УДК 681.3.019(045)

**О.К. Юдін,** канд. техн. наук

# ПОСЛІДОВНИЙ КРИТЕРІЙ АНАЛІЗУ ІНФОРМАТИВНОСТІ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ

НАУ, кафедра комп'ютеризованих систем захисту інформації, e-mail: kszi@ukr.net

*Синтезовано алгоритм послідовного критерію ухвалення рішення на базі концепції достатньої кількості інформації. Розглянутий метод здійснює ухвалення рішення послідовно з урахуванням інформації, накопиченої на попередніх інтервалах спостереження, що дає можливість його використання для розв'язання широкого кола завдань автоматизованого управління.*

## Вступ

У теорії аналізу інформативних можливостей параметрів сигналів для розрізнення цілей поряд із класичним (непослідовним) методом аналізу певний інтерес являє собою застосування методів послідовного аналізу, що використовують змінний інтервал спостереження та прийняття рішення. Уперше дослідження питань існування й способів відшукання оптимальних моментів зупинки в Байєсовських вирішальних процедурах було подано в працях [1–3].

У наступні роки з успіхом був застосований розроблений Вальдом апарат для вирішення завдання про оптимальне виявлення сигналу на базі шуму [4; 5]. Однак використовуваний у працях [4; 5] математичний апарат ґрунтується на одному приватному методі, розробленому Вальдом, так званому послідовному критерії відношення ймовірностей [2]. Тому використання інших критеріїв послідовного аналізу буде природним продовженням розвитку послідовного методу аналізу.

## Постановка завдання

У цій статті синтезується алгоритм послідовного методу ухвалення рішення з позиції теорії інформації на базі концепції достатньої кількості інформації. Розглянутий метод здійснює ухвалення рішення послідовно з урахуванням інформації, накопиченої на попередніх інтервалах спостереження. У цьому полягає його відмінність від непослідовного методу ухвалення рішення від Вальдовського.

Хоча в основу методу покладено принцип послідовного ухвалення рішення, сформульований ще Вальдом [2], проте цей метод не є розвитком теорії послідовного аналізу Вальда, а являє собою цілком конкретну схему прийняття рішень.

Розробка цього послідовного критерію є дуже важливою та має практичне значення для широкого кола завдань автоматизованого управління телекомунікаційними системами та мережами, інтегрованими охоронними комплексами [6] тощо.

Основними перевагами критерію є:

– можливість використання послідовного правила у складному випадку прийняття рішення при багатоальтернативному завданні: проста гіпотеза проти складної альтернативи;

– вирішення багатоальтернативного завдання віднесення інформаційних сигналів чи керівних повідомлень до конкретного класу в реальному масштабі часу.

## Обґрунтування послідовного критерію прийняття рішень

Для побудови послідовного критерію кількості інформації необхідно ввести поняття непослідовного й послідовного методів аналізу з позиції достатньої кількості інформації. Нехай є послідовність класів сигналів і задані їхні апріорні ймовірності $p_1,\ldots,p_N$, сукупність залежних параметрів (СЗП) $\xi^n(t)=\{\xi_1(t),\ldots,\xi_n(t)\}$, які уявляються стаціонарними процесами. Інтервал спостереження [0,T] розіб'ємо для кожного i-го параметра $\xi_i(t)$, $i$=1,...,$n$ на $m_i$ непересічних інтервалів $\Delta t_{l_i}, l_i=1,\ldots,m_i$ за аналогією з працями [2; 3; 5]. Для обробки телекомунікаційних сигналів будемо використовувати поняття алфавіту класів $A=\{A_1\ldots A_M\}$, де $N$ – кількість класів неідентифікованих об'єктів з множини $B; B=\{B_1\ldots B_g\}$ – безліч усіх типів телекомунікаційних сигналів.

