

УДК 539.3:624.071:624.01

В.К. Цихановський, д-р техн. наук
О.С. Коряк

СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНІ МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ РОЗРАХУНКУ АЕРОДРОМНИХ ПОКРИТТІВ

НАУ, кафедра реконструкції аеропортів та автошляхів, e-mail: gaa-nau@ukr.net

Запропоновано методику і її числову реалізацію розрахунку на міцність і стійкість аеродромних покриттів з урахуванням їх взаємодії з неоднорідним багатошаровим ґрунтовим півпростором. Наведено приклади скінченноелементних моделей для розрахунку жорстких, нежорстких і полегшених покриттів з використанням моментної схеми скінченних елементів і універсального просторового оболонкового скінченного елемента.

Вступ

Активна зона ґрунтової основи дорожніх та аеродромних покриттів може досягати 6 м і більше залежно від властивостей ґрунтових нашарувань. Лесоподібні ґрунти, які при зволоженні є прикладом неоднорідної ґрунтової основи, займають більше 70% території України. Їх відмінна особливість полягає у тому, що в напруженому стані під дією колісного навантаження чи власної ваги покриттів і ґрунту при замочуванні вони дають додаткові осідання та можуть знижувати свою структурну міцність [1–3]. Під час проектування дорожніх та аеродромних покриттів, що знаходяться на ділянках з гідрогеологічними умовами другого типу за наявності лесових ґрунтів для запобігання замочуванню ґрунту, передбачається влаштування гідроізоляційного шару під дорожнім або аеродромним одягом. Але ці заходи на практиці часто бувають малоєфективними.

Для розв'язання цієї проблеми та вдосконалення розрахунку особливо нежорстких або полегшених жорстких аеродромних покриттів за наявності в ґрунтовій активній товщі зазначених включень і неоднорідності ґрунтової основи пропонується моделювання ґрунтової основи дискретним неоднорідним півпростором з урахуванням для дискретно-локальних зон рівнянь стану для анізотропного матеріалу, еквівалентного реальному лесовому ґрунту.

Для розв'язку задач взаємодії конструкцій з ґрунтовими основами є багато різних підходів.

З існуючих моделей ґрунтових основ можна виділити чотири основні групи: які базуються на гіпотезах прямої пропорційності (Вінклера), які використовують теорію лінійно деформованого тіла для пружного ґрунтового півпростору, комбінації перших двох, та які побудовані з урахуванням зсувних (пластичних) деформацій на підставі класичної механіки ґрунтів.

Аналіз існуючих модифікацій механічних моделей для зазначених підходів дослідження ґрунтового півпростору підтверджує відоме протиріччя між вимогою до простоти моделі і прагнення повніше описати деформаційні властивості ґрунтів.

Постановка завдання

У рамках існуючих нормативних документів з урахуванням сучасного стану відповідних наукових доробок можна розглядати контактну задачу взаємодії твердих деформівних тіл з неоднорідним ґрунтовим півпростором з використанням функцій змінного коефіцієнта постелі [4; 5]. Такий підхід узгоджується з розв'язанням задачі дослідження жорстких аеродромних покриттів, які переважно працюють на згин і розподіляють навантаження на достатньо велику площину ґрунтового півпростору. Ці покриття доцільно розглядати як тонкі плити (пластинки) з використанням розрахункових дискретних моделей за методом скінченних елементів (СЕ).

Нежорсткі покриття порівняно з жорсткими більш слабше підпадають опірності на згинання, тому що матеріал в їх шарах переважно працює на вертикальний стиск і зсув.

За наявності слабких прошарків у ґрунтовій основі нежорстких покриттів більш адекватна для опису напружено-деформованого стану ґрунтового півпростору з елементами конструкцій покриття буде модель нелінійно деформованого тіла з урахуванням розвитку пластичних деформацій.

Особливе положення займають покриття з гнучких плит (мембранних пластинок) або композитних м'яких оболонок. При цьому співвідношення товщини до розрахункового прогону мають межі 1/100 – 1/300 і величини очікуваного прогону сягають товщини або перевищують її. За характером роботи такі мобільні покриття, що застосовують при влаштуванні військових або тимчасових аеродромів, наближаються до нежорстких за фізико-механічними властивостями штучних основ з низькою опірністю до згинання.

Такі конструкції покриттів треба розглядати як гнучкі (м'які) оболонки-пластинки на пружній основі за моделлю Проктора [4] з урахуванням окремих пружно податливих в'язів, що моделюють гвинтові палі.

