

УДК 534.015.1:62–226

¹А.П. Зіньковський, д-р техн. наук²В.В. Астанін, д-р техн. наук³Р.І. Дроздов

УРАХУВАННЯ СУХОГО ТЕРТЯ ПРИ АНАЛІЗІ КОЛИВАНЬ ПАРНИХ ЛОПАТОК З РОЗЛАДОМ ЧАСТОТ

¹Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАН України^{2,3}НАУ, кафедра механіки, e-mail: astanin@nau.edu.ua

Наведено результати обчислювальних експериментів з визначення впливу сухого тертя, обумовленого зсувом контактуючих поверхонь, на формування коливань парних лопаток за наявності розладу їх частот. Показано, що сухе тертя порівняно з в'язким якісно не змінює характер залежностей резонансних амплітуд коливань від розладу частот лопаток, а лише обумовлює деякі кількісні поправки.

Вступ

Однією із головних задач при створенні сучасних газотурбінних двигунів є забезпечення вібраційної міцності лопаткового апарата робочих коліс.

Як правило, це досягається за рахунок створення таких умов, що забезпечують максимальне демпфірування коливань лопаток, які виникають у процесі експлуатації двигунів.

Ефективним способом вирішення цієї задачі є конструкційний гістерезис, зумовлений роботою сил тертя в різного роду з'єднаннях. Стосовно до робочих лопаток це відбувається в з'єднаннях лопаток з диском і між собою, зокрема, у полочному бандажуванні [1].

Наочно таке явище ілюструється на прикладі попарно бандажованих лопаток зі складеним хвостовиком (рис. 1), які використовуються в деяких конструкціях газових турбін.

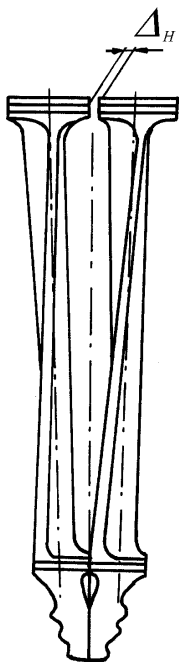


Рис. 1. Попарно бандажовані лопатки

У робочих умовах під дією відцентрових сил відбувається притиснення половинок хвостовика та бандажних полук. Оскільки умови експлуатації такі, що вони не перешкоджають відносному проковзуванню контактуючих поверхонь половинок хвостовика і бандажних полиць, то при циклічному деформуванні лопаток відбувається розсіювання енергії.

Отже, бандажне і замкове з'єднання є природними конструкційними демпферами коливань, унаслідок чого використання складеного ялинкового хвостовика і попарного бандажування лопаток у конструкціях газових турбін розглядається як один з ефективних способів зниження вібронпруженості лопаткового апарата робочих коліс. Однак за деяких умов можливе виникнення небезпечних антифазних режимів коливань, які характеризуються значним зростанням вібронпруженості лопаток.

Робочі колеса турбомашин, що проектується як системи з конструктивною поворотною симетрією, з різних конструктивно-технологічних причин характеризуються неминучими відхиленнями від ідентичності та послідовності розташування однотипних елементів лопаток. Це явище, яке проявляється в неідентичності пружних, інерційних і дисипативних характеристик лопаток, називають розладом лопаток.

Так, однотипні лопатки, внаслідок технологічних допусків на їх виготовлення мають дещо різні геометричні характеристики, такі, як розміри поперечного перерізу і бандажних полиць, кути установки, форми поверхні та інші, що зумовлює так звану геометричну неоднорідність лопаткового вінця. Крім того, лопатки можуть мати дещо різні механічні характеристики матеріалу. Оскільки пружні та інерційні характеристики лопатки визначають її власну частоту коливань, то асиметрію вінця інтегрально характеризують розладом частот та неоднаковістю характеристик

демпфірування коливань лопаток.

Як відзначається в праці [2], при вивченні коливань робочих коліс обов'язковим є врахування можливого порушення їх симетрії.

На підставі результатів виконаних розрахунково-експериментальних досліджень встановлено, що незалежно від умов спряження лопаток по бандажних полицях унаслідок розладу їх частот і особливостей дисипативного зв'язку можливе виникнення небезпечних антифазних коливань, які характеризуються значним зростанням вібронапруженості лопаток порівняно з синфазними коливаннями [3; 4].

Амплітуди таких коливань при резонансі внаслідок зменшення відносного проковзування і відповідно різкого зниження демпфірувальної здатності пари лопаток перевищують амплітуди синфазних коливань настроєної системи в три і більше разів.