Під інформативністю СЗП $\bar{\xi}=\{\xi_1,\ldots,\xi_n\}$ для класу $A_k$, щодо класу $A_j$ будемо розуміти величини

$$B_{kj}(x_1,\ldots x_n)=\rho_k(x_1,\ldots x_n)/\rho_j(x_1,\ldots x_n),$$
$$j=1,\ldots,N,\ j\neq k. \tag{1}$$

Тоді інформативність СЗП для класу $A_k$ щодо класу $A_j$ є

$$B_{kk}(x_1,\ldots,x_n)=\rho_k(x_1,\ldots,x_n)/\rho_k(x_1,\ldots,x_n)=1. \tag{2}$$

З виразів (1), (2) видно, що інформативність $B_{kj}(x_1,\ldots,x_n)$ виражається через співвідношення істинності $\rho_k(x_1,\ldots,x_n)$ й $\rho_j(x_1,\ldots,x_n)$ й, отже, нерозривно пов'язана з ними.

Сукупність залежних параметрів $\overline{\xi} = \{\xi_1,...,\xi_n\}$ називається інформативною для класу $A_k$ щодо класу $A_j$, якщо інформативність цієї сукупності задовольняє нерівності $B_{kj}(x_1,..., x_n) \geq 1$, $j$=1,...,$N$, $j \neq k$.

Сукупність залежних параметрів $\overline{\xi} = \{\xi_1,...,\xi_n\}$ називається неінформативною для класу $A_k$ щодо класу $A_j$, якщо інформативність цієї сукупності $B_{kj}(x_1,...,x_n) < 1$, $j$=1,..., $N$, $j \neq k$.

На підставі понять інформативної і неінформативної СЗП вибірковий простір X можна розбити на множини:

– інформативну

$$B_{kj}=\{\overline{x}: B_{kj}(x_1,...x_n)\geq 1, j\neq k=1,..,N\},$$

$\overline{\xi} = \{\xi_1,...,\xi_n\}$ для класу $A_k$ щодо класу $A_j$, $j \neq k = 1,...,N$;

– неінформативну

$$B_{kj}=\{\overline{x}: B_{kj}(x_1,...,x_n)<1, j\neq k=1,..,N\},$$

$\overline{\xi} = \{\xi_1,...,\xi_n\}$ для класу $A_k$ щодо класу $A_j$, $j \neq k = 1,...,N$.

Множини $R_{kj}$ й $\overline{R}_{kj}$ такі, що

$$R_{kj}\cup\overline{R}_{kj}= R^n, R_{kj}\cap\overline{R}_{kj}= \varnothing,$$

де $\varnothing$ – порожня множина.

Уведені визначення інформативності СЗП дозволяють будувати пристрої, що аналізують, для оцінки інформативності СЗП. Причому пристрої, що аналізують, можуть бути побудовані як за критерієм інформативності, так і за критерієм кількості інформації.

Ван Тріс Г., Вальс А. у працях [1; 2; 4] ввели поняття мінімально достатньої кількості інформації. Введення цього поняття у свою чергу висуває наступне завдання. Потрібно визначити умови, які необхідно накласти на $B_{kj}(x_1,...x_n)$, щоб задана СЗП $\overline{\xi} = \{\xi_1,...,\xi_n\}$ для класу $A_k$ щодо сукупності класів $A_j, j\neq k=1,...,N$ забезпечувала одержання мінімально достатньої кількості інформації. Для визначення цих умов установимо, що кількість інформації про клас $A_k$, що втримується в СЗП $\overline{\xi} = \{\xi_1,...,\xi_n\}$, дорівнює мінімально достатньому

$$I_k(x_1,...,x_n) = \psi, k=1,...,N.$$

Перетворимо вираз для міри кількості інформації з урахуванням мінімально достатньої кількості інформації $\psi_k^{(5)}$ з праць [3; 4], одержимо вираз:

$$\varphi(f(p_k)/p_k) - \varphi\left(\frac{f(q_k(x_1,...,x_n))}{q_k(x_1,...,x_n)}\right) =$$

$$= \varphi\left(\frac{f(p_k)}{p_k}\right) - \varphi\left(\frac{f(1-p_k)}{1-p_k}\right). \quad (3)$$

