УДК 519.85:629.7.01(045)

А.С. Климова

ЧИСЛОВІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

НАУ, кафедра комп'ютерних інформаційних технологій, e-mail: asia@kar.net

Розглянуто числові методи пошуку екстремуму в задачах багатокритеріальної оптимізації. Подано результати досліджень можливостей і досвіду використання числових методів при оптимальному проектуванні складних технічних систем.

Вступ

Розв'язати сучасну складну оптимізаційну задачу навіть за наявності детального математичного опису можливо з використанням числових методів [1].

Інтенсивні роботи зі створення числових методів розв'язання задач оптимального керування почалися в кінці п'ятдесятих років двадцятого століття. Ці дослідження були зумовлені двома причинами. По-перше, у цей час вже були впроваджені перші ЕОМ, що надали широкі можливості для реалізації числових методів, по-друге, розвиток складних технічних систем (СТС), питання конструювання й проектування ракет, літаків і багатьох інших технічних виробів призвели до необхідності розв'язання різноманітних задач оптимального проектування.

Поняття оптимального розв'язання – пряме узагальнення поняття екстремальної точки числової функції. Специфіка використання числових методів пошуку екстремуму в задачах багатокритеріальної оптимізації полягає в тому, що критерії оптимальності можуть бути досить складними функціями, що володіють "поганими" властивостями (відсутністю похідних у деяких точках, розривністю, сильною яружністю). Критерії можуть бути функціями, які не виражаються аналітично.

Якщо при оптимізації векторна задача замінюється параметричною сім'єю скалярних задач, то доводиться розв'язувати задачу параметричного програмування.

Ці особливості призводять до того, що при алгоритмічній реалізації методу розв'язання задачі доводиться підбирати відповідний числовий метод пошуку екстремуму критеріальної функції. При цьому не існує універсального методу, придатного на всі випадки, і вибір методу зумовлений класом багатокритеріальних задач, які передбачається розв'язувати.

Розумною спробою досягти деякої універсальності при розробці програмного забезпечення для розв'язання багатокритеріальних задач є спроба надати користувачеві можливість вибору з декількох числових методів пошуку екстремуму.

Постановка задачі оптимального проектування

При проектуванні СТС значна кількість задач належить до оптимізаційного класу [1]. У цих задачах мета процесу оптимізації може бути виражена як функція F (цільова) певної кількості проектних параметрів $F=f(x_i)$, $i=1,...,n$.

На практиці на окремі параметри або їх комбінацію часто накладається низка обмежень.

Тоді задача оптимізації визначається як вибір значень x_i з урахуванням обмежень, що мінімізують (максимізують) цільову функцію. Для розв'язання задачі необхідно:

– визначити критерій оптимізації – функцію F;

– вибрати параметри x_i ,$i=1,...,n$, що істотно впливають на функцію F;

– побудувати математичну модель для функції $F = f(x_i)$, яка найближче відображає дійсний вплив кожного параметра на цільову функцію і забезпечує найбільшу простоту процесу оптимізації;

– визначити обмеження за критерієм;

– математично описати всі обмеження на окремі параметри (їх комбінацію), наприклад, у вигляді рівності

$\Psi_j(x_i)=B,\ j=1,...,n$

або у вигляді нерівностей

$x^H{}_i \le x_i \le x^B{}_i$,

де $x^H{}_i$, $x^B{}_i$ – допустимі верхні і нижні межі зміни параметра.

Обмеження можуть бути накладені на комбінацію параметрів $E_k(x_i)$:

$C^H{}_k \le E_k(x_i) \le C^B{}_k$, $k=1, \ldots, p$.

Ці обмеження визначають допустиму область зміни проектних параметрів X, яка визначається:

$X_{доп}=\{X/g_j(X)\le 0, j=1,\ldots,m\}$,

де $g_j(X)$ – обмеження.

