаційного діапазону параметрів польоту;