З виразу (3) видно, що для виконання цієї рівності необхідно, щоб

$$q_k(x_1,...,x_n) = \frac{p_k}{p_k + \sum_{j\neq k=1}^{N}[p_j / B_{kj}(x_1,...,x_n)]} = 1 - p_k.$$

Припустивши, що $B_{kj}(x_1,...,x_n)$ не залежить від $j \neq k = 1,...,N$, остаточно одержимо

$$B_{kj}(x_1,...,x_n) = (1-p_k)^2 / p_k^2.$$

Якщо інтервал незалежності $\Delta t_{l_i} = \Delta$ постійний при всіх $i$=1,...,$n$, будемо розглядати СЗП на $n$-мірному кубі незалежності. Крім того, якщо припустити, що інформативність цієї СЗП

$$\xi^n(t) = \{\xi_1(t),.., \xi_n(t)\},$$

на $n$-мірному кубі не залежить від часу й постійна, то

$$\overline{B}_{kj}(\Delta_{l_1},...,_{l_n};\ x_1(t_1),...,x_n(t_n)) = \overline{B}_{kj}(\Delta^n;\ x_1(t_1),...,x_n(t_n)).$$

Кількість інформації, що утримується в заданій СЗП

$$\xi^n(t) = \{\xi_1(t),...,\xi_n(t)\}$$

про клас сигналів $A_k$ на інтервалі незалежності $\Delta$, визначається виразом

$$I_k(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) =$$

$$= \varphi\left(\frac{f(p_k)}{p_k}\right) - \varphi\left(\frac{f(q_k(x_1(t_1),...,x_n(t_n)))}{q_k(x_1(t_1),...,x_n(t_n))}\right),$$

де

$$q_k(x_1(t_1),...,\ x_n(t_n)) =$$

$$= \frac{p_k}{p_k + \sum_{j\neq k=1}^{N} p_j \exp[-\ln \overline{B}_{kj}(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))]}. \quad (4)$$

Для полегшення побудови послідовного методу аналізу з позиції теорії інформації введемо поняття еквівалентної інформативності на $n$-мірному кубі незалежності $\Delta^n$ [2; 4; 6].

Величину

$$\overline{B}_k(\Delta^n; x_1(t_1),..., x_n(t_n)) = \quad (5)$$

$$= (1-p_k) / \sum_{j\neq k=1}^{N} p_j \exp[-\ln \overline{B}_{kj}(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))]$$

назвемо еквівалентною інформативністю СЗП

$$\xi^n(t) = \{\xi_1(t),...,\xi_n(t)\}$$

для класу $A_k$ щодо сукупності класів $A_j, j \neq k$, $n$-мірному кубі незалежності $\Delta^n$.

Використовуючи вирази (4), (5), знайдемо умовну ймовірність $q_k(x_1(t_1),...,x_n(t_n))$. Для цього перепишемо вирази (4), (5), у такому вигляді

$$\ln \overline{B}_k(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))=$$
$$= \ln \frac{1-p_k}{\sum\limits_{j\neq k=1}^{N} p_j \exp[-\ln \overline{B}_{kj}(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))]}.$$

Звідки

$$\ln \overline{B}_k(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n)) = \ln(1-p_k) -$$
$$-\ln[\sum_{j\neq k=1}^{N} p_j \exp[-\ln \overline{B}_{kj}(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))]].$$

Отже,

$$\ln[\sum_{j\neq k=1}^{N} p_j \exp[-\ln \overline{B}_{kj}(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))]] =$$
$$= \ln(1-p_k) - \ln \overline{B}_k(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n)). \qquad (6)$$

Потенціюючи вираз (6), маємо

$$\sum_{j\neq k=1}^{N} p_j \exp[-\ln \overline{B}_{kj}(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))] =$$
$$= (1-p_k)\exp[-\ln \overline{B}_k(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(t_n))]. \qquad (7)$$

Підставляючи вирази (5) і (7) до формули умови ймовірності $g(x_1(t)\ldots x_n(t))$, одержуємо

$$q_k(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) =$$
$$= \frac{p_k}{p_k + [(1-p_k)/\overline{B}_k(\Delta^n; x_1(t_1),...,x_n(_n))]}. \qquad (8)$$

**Послідовний критерій прийняття рішень на базі достатньої кількості інформації**

На підставі виразу (5) з урахуванням рівняння (8) можна одержати вираз для визначення кількості інформації, що утримується в СЗП

$\xi^n(t) = \{\xi_1(t),...,\xi_n(t)\}$

на $n$-мірному кубі незалежності про клас $A_k$.