Будь-який вектор $X\in X_{доп}$ визначає допустимий варіант проекту, а їх сукупність – допустиму область зміни проектних параметрів. Припустимо, що в цій області може існувати проект, параметри якого визначають екстремум (для визначеності мінімуму) цільової функції F.

Тоді задача оптимального проектування формулюється так: знайти вектор проектних параметрів $X^*=(x_1, x_2,..., x_n)$, відповідний мінімуму величини критерію оптимальності при виконанні системи нерівностей

$$\min F(X);\ X\in X_{доп}; \tag{1}$$

$X_{доп}=\{X/g_j(X)\leq 0, j=1,\ldots,m\}$.

Запис (1) означає, що підмножина проектних параметрів $X_{доп}$ n-вимірного евклідового простору E^n складається з векторів $X=(x_1, x_2,\ldots,x_n)$, для яких виконуються задані обмеження. Задача (1) відповідає найбільш складній задачі знаходження умовного екстремуму багатопараметричної функції і є типовою при оптимізації технічного вигляду СТС.

Окремим випадком задачі (1) є задача знаходження екстремуму дійсної функції n дійсних змінних, що не містять обмежень

$$\min F(X);\ X\in E^n. \tag{2}$$

Простою задачею оптимізації є задача пошуку екстремуму дійсної функції дійсної змінної в заданих межах її зміни

$\min F(X);\ a\leq x\leq b$,

де a, b – задані межі зміни змінної.

У практиці проектування СТС є задачі оптимізації одночасно за декількома показниками якості, наприклад, набути якнайкращих значень для декількох характеристик літака (максимізувати дальність польоту, мінімізувати потрібну довжину злітно-посадкової смуги і злітну масу літака). Як правило, показники якості (критерії) суперечливі й оптимізація за кожним із них призводить до різних значень проектних параметрів X.

У тих випадках, коли не вдається знайти узагальнений показник якості, що містить вказані частинні показники, виникає задача багатокритеріальної оптимізації.

Ідеальним у такому разі є розв'язок, за яким усі критерії набувають своїх екстремальних значень.

Цей варіант системи і є оптимальним. Як правило, оптимальні системи, знайдені при розв'язанні задачі оптимізації за кожним із критеріїв якості окремо, не збігаються, тому виникає задача вибору такого розв'язку, за яким кожний з критеріїв набуває можливо кращого значення без витрати якості системи за іншими критеріями.

Унаслідок цього оптимальним розв'язком щодо сукупності показників якості може бути в загальному випадку тільки деякий компромісний розв'язок для векторного критерію

$F(X)=[F_1(X),..,F_т(X)]$,

де $F_1,F_2,\ldots,F_m$ – функції проектних параметрів $X\in X_{доп}$.

Задача оптимального проектування в разі мінімізації критерію полягає в знаходженні вектора проектних параметрів:

$$X^*\in \arg\min_{X\in X_{\text{äîï}}} F(X);$$

$$\arg\min_{X\in X_{\text{äîï}}} F(X)=\{X\in X_{\text{äîï}}\ \big|\ F(X)=$$

$$=\min_{X'\in X_{\text{äîï}}} F(X')\}.$$

Такий розв'язок називають областю компромісів, оптимальних за Парето.

Оптимальність означає, що не можна більше поліпшити значення одного з частинних критеріїв, не погіршуючи значення хоч би одного з інших.

Аналіз числових методів розв'язання задачі оптимального проектування

На сьогодні розроблено і досліджено велику кількість методів мінімізації (максимізації) функцій [1–8].

Використання будь-якого методу оптимізації припускає задоволення певних вимог функції, що оптимізується, наприклад, безперервна диференційованість функції (градієнтні методи), опуклість функції, її області визначення (методи проекції субградієнта), методи високого порядку збіжності потребують обчислення других похідних і т.д. Крім того, існують ще проблеми чутливості до похибок обчислення і великої розмірності.

Можна виділити декілька різних напрямів у розробці числових методів, що істотно відрізняються один від одного.