У такій постановці задача розв’язується з урахуванням геометричної і фізичної нелінійності, якщо оболонка з композитного полімерного матеріалу, з використанням методу СЕ [6].

Вихідна математична модель задачі

Метод СЕ належить до енергетичних методів, тому для постановки задачі як теоретичну підставу використовують теорію нелінійної механіки ґрунтів на базі механіки суцільного середовища з застосуванням співвідношень у приростах переміщень, деформацій і напружень [6; 7].

З урахуванням співвідношень нелінійної теорії пружності [7] перший принцип віртуальної роботи для статичних задач в актуальній конфігурації тривимірного нелінійно деформівного тіла можна записати у вигляді

$$\int_V (\sigma'^{ij} + C_{(e,p)}^{ijkl} \gamma_{kl}) \delta \gamma_{ij} dv - \int_V p^i \delta u_i dv - \int_S q^i \delta u_i dS = 0, \tag{1}$$

де σ'^{ij} – компонент тензора початкових напружень; $C_{(e,p)}^{ijkl}$ – компонент тензора пружностей твердого тіла з урахуванням розвитку пружно-пластичних деформацій; $\delta \gamma_{ij}$ – варіації коваріантних компонент приростів тензора скінченних деформацій Коші–Гріна в місцевій системі координат x^i (рис. 1); p^i, q^i – компоненти узагальнених векторів об’ємних і поверхневих сил у глобальній системі координат $OZ^1Z^2Z^3$, що діють на тіло в актуальній конфігурації і належать до відлікової конфігурації; δu_i – варіації компонент вектора приростів переміщень у глобальній декартовій системі координат.

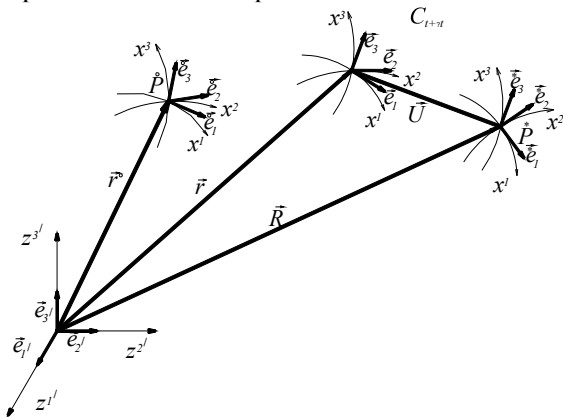


Рис. 1. Системи координат

Варіаційне рівняння (1) відповідно до енергетичних методів описує рівновагу елементарного об’єму будь-якого суцільного середовища незалежно від його фізичних властивостей та реалізує практичний вихід варіаційних задач теорії пружності і теорії граничного напруженого стану, де розв’язки пов’язані з відокремленням зон зсувних (для ґрунтів) пластичних деформацій.

Так розглядається детермінована задача статички ґрунтового півпростору і в кожній точці (вузлах дискретної моделі та межах між ними) виконуються умови граничного напруженого стану.

Щодо властивостей ґрунтового середовища, то неоднорідний півпростір моделюється дискретним відображенням у вигляді набору СЕ, кожний з яких є однорідним твердим тілом з різними фізико-механічними характеристиками ізотропних або ортотропних тіл, але на межах скінченних елементів виконується умова сумісності деформацій, тобто сумісних СЕ із забезпеченням нерівномірної сіткової області для апроксимації з певною мірою точності зон концентрацій напружень і розвитку зсувних деформацій, завдяки застосуванню тензора скінченних деформацій, який точно описує переміщення і повороти СЕ як жорсткого цілого.

Щодо граничних умов та їх параметрів у запропонованій методиці використовуються природні граничні умови (жорсткі), які реалізуються накладанням жорстких в’язів на межах дискретної розрахункової моделі, а також спеціальні граничні умови при взаємодії з анкерними пристроями з уведенням рівнянь геометричних кінематичних умов з реалізацією розв’язків варіаційної задачі методом невизначених множників Лагранжа, коли варіаційне рівняння дискретної моделі (1) доповнюється рівнянням умов деформування цієї моделі через систему геометричних зв’язків [7]. Критерій стійкості або текучості ґрунтового півпростору для окремої локальної однорідної ізотропної області пропонується у найбільш універсальній формі на підставі розширеного критерію Мізеса за рахунок включення в нього залежності від гідростатичних напружень [3] з використанням поверхні навантаження за Кулоном–Мором [4; 8] і з урахуванням третього інваріанта тензор-девіатора функції напружень через інваріант Лоде–Надаї [8].