Це дозволяє перейти до формулювання понять непослідовного й послідовного методів аналізу. Для визначення поняття непослідовного (класичного) методу аналізу введемо умову. Нехай при всіх $j \neq k = 1,...,N$

$$I_j(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) < \psi_j,$$

де $\psi_j$ – мінімально достатня кількість інформації для класу $A_j$.

Тоді можна дати таке визначення непослідовного методу аналізу з позиції достатньої кількості інформації.

Припустимо є фіксоване число $\nu_0$ незалежних спостережень над СЗП $\xi^n(t)$.

Тоді під непослідовним аналізом будемо розуміти такий аналіз, що приводить хоча б на одному з $\nu_0$ етапів спостереження до такої кількості інформації про клас $A_k$, що не менша мінімально достатнього

$I_k(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) \geq \psi_k$.

У цьому разі непослідовний аналіз завершений. Для визначення послідовного методу аналізу введемо такі позначення:

$I_j^{(1)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n))$ – кількість інформації, що поставляє одне спостереження над СЗП параметрів $\xi^n(t)$ про клас;

$I_j^{(2)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n))$ – кількість інформації, що поставляють два незалежні спостереження;

$I_j^{(\nu)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n))$ – кількість інформації, що поставляють $\nu$ незалежних спостережень над заданою СЗП про клас $A_j$, та сумарна кількість інформації, що поставляє СЗП $\xi^n(t)$ про клас $A_j$ за $\nu$ незалежних спостережень, тобто відбувається нагромадження інформації за $\nu$ етапів.

Крім того, при всіх $j \neq k = 1,...,N$ виконується умова

$$I_j^{(1)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) < \psi_j;$$
$$I_j^{(2)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) < \psi_j;$$
$$I_j^{(\nu)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) < \psi_j. \qquad (9)$$

Уведені позначення й умова (9) дозволяють перейти до формулювання визначення поняття послідовного методу аналізу. Припустимо, що виконується умова (9) і є $\nu$ незалежних спостережень над СЗП $\xi_n(t) = \{\xi_1(t),...,\xi_n(t)\}$, тоді під послідовним методом аналізу матимемо на увазі такий аналіз, що приводить на $\nu$-му кроці спостереження до зупинки процедури прийняття рішень відповідно до кількості інформації про $k$-й клас сигналів не меншу від мінімально достатньої

$$I_k^{(\nu)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) \geq \psi_k,\ k = 1,...,N$$

за умови, що на всіх $\nu$ етапах спостережень розв'язувальне правило визначає кількість інформації, що менша мінімально достатньої

$I_k^{(1)}(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) < \psi_k,...,I_k^{\nu-1}(x_1(t_1),...,x_n(t_n)) < \psi_k$.

У цьому разі говоритимемо, що послідовний аналіз завершений на $\nu$ кроці, де $\nu$ – випадкова величина.

Визначимо ймовірності завершення аналізу обома цими методами.

Припустимо, що виконується умова (9) і є фіксоване число незалежних спостережень $\nu_0 = T/\Delta$ над СЗП.

Позначимо через $\eta_r^{(n)}, r = 1,...,\nu_0$ випадкову величину

$$\eta_r^{(n)} = \ln \overline{B}_k(\Delta^n; x_1^{(r)}(t_1),..., x_n^{(r)}(t_n))$$

зі щільністю розподілу $g(z)$. Тоді ймовірність того, що непослідовний (класичний) аналіз буде завершений хоча б на одному з $\nu_0$ етапів спостережень, дорівнює

$$P_{kl}^{(\nu_0)} = 1 - (1 - \int_a^{\infty} g(z)dz)^{\nu_0}, a = \ln[(1-p_k)^2 / p_k^2]. \quad (10)$$