Прямі методи [1–8] засновані на спуску в просторі керування, варіаціях в просторі станів, докладному викладенні числових схем, що йдуть від теорії оптимального керування, методах нелінійного програмування.

Важливість методів розв'язання задачі (2) полягає в тому, що алгоритми мінімізації з обмеженнями будуються на підставі алгоритмів мінімізації без обмежень.

Крім цього, задачу оптимізації з обмеженнями часто розв'язують перетворенням її в задачу оптимізації без обмежень.

Розв'язання задачі безумовної оптимізації в загальному вигляді утруднене. Тільки в разі опуклості цільової функції можна знайти оптимальний розв'язок X^*, виконавши необхідну умову оптимальності: рівність нулю градієнта функції, тобто $\nabla F(X^*)=0$.

У більшості практичних задач опуклість або не відбувається, або не піддається перевірці.

У цьому разі для розв'язання задачі рекомендується вибрати декілька початкових точок пошуку і потім узяти саму нижчу зі всіх кінцевих. Такий підхід рекомендується для будь-якого алгоритму оптимізації з обмеженнями і без них, коли умови, що гарантують мінімум, або не виконуються, або перевіряються з утрудненнями.

В основі числових методів розв'язання задачі (2) лежать процедури систематичного отримання послідовності векторів, тобто точок $X^0, X^1,..., X^k$ в E^n, таких, що

$F(X^0)>F(X^1)>...F(X^k)$

й оцінки їх ефективності при локалізації точок мінімуму (методи спуску).

Використовуючи будь-яку наявну інформацію про поведінку функції $F(X)$, вибирають початкову точку X^0 якомога ближче до точки мінімуму, напрям розташування наступних точок і величину кроку у вибраному напрямі. Послідовність X^k підкоряється умові

$X^{k+1}=X^k - t^{k\,k}, k = 0,1,\ldots,$

де d^k – напрям; $|t^k d^k|$ – величина кроку.

Якщо d^k нормалізоване $|d^k| =1$, то величина кроку буде $|t^k|$.

Змінюючи процедуру вибору d^k і t^k, можна варіювати методи спуску.

Залежно від способу вибору напряму чергового кроку методи спуску підрозділяють на методи нульового (прямі), першого (градієнтні) і другого порядку.

Вибір величини кроку визначає ефективність пошуку екстремуму і кількість ітерацій, від якого залежать витрати машинного часу.

Прямі методи і методи, що використовують значення похідних, відрізняються вибором напряму пошуку.

У градієнтних методах напрям руху на кожному кроці збігається з антиградієнтом функції.

Точка X^{k+1} вибирається відносно до X^k в напрямку r^k, тобто

$X^{k+1}=X^k - tr^k,$

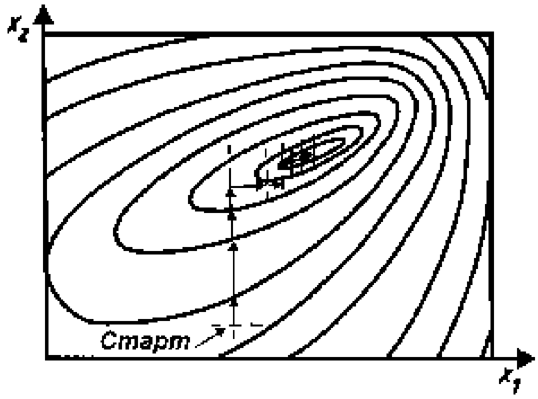
де t – деяка позитивна скалярна величина (крок пошуку); r^k – $\nabla F(X^k)$ градієнт функції $F(X)$ в довільній точці X^k.