Оскільки інваріанти тензора напружень визначають через компоненти шарової та девіаторної частини функції напружень і припущення про однорідність та ізотропність локального околу півпростору робить їх незалежними від напрямку нормалей октаедричних площин, розширений модифікований критерій текучості Мізеса можна навести у такому вигляді:

$$f(\hat{\sigma}, \hat{\gamma}^{(p)}, \alpha, \varphi, c) = \frac{2}{3} I_1(\hat{S}^2) \times \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \sin \varphi \right)^2 - \left[\frac{1}{\sqrt{3}} I_1(\hat{\sigma}) \sin \varphi - \sqrt{3} c \cos \varphi \right]^2 = 0, \tag{2}$$

де $\hat{\sigma}, \hat{S}, \hat{\gamma}^{(p)}$ – тензори загальних напружень, напружень девіаторної частини і пластичних деформацій відповідно; $\alpha, \varphi, \tilde{n}$ – інваріантні напруження – кут Лоде–Надаї, кут внутрішнього тертя ґрунту і питоме зчеплення ґрунту відповідно. Кут Лоде–Надаї визначають за формулою, що наведена у праці [9].

Використовуючи теорію пластичної течії в рамках розширеного принципу Мізеса, на підставі асоційованого закону протікання можна записати співвідношення [7]:

$$\begin{aligned} \tilde{N}_{(e,p)}^{ijkl} &= \tilde{N}_{(e)}^{ijkl} - \beta n^{ij} n^{kl}; \\ n^{ij} &= \tilde{N}_{(e)}^{ijkl} f_{,skl}; \\ \beta &= (n^{ij} f_{,sij})^{-1}; \\ \sigma^{ij} &= C_{(e,p)}^{ijk} \gamma_{kl}; \\ \gamma_{kl} &= \gamma_{kl}^{(e)} + \gamma_{kl}^{(p)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для отримання співвідношення (3) необхідно продиференціювати скалярну функцію (2) за тензорним аргументом \hat{S} як складну функцію.

Співвідношення моментної схеми скінченних елементів для просторового оболонкового скінченного елемента

Дискретизацію тонких оболонок-плит на пружній основі (механічна модель жорсткого покриття), а також багат шарового неоднорідного півпростору (модель нежорсткого покриття, штучної і ґрунтової основ) реалізовано в запропонованій методиці з використанням універсального оболонкового СЕ з двадцятьма чотирма ступенями вільності (вісім вузлів з трьома незалежними переміщеннями або чотири вузли в разі заміни змінних з шістьма узагальненими переміщеннями) [7].

У випадку дискретизації тонких плит на пружній основі лінійно пружна ґрунтова основа моделюється вінклерівською зі змінним коефіцієнтом постелі, тобто реакція основи у вузлі скінченно-елементної моделі облонки-плити визначається за формулою [9]:

$$\begin{aligned} Q_{(0)}^{i'} &= -C_{(N)} F_{(N)} n_{(N)}^{i'} n_{(M)}^{k'} U_{(M)}^{k'}; \\ C_{(N)} &= \frac{E_{(0)}^N}{h_{(N)}}, \end{aligned}$$

де $C_{(N)}$ – значення коефіцієнта постелі у вузлі скінченно-елементної моделі; $F_{(N)}$ – окіл площі серединної поверхні оболонки у вузлі N ; $n_{(N)}^{i'}$ – компоненти вектора одиничної нормалі до поверхні оболонки у вузлі N ; $E_{(0)}^N$ – модуль загальної

деформації ґрунту в околі вузла N ; $h_{(N)}$ – товщина стискуваної товщі ґрунтової основи аеродромного покриття.

У випадку дискретизації нежорстких покриттів моделювання півпростору покриття, штучної і ґрунтової основ просторовий елемент працює в плоскодеформованому стані за рахунок накладених в'язів у першому напрямку глобальної системи координат за нормаллю до півпростору. При цьому відповідно до задачі плоскої деформації перераховується модуль пружності та коефіцієнт Пуассона:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{E}{(1-\nu^2)}; \\ \nu_1 &= \frac{\nu}{1-\nu}. \end{aligned}$$

Дискретна скінченно-елементна модель тонкої плити на пружній основі, або скінченно-елементна модель плоскодеформованого півпростору в процесі деформування під дією зовнішніх сил розглядаються в трьох станах:

- натуральному (дійсна конфігурація C^0);
- початковому (відлікова конфігурація C^t);
- деформованому (актуальна конфігурація $\tilde{N}^{t+\Delta t}$).