Аналіз схем циклічного деформування бандажованих лопаток показує, що в робочих умовах реалізуються такі типові стани зв'язку лопаток:

- гарантований натяг полок ($\Delta_i < 0$), при якому взаємні зміщення поверхонь контакту відсутні;
- гарантований натяг полок ($\Delta_i < 0$), при якому взаємні зміщення поверхонь контакту носять розвинутий характер, а відносно розсіювання енергії залежить від амплітуди зміщень;
- зазор між полками ($\Delta_i > 0$), зв'язок між лопатками відсутній [5].

У кожному із зазначених станів система близька до лінійної. Відносні зміщення контактуючих поверхонь бандажних полиць або половинок хвостовика зумовлюють втрати енергії на тертя, що і визначає переважно демпфірувальну здатність лопаток.

Для проведення обчислювальних експериментів була розроблена дискретна модель парних лопаток з використанням гіпотези в'язкого тертя, що відповідає амплітудно-незалежному відносному розсіюванню енергії для опису гістерезисних втрат у матеріалі пера лопаток та їх бандажному і замковому з'єднаннях.

Така модель дозволяє описати вказані можливі стани взаємодії сумісних лопаток. Однак відкритим залишається питання впливу набутих спрощень, пов'язаних з використаною моделлю, тертя на кількісні результати оцінки вібронапруженості об'єкта дослідження, оскільки як гістерезисні втрати в матеріалі, так і конструкційний гістерезис у бандажному і замковому з'єднаннях зумовлюють істотну залежність відносного розсіювання енергії від амплітуди деформації (переміщення) та різний характер залежності кожного з цих видів втрат енергії від амплітуди

деформації (переміщення).

Зокрема, для механічної системи, що розглядається, розсіювання енергії, зумовлене зсувом контактуючих поверхонь, описується моделлю сухого тертя.

Мета цієї роботи – уточнення розрахункової моделі пари лопаток і визначення впливу сухого тертя на закономірності її резонансних коливань.

Уточнена розрахункова модель пари лопаток та алгоритм розв'язку

Пара лопаток розглядається як регулярна система двох однотипних елементів (підсистем).

Коливання раніше запропонованої дискретної моделі пари лопаток (рис. 2) при синфазному їх збудженні описуються системою диференціальних рівнянь [1]:

$$M_1 \ddot{x}_1 + d_1 \dot{x}_1 + d_s (\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + k_1 x_1 - k_s (x_2 - x_1) = F_0 \sin vt ; \quad (1)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 + d_2 \dot{x}_2 + d_s (\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + k_2 x_2 + k_s (x_2 - x_1) = F_0 \sin vt ,$$

де $d_s (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)$ – сила в'язкого тертя внаслідок проковзування контактуючих поверхонь відносно одна одної.

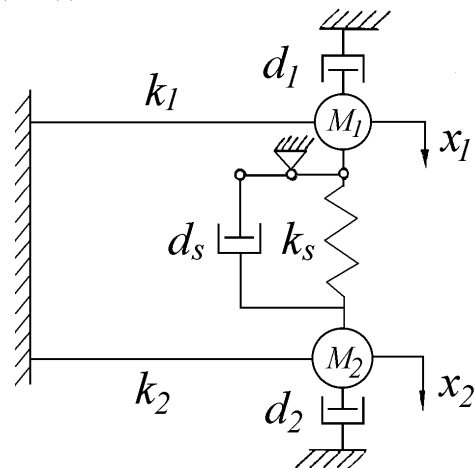


Рис. 2. Розрахункова схема пари лопаток

Характерна особливість поданої моделі полягає в можливості достовірного опису пружно-дисипативного зв'язку лопаток, зумовленого властивими для них типами з'єднань.

Ураховуючи сухе тертя, зумовлене пружно-дисипативним зв'язком попарно бандажованих лопаток, у рівняннях (1) дисипативну силу $d_s (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)$ необхідно замінити на $R \text{sign}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2)$.

Для визначення амплітуд коливань підсистем у цьому разі використовуємо метод еквівалентного в'язкого тертя [6], суть якого полягає в ідентичності розсіяної за цикл енергії в обох випадках відображення дисипативної сили.