Підбираючи величину t, можна забезпечити виконання умови

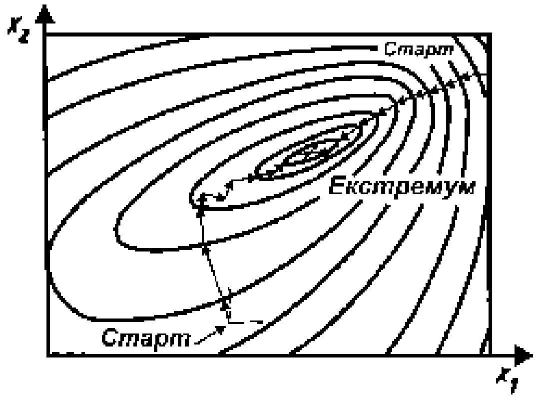
$F(X^{k+1})<F(X^k)$.

Залежно від способу вибору кроку t розрізняють методи градієнтного і найшвидшого спуску.

У градієнтному методі задають крок достатньо малої величини і обчислюють градієнт на кожному кроці (рис. 1, *б*), що може призвести до надмірно великих витрат машинного часу.



а



б

Рис. 1. Графічна інтерпретація методів пошуку екстремуму:
а – прямі методи; *б* – градієнтні методи

У методі найшвидшого спуску (рис. 2) величину кроку вибирають оптимальною, розв'язуючи задачу одновимірної мінімізації з умови

$F(X^k - t\nabla F(X^k)) = \min F(X^k - \nabla tF(X^k)),$

якщо $t \geq 0$.

У цьому методі не потрібне обчислення градієнта на кожному кроці.

Новий напрям вибирається лише за умови, що при колишньому напрямі цільова функція більше не поліпшується, що призводить до виграшу машинних операцій.

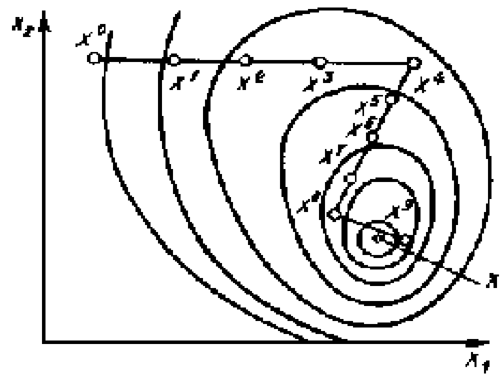


Рис. 2. Метод найшвидшого спуску

ISSN 1813-1166. Вісник НАУ. 2006. №1

До градієнтних методів належать ефективний метод пов'язаних напрямів (градієнтів).

Процес пошуку екстремуму припиняється, якщо для всіх компонентів вектора градієнта $\nabla F(X^k)$ виконуються умови

$$\left|\frac{\partial F(X^k)}{\partial x_j}\right| \le \delta, j = \overline{1,n},$$

де δ – наперед задане число, що характеризує точність мінімуму.

Істотним недоліком градієнтних методів є їх слабка збіжність, якщо оптимум лежить в "яру" або на довгому вузькому "гребені" (рис. 3).

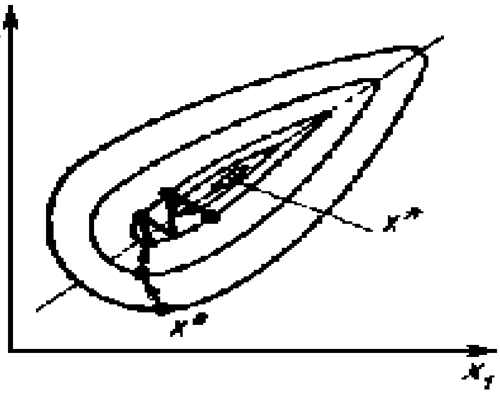


Рис. 3. Пошук уздовж "яру"

У цьому разі траєкторія характеризується достатньо повільним зигзагоподібним рухом уздовж "яру" або "гребеня" до точки мінімуму.

Найбільшою універсальністю і надійністю з погляду вимог до цільової функції володіють прямі методи безумовної оптимізації. Вони малочутливі до похибок обчислень, не використовують обчислення похідних або їх апроксимацій.