Припустимо, що виконується умова (9) і нехай є $\nu$ незалежних спостережень над сукупністю залежних параметрів

$$\xi^n(t) = \{\xi_1(t),....,\xi_n(t)\}.$$

Позначимо $\eta_r^{(n)}, r = 1,...,\nu$ через випадкову величину

$$\eta_r^{(n)} = \ln \overline{B}_k(\Delta^n; x_1^{(r)},..., x_n^{(n)}(t_n))$$

зі щільністю розподілу $g(z)$. Тоді ймовірність того, що послідовний аналіз закінчиться на $\nu$-му кроці, дорівнюватиме

$$P_n^{(\nu)} = \frac{\int_{-\infty}^{a} g(z_1) \int_{-\infty}^{a-z_1} g(z_2)dz_2}{\int_{-\infty}^{a} g(z_1)dz_1 \int_{-\infty}^{a-z_1} g(z_2)dz_2} \to$$

$$\to \frac{\int_{-\infty}^{a-\sum_{r=1}^{\nu-2} z_r} g(z_{\nu-1})dz_{\nu-1} \int_{a-\sum_{r=1}^{\nu-2} z_r} g(z_\nu)dz_\nu}{\int_{-\infty}^{a-\sum_{r=1}^{\nu-2} z_r} g(z_{\nu-1})dz_{\nu-1}}, \quad (11)$$

де $a = \ln\left(\frac{1-p_k}{p_k}\right)^2$.

Для визначення ефективності пропонованого послідовного методу аналізу при фіксованому значенні порога $a$, необхідно зрівняти середнє значення випадкової величини математичного сподівання $M_\gamma$ щодо щільності розподілу $g(Z)$ у формулі (11) з фіксованим значенням $\nu_0$ у формулі (10). Визначення зазначеного середнього $M_\gamma$ поки що є математичною проблемою, яку складно розв'язати. Тому для оцінки ефективності використовується комплект програм статистичного моделювання алгоритму.

**Висновок**

Отриманий послідовний критерій кількості інформації формально має двопорогову схему. Однак, через те, що нижній поріг дорівнює нулю, процедура ухвалення рішення визначається єдиним верхнім порогом. Важливою галуззю застосування пропонованого послідовного методу аналізу є техніка автоматичної ідентифікації різних класів інформаційних сигналів чи керуючих повідомлень на тлі природних перешкод.

Застосування послідовної процедури в пристроях розпізнавання сигналів й оцінювання інформативних можливостей параметрів цих сигналів дозволить значно скоротити тривалість процедури прийняття рішення, зменшити завантаження пристрою автоматизованої обробки.

**Література**

1. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1.: Пер. с англ. / Под ред. В.И. Тихонова. – М.: Сов. радио, 1972. – 744 с.

2. *Вальд А.* Последовательный анализ: Пер. с англ. – М.:Физматгиз, 1966. – 727 с.

3. *Большаков И.А.* Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. – М.: Сов. радио, 1969. – 464 с.

4. *Косенко Г.Г.* Метод последовательного расширения областей принятия решений в задачах распознавания. – М.: Радиоэлектроника, 1980. – №27. – С. 12–19.

5. *Bernard Sklar* Digital communications. Prentice Hall PTR, 2001. – 1099 p.

6. *Стеклов В.К., Кільчитський Е.В.* Основи управління мережами та послугами телекомунікацій. – К.: Техніка, 2002, – 438 с.

Стаття надійшла до редакції 23.12.05.

Синтезирован алгоритм последовательного критерия принятия решения на базе концепции достаточного количества информации. Рассмотренный метод осуществляет принятие решения последовательно с учетом информации, накопленной на предшествующих интервалах наблюдения, что дает возможность его использования при решении широкого круга задач автоматизированного управления.

The goal of this article is synthesis of algorithm's consistent criterion of making a decision on the concept basis of adequate information. The considered method carries out of making a decision consistently with information accounting, which were saved on previous intervals of supervision, that enables its uses for a wide range of tasks of automated management.