Припустимо, що розв'язок системи рівнянь (1) незалежно від виду тертя має вигляд

$$x_j = A_j \sin(\nu t - \gamma_j), j = 1, 2.$$

Тоді робота сил в'язкого W_d і сухого W_R тертя за період коливань T відповідно визначають за виразами:

$$W_d = \int_0^T d_s (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2 dt = d_s \nu \pi [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\gamma_1 - \gamma_2)]; \quad (2)$$

$$W_R = \int_0^T R |\dot{x}_1 + \dot{x}_2| dt = 4R \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\gamma_1 - \gamma_2)}. \quad (3)$$

Прирівнюючи праві частини виразів (2), (3), одержуємо формулу для визначення еквівалентного коефіцієнта в'язкого тертя:

$$d_s = \frac{4R}{\nu \pi \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\gamma_1 - \gamma_2)}}. \quad (4)$$

Система рівнянь (1), що описує коливання системи, яка показана на рис. 2, за наявності еквівалентного тертя є нелінійною, оскільки залежність (4) для визначення еквівалентного коефіцієнта в'язкого тертя d_s відображає функцію амплітуд коливань підсистем. Тому для розв'язання поставленої задачі використовуємо ітераційний метод.

Алгоритм розв'язання системи рівнянь (1) відповідно до обраного методу полягає в такому. Для довільно заданого значення d_s , що є нульовим наближенням, з рівняння (1) визначають амплітуди A_j ($j = 1, 2$) та фази γ_j коливань підсистем, за формулою (5) – коефіцієнт d_s^y , що є вихідним значенням для наступної ітерації.

Збіжність процесу контролюється відносними різницями амплітуд коливань і кутів зсуву фаз підсистем при двох наступних ітераціях. У цьому разі процес припинявся, якщо різниці ставали менше 0,01%.

Отриманий результат при досягненні набутого значення зазначених різниць можна вважати наближеним розв'язком системи рівнянь (1) із заданим сухим тертям.

Результати дослідження

Розглянемо деякі результати розрахунків у припущенні, що пружні, інерційні та дисипативні параметри підсистем задовольняють такі умови:

$$k_1 = k_2 = k_0;$$

$$M_1 = M_0;$$

$$d_1 = d_2 = d_0,$$

а розлад частот підсистем вводиться шляхом зміни маси другої з них:

$$M_2 = M_0 (1 + \Delta M_0 / M_0).$$

При таких параметрах системи розлад частот підсистем характеризується відносним розладом $\Delta M_0 / M_0$ їх мас.

На рис. 3 зображено залежності відносних резонансних амплітуд $\bar{A}_{jr} = A_{jr} / A_{0r}$ коливань підсистем моделі пари лопаток із сухим тертям від відносної величини розладу $\Delta M_0 / M_0$ мас підсистем (A_{0r} – резонансна амплітуда синфазних коливань настроєної системи).

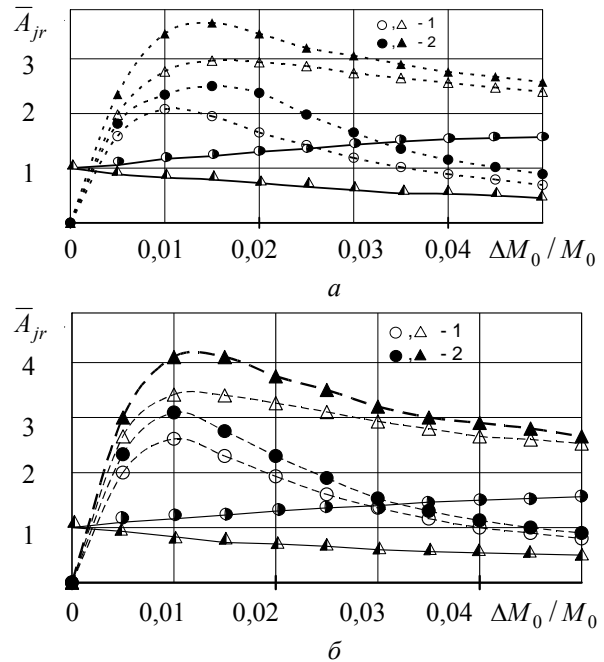


Рис. 3. Залежності відносних резонансних амплітуд коливань підсистем від відносної величини розладу їх мас для амплітуди змушувальної сили: $a - F_0 = 1$ н; $b - F_0 = 2$ н; $1 - j = 1$; $2 - j = 2$; — синфазні коливання; --- антифазні коливання; світлі маркери – сухе тертя; темні маркери – в'язке тертя

Розрахунки проводилися при таких значеннях параметрів системи:

$$k_0 = 10\,000 \text{ н/м};$$

$$k_s = 150 \text{ н/м};$$

$$M_0 = 1 \text{ нс}^2/\text{м};$$

$$d_0 = 0,04 \text{ нс/м}.$$

Для порівняння на рис. 3 показані зазначені залежності системи з в'язким тертям.