У разі неможливості обчислення градієнтів складної функції числовими методами, або для цього необхідно більше машинного часу, чим для обчислення значень функцій у необхідній кількості точок для відшукання мінімуму, такі методи є єдино можливими методами. Це може відбуватися, якщо функція має розриви безперервності або задається системою рівнянь, що належать до різних підсистем деякої системи.

Особливість прямих методів – їх евристичний характер, відсутність строгого обґрунтування і необхідність експериментальної перевірки збіжності та ефективності методів шляхом розв'язання конкретних задач.

Найбільш відомі методи цієї групи – метод покоординатного спуску, метод конфігурацій, метод багатогранника, що деформується (Нелдера–Міда), метод Розенброка і метод Пауела.

Суть методу покоординатного спуску полягає в послідовній мінімізації цільової функції за окремими змінними.

Метод не забезпечує відшукання екстремуму функції за один цикл і малоефективний при мінімізації функцій "ярів". Його застосування доцільне в комбінації з іншими методами.

У методі конфігурацій для вибраної початкової точки X^0 шляхом зміни однієї або декількох значень компонент вектора X^0 обстежується її окіл (рис. 1, *а*).

У цьому методі знаходиться напрям "яру" цільової функції і відновлюється напрям руху вздовж нього, коли внаслідок викривлення "яру" встановлена раніше конфігурація втрачається.

Метод враховує обмеження, що накладаються як на окремі змінні, так і на область пошуку, наприклад, нерегулярні межі й ізольовані заборонені області. Недолік методу – можливість припинення пошуку поблизу локального мінімуму.

Метод Нелдера–Міда є модифікацією методу конфігурацій.

Функція n змінних $F(X)$ мінімізується з використанням $(n+1)$ вершин деякого багатогранника в просторі цих змінних R^n. Вершина (точка) у змінній R^n, в якій значення $F(X)$ максимальне, проектується через "центр тяжіння" вершин, що залишилися.

Поліпшені (нижчі) значення функції знаходяться послідовною заміною точки з максимальним значенням $F(X)$ на точки з меншим значенням функції, поки не буде знайдений мінімум.

У методі Розенброка (модифікований метод покоординатного спуску) для подолання складнощів пошуку мінімуму за наявності вузьких "ярів" використовується процедура повороту ортогональних координатних осей так, щоб одна з них збігалася з напрямом "яру".

Траєкторія пошуку екстремуму за цим методом показана на рис. 4.

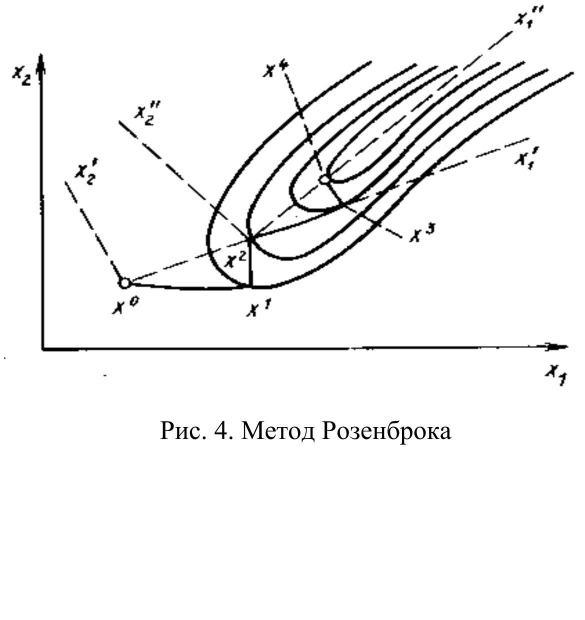


Рис. 4. Метод Розенброка

У методі Пауела пошук екстремуму проводиться вздовж пов'язаних напрямів за вдосконаленою процедурою лінійного пошуку, що дозволяє відшукувати глобальний оптимум.

Методи розв'язання багатокритеріальних задач почали розвиватися в рамках математичного, особливо лінійного програмування. Перші результати використання цих методів були досягнуті при розв'язанні задачі (1), в якій і цільова функція, і обмеження є лінійними функціями параметрів.

Важлива властивість задачі лінійного програмування – опуклість функції допустимої множини, тобто, якщо для будь-яких двох точок $X' \in X$ і $X'' \in X$ справедлива нерівність

$$F[X' - \lambda(X''-X')] \le F(X')+\lambda[F(X'') - F(X')] \qquad (3)$$

для $0 \le \lambda \le 1$.

Множина X опукла, якщо з умов $X' \in X$ і $X'' \in X$ випливає

$$X=X' + \lambda(X''-X') \in X, \text{ де } 0 \le \lambda \le 1. \qquad (4)$$

Для розв'язання задачі, якщо вона не вироджена, за умов (3), (4) досить застосувати необхідні умови оптимальності.

Задачі лінійного програмування залежно від кола вирішуваних задач діляться на загальні (симплексний метод) і спеціальні (лінійних галужень, розподільний та ін.).

Симплексний метод дозволяє за кінцевою кількістю ітерацій знаходити оптимальний розв'язок переважної більшості задач.

Тип використовуваних обмежень (рівність або нерівності) не позначається на можливості застосування вказаного алгоритму. Додаткової перевірки на оптимальність для одержуваних розв'язків не треба.

Особливий клас задач математичного програмування складають задачі дискретного програмування, в яких змінні – цілі (дискретні) числа й область допустимих розв'язків неопукла і незв'язана. Для цих задач розроблено спеціальні методи, наприклад, метод відтинання (Гоморі), заснований на застосуванні симплекс-методу, в якому не враховується дискретність змінних. Якщо одержаний розв'язок недискретний, уводять додаткове обмеження, що відтинає частину області допустимих розв'язків разом з одержаним оптимальним розв'язанням, що не містить жодної цілочислової точки.

У звуженій допустимій області знову шукають оптимальне рішення до тих пір, поки рішення не відповідатиме вимогам дискретності.

Числові методи, побудовані на підставі динамічного програмування [7; 8] – це окремий клас обчислювальних методів розв'язання задач математичного програмування. У них задача мінімізації функції багатьох змінних зводиться до послідовного (поетапного) розв'язання задач мінімізації функції однією змінною згідно з такою схемою:

$$\min_{x_1, x_2, \dots, x_n} F(x_1, x_2, \dots, x_n) =$$

$$= \min_{x_1} \left\{ \min_{x_2} \left[\dots \min_{x_n} F(x_1, x_2, \dots, x_n) \right] \right\}.$$

Ці методи ефективні при розв'язанні задач оптимізації дискретних багатостадійних процесів, для яких критерій оптимальності задається як адитивна функція критеріїв оптимальності окремих стадій.

Обчислювальні машини повинні мати достатній обсяг пам'яті для зберігання проміжних результатів, поданих у табличній формі.

Для задач нелінійного програмування розроблено методику оптимізації, в якій цільова функція і обмеження є поліномами ненегативних змінних x_i з позитивними коефіцієнтами:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{k} p_i(X),$$

$$p_i(X) = c_i x_1^{a_{i1}} x_2^{a_{i2}} \dots x_n^{a_{in}}, \quad c_i > 0, \; x_j > 0, j = 1, \dots, n,$$

де показники ступеня $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ – дійсні числа.

Найбільший інтерес для проектувальника являють собою способи розв'язання задачі нелінійного програмування з обмеженнями (1), для розв'язання якої існує два підходи.

Перший підхід заснований на безпосередньому обліку обмежень і лежить в основі методів можливих напрямів (Зойтендейка), проектного градієнта, апроксимуючого лінійного програмування, другий – на перетворенні задач з обмеженнями до простіших задач без обмежень. Такий підхід досягається заміною змінних або видозміною цільової функції за допомогою деяких функцій обмежуючих рівнянь і лежить в основі методу штрафних функцій.