Коефіцієнт в'язкого тертя d_s дисипативного зв'язку такої системи дорівнює 0,48 нс/м, якщо $F_0 = 1$ н, та 0,683 нс/м, якщо $F_0 = 2$ н, і збігається з коефіцієнтом еквівалентного в'язкого тертя d_s^c настроєної системи із сухим тертям при резонансі, який відповідає синфазній формі коливань, що дозволяє порівнювати отримані результати.

З наведених результатів видно, що характер розсіювання енергії не впливає на залежність резонансних

амплітуд коливань підсистем від їх розладу.

Вони носять екстремальний характер, а максимум вібронпруженості системи досягається при малих значеннях розладу частот підсистем. Це добре погоджується з результатами дослідження впливу амплітудної залежності розсіювання енергії на вібронпруженість розглянутих систем, що подані в праці [7].

Характер розсіювання енергії впливає лише на рівень резонансних амплітуд коливань. Так, зокрема, рівень амплітуд синфазних коливань практично не залежить від закону тертя (рис. 3, суцільні лінії).

Урахування сухого тертя обумовлює лише зниження амплітуд небезпечних антифазних коливань, у цьому разі до 20%.

Висновки

Результати проведеного дослідження наочно показують, що достовірна оцінка вібронпруженості робочих лопаток неможлива без урахування характерних для них конструктивно-технологічних факторів, зокрема, розладу їх частот коливань і характеру розсіювання енергії, обумовленого відносними зміщеннями контактуючих поверхонь з'єднань.

Дані обчислювальних експериментів дозволяють зробити такі основні висновки:

- 1) з використанням методу еквівалентного в'язкого тертя розроблено алгоритм розрахунку резонансних коливань дискретної моделі парних лопаток за наявності сухого тертя;
- 2) показано, що характер розсіювання енергії не впливає на залежності резонансних амплітуд коливань моделі пари лопаток від розладу їх частот;
- 3) встановлено, що рівень максимальних амплітуд резонансних коливань парних лопаток визначається співвідношенням величини розладу їх частот і характеру розсіювання енергії в їх з'єднаннях.

У цьому разі сухе тертя, яке зумовлюється проковзуванням контактуючих поверхонь замкового та бандажного з'єднань, викликає зниження рівня небезпечних антифазних коливань лопаток.

Література

1. *Матвеев В.В.* Демпфирование колебаний деформируемых тел. – К.: Наук. думка, 1985. – 264 с.
2. *Slater J.C., Minkiewicz G.R., Blair A.J.* Forced response of bladed disk assemblies – A survey // *The Shock and Vibr. Digest.* – 1999. – 31, N1. – P. 17–24.
3. *Резонансные колебания стержневых моделей турбинных лопаток с составным хвостовиком / А.П. Зиньковский, М.В. Смертюк, В.В. Матвеев и др.* // *Пробл. прочности.* – 1984. – № 9. – С. 85–89.
4. *Зиньковский А.П., Адаменко А.Я., Бусленко И.Н., Токарь И.Г.* Резонансные колебания бандажированных лопаток с различающимися частотами при наличии натяга по полкам // *Пробл. прочности.* – 1994. – № 11. – С. 45–49.
5. *Зиньковский А.П., Бусленко И.Н., Матвеев В.В.* Резонансные колебания рабочих колес турбомашин с кольцевой бандажной связью. Сообщение 1. Расчетная модель // *Пробл. прочности.* – 1989. – № 6. – С. 85–89.
6. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
7. *Зиньковский А.П., Матвеев В.В.* Влияние характера амплитудной зависимости рассеяния энергии на уровень колебаний неоднородной упругосвязанной системы при резонансе // *Рассеяние энергии при колебаниях механических систем.* – К.: Наук. думка, 1978. – С. 58–66.

Стаття надійшла до редакції 13.12.05.

Приведены результаты вычислительных экспериментов по определению влияния сухого трения, обусловленного сдвигом контактирующих поверхностей, на формирование колебаний парных лопаток при наличии расстройки их частот. Показано, что сухое трение в сравнении с вязким качественно не изменяет характер зависимостей резонансных амплитуд колебаний от расстройки частот лопаток, а лишь приводит к некоторым количественным поправкам.

The paper presents results of numerical experiments involving the determination of the influence of dry friction due to displacement of contact surfaces on the formation of vibration of pairs of blades with mistuning of their frequencies. It is shown that dry friction compared to viscous one induces no qualitative changes in the character of the resonant vibration amplitude versus blade frequency mistuning relation but results in some quantitative changes.