Основна ідея методу полягає в зведенні задачі на умовний екстремум до послідовності задач безумовної оптимізації шляхом використання функцій штрафів, тобто задача умовної оптимізації зводиться до еквівалентної задачі безумовної оптимізації перетворенням цільової функції.

Нова цільова функція $F'(X)$ утворюється шляхом додавання до цільової функції $F(X)$ функції штрафу, складеної з обмежуючих умов так, що наближення до межі допустимої області призводить до різкого збільшення нової цільової функції, тобто порушення обмежень штрафується погіршенням $F'(X)$.

Розрізняють два типи алгоритмів розв’язання задач методом штрафних функцій: алгоритм внутрішньої і зовнішньої штрафної функції.

За першим алгоритмом пошук оптимуму починається з допустимої області та його траєкторія повністю лежить усередині цієї області. Це досягається при утворенні нової цільової функції вигляду

$$F'(X) = F(X) + R_k \sum_{i=1}^{m} 1/g_i(X),$$

де $R_k>0$ – ваговий коефіцієнт.

При наближенні (зсередини) до допустимої межі який-небудь з елементів вектора обмежень прагне до нуля, а отже, функція штрафу наближається до нескінченності. Недоліками алгоритму є необхідність вибору початкової точки всередині області існування і непридатність його при обмеженнях у вигляді рівності.

За другим алгоритмом пошук починається з будь-якої точки, що знаходиться позадопустимою областю. Функція штрафу вибирається так, щоб значення нової цільової функції в допустимій області точно або приблизно дорівнювали значенням початкової, а поза нею – істотно перевершували значення $F(X)$.

Нова цільова функція набуває вигляду

$$F'(X) = F(X) + R_k \sum_{i=1}^{m} \partial_i g(X);$$

$$\delta_i = \begin{cases} 0, \text{ÿêùî} \quad g(X) \le 0; \\ 1, \text{ÿêùî} \quad g(X) > 0. \end{cases}$$

Величина штрафу залежить від вибору вагового коефіцієнта R_k. Чим він більший, тим ближче $F(X)$ до $F'(X)$, тим точніше розв’язок.

Збільшення R_k веде до зростання ролі помилок рахунку й ускладнення пошуку екстремуму, тобто введення штрафу "скривлює" цільову функцію, утворюючи двосторонній "яр" за обмежень у вигляді рівності та односторонню "кручу" для обмежень у вигляді нерівностей. Тому обмеження у вигляді нерівностей переважно при розв’язанні задачі методом штрафних функцій. Розглянутий метод зазвичай застосовують для отримання наближених розв’язків при невеликих значеннях вагових коефіцієнтів R_k.

У методі можливих напрямів цільову функцію мінімізують як функцію без обмежень до тих пір, поки не зустрінуться обмеження. Потім знаходять допустимий (можливо) напрям пошуку S^k, що дозволяє зменшити функцію, не порушуючи обмежень. Нову точку визначають зі співвідношення

$$X^{k+1} = X^k h^k + h^k S^k.$$

Точка X^{k+1}, а отже, і напрям S^k будуть допустимими, якщо виконується умова

$$\frac{\partial g^{\grave{O}}(X^k)}{\partial X} S^k \le 0. \qquad (5)$$

Вирішуючи задачу

$$\min \nabla F^T(X^k) S^k \qquad (6)$$

за умови (5), визначають вектор допустимих напрямів S^k, уздовж якого цільова функція має найбільшу швидкість убування.

Величину кроку h^k уздовж вибраного напряму можна визначити, вирішуючи задачу однопараметричної мінімізації:

$$F(X^k + h^k S^k) = \min F(X^k + hS^k);$$

$$g(X^k + hS^k) \le 0,\ h \le 0.$$

Перевагою методу є його універсальність, недоліком – неможливість урахування обмежень у вигляді рівності і великий обсяг обчислень на кожній ітерації.

У методі проектного градієнта (модифікація методу можливих напрямів) при попаданні точки X^k в область обмеження допустимий напрям пошуку S^k визначають не за допомогою розв’язання задачі (6), а проектуванням антиградієнта $-\nabla F(X^k)$ на багатогранник, що є лінійною апроксимацією допустимої множини поблизу точки X^k. Це дозволяє враховувати обмеження як у вигляді нерівностей, так і рівності.

Методи апроксимуючого лінійного програмування полягають у зведенні задачі нелінійного програмування до задачі лінійного програмування шляхом заміни нелінійної цільової функції і функції обмежень послідовністю апроксимуючих лінійних функцій.

В одних алгоритмах мета досягається використанням лінійної інтерполяції нелінійних функцій, в інших – розкладанням в ряд Тейлора в околі точки X^k.

Під час розв’язання задач оптимального проектування стикаються з числовими методами, побудованими на підставі геометричного програмування, які являють собою метод розв’язання спеціального класу задач нелінійного програмування. У цих задачах критерій оптимальності і обмеження задаються у вигляді позиномів (суми добутку степеневих функцій від незалежних змінних).

Деякі задачі нелінійного програмування можна звести до вказаного вигляду, використовуючи уявлення апроксимації для цільових функцій і обмежень.

Розглянуті методи оптимізації застосовують під час дослідження невипадкових (детермінованих) функцій і процесів, проте в практиці проектування доводиться розв'язувати задачі оптимізації, в яких необхідно враховувати випадкові чинники. Такі задачі розв'язують методами стохастичного програмування, за якими розглядають математичні сподівання величин і зводять стохастичну задачу до детермінованої, або використовують лінійне програмування для розв'язання стохастичних задач.

Ці методи застосовують, аналізуючи моделі, що описують конфліктні ситуації.

Висновок

Досвід показує, що не існує універсального методу, який можна успішно застосовувати до широкого кола практичних задач оптимального проектування СТС.

Постановка задачі і математична модель об'єкта оптимізації дозволяють відкинути деякі методи як неприйнятні.

Методи розв'язання різні для задач зі слабкою нелінійністю і з малою кількістю змінних і задачь з різко вираженою нелінійністю з малою і великою кількістю змінних задач з одним екстремумом і з багатьма локальними екстремумами.

Проте вибір залишається чималим, і, щоб його зробити, необхідно володіти достатньою кваліфікацією, тобто добре розуміти як фізичну суть задачі, так і особливості алгоритму оптимізації. Концепція застосування програм оптимізації за принципом "чорного ящика" може призвести до результатів розв'язку, вельми далеких від оптимальних [1].

Найкращим шляхом при виборі методу оптимізації, найбільш придатного для розв'язання відповідної задачі, слід визнати дослідження можливостей і досвіду застосування різних методів оптимізації.

Література

1. *Егер С.М., Лисейцев Н.К.* Основы автоматизированного проектирования самолетов. – М.: Машиностроение, 1986. – 232 с.

2. *Моисеев Н.Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1971. – 288 с.

3. *Полак Э.* Численные методы оптимизации. Единый подход. – М.: Мир, 1974. – 376 с.

4. *Ермольев Ю.М., Гуленко В.П., Царенко Т.И.* Конечно-разностный метод в задачах оптимального управления. – К.: Наук. думка, 1978. – 240 с.

5. *Пропой А.И.* Элементы теории оптимальных дискретных процессов. – М.: Наука, 1973. – 255 с.

6. *Табак Д., Куо Б.* Оптимальное управление и математическое программирование – М.: Наука, 1975. – 279 с.

7. *Беллман Р.* Динамическое программирование и современная теория управления. – М. : Наука, 1975. – 118 с.

8. *Беллман Р.* Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1976. – 352 с.

Стаття надійшла до редакції 10.02.06.

Рассмотрены численные методы поиска экстремума в задачах многокритериальной оптимизации. Представлены результаты исследований возможностей и опыта использования численных методов при оптимальном проектировании сложных технических систем.

There are offered some numeral methods of functions exstremum search for the multicriterial optimization tasks decision. The researches, using experience and possibilities results at the compound technical system optimum planning are presented.