У кожний СЕ введений місцевий косокутний базис. У центрі СЕ модулі масштабних векторів \bar{e}_i дорівнюють розмірам СЕ середніх ліній його поверхні і товщині або плоскодеформованій моделі півпростору у центрі СЕ (рис. 1).

Як невідомі виступають вузлові переміщення СЕ в глобальній системі координат $OZ^1Z^2Z^3$ (рис. 1). Зміна переміщень і координат точок у межах СЕ визначається полілінійними функціями місцевих координат x^1, x^2, x^3 або x^2, x^3 локальної поверхні півпростору:

$$\begin{aligned} u^{i'} &= \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \sum_{S_3=\pm 1} U_{S_1 S_2 S_3}^{i'} \prod_{\delta=1}^3 \left(S_{(\delta)} x^{(\delta)} + \frac{1}{2} \right); \\ -\frac{1}{2} &\leq x^{(\delta)} \leq \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $u_{S_1 S_2 S_3}^{i'}$ – вузлові переміщення СЕ; $S_{(\delta)} = \begin{Bmatrix} +1 \\ -1 \end{Bmatrix}$ – умовні лагранжеві координати.

Згідно з процедурою моментної схеми (МССЕ) виконується розкладання функцій деформацій і напружень у ряд Макларена в центрі СЕ.

Функції деформацій в актуальній конфігурації зводять до функцій тензор-градієнтів вектора переміщень [7]:

$$\nabla_i u_j(x^{(j)}) = \xi_{ij}^{**} + \varphi_{ij,k}^{**} x^k \omega_i^k + \psi_{ij,ks}^{**} x^k x^s \omega_{(sij)}^{**};$$

$$\sigma^{ij} = N^{ij} + M_k^{ij} x^k \omega_i^{(k)} + M_{ks}^{ij} x^k x^s \omega_{(kii)}^{(sks)}, \quad (5)$$

де $\omega_{ij...}^{ks...} = \omega_i^k \omega_j^s \dots$;

$$\omega_i^k = \begin{cases} 1 & i \neq k; \\ 0 & i = k, \end{cases}$$

$$N^{ij} = \sigma^{ij}|_{(0)};$$

$$M_k^{ij} = \frac{\partial \sigma^{ij}}{\partial x^k}|_{(0)};$$

$$M_{ks}^{ij} = \frac{\partial^2 \sigma^{ij}}{\partial x^k \partial x^s}|_{(0)}.$$

Ураховуючи вирази (4), (5), з використанням варіаційного рівняння (1) для просторового оболонкового елемента після інтегрування одержуємо:

$$\delta U_{(e)} = \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \sum_{P_3=\pm 1} R'_{P_1 P_2 P_3} \delta u'_{P_1 P_2 P_3},$$

де $R'_{P_1 P_2 P_3}$ – коефіцієнти нелінійної матриці СЕ:

$$R'_{P_1 P_2 P_3} = \sqrt{G} \left(\frac{1}{4} N^{ij} Z'_{,j} P_i + \frac{1}{24} M_k^{ij} Z'_{,j} P_i P_k + \frac{1}{144} M_{st}^{ij} Z'_{,j,s} P_i \omega_{(i)}^{(t)} \right),$$

$\sqrt{G} \equiv u_{(e)}$ – об'єм СЕ у відліковій конфігурації C^t ;

$$Z'_{,j} = \frac{\partial \left(Z' + \frac{1}{2} u' \right)}{\partial x^j};$$

$$Z'_{,j,s} = \frac{\partial^2 \left(Z' + \frac{1}{2} u' \right)}{\partial x^j \partial x^s}.$$

Систему нелінійних рівнянь рівноваги скінченноелементної моделі одержимо з виразу повної потенціальної енергії [7]:

$$\sum_{N=1}^{N=M} \left(R'_N - Q'_N \right) \delta u'_N = 0; \quad N = 1, 2, \dots, n,$$

де M – кількість вузлів скінченноелементної моделі.

Через незалежність варіацій переміщень, що допускається зв'язками, одержимо остаточно систему нелінійних рівнянь рівноваги скінченноелементної моделі з просторовим оболонковим СЕ [7]:

$$\sum_{N=1}^M \left(R'_N - Q'_N \right) = 0$$

або $\sum_{N=1}^M h'_N = 0,$

де h'_N – вектор відхилу у вузлі скінченноелементної моделі.

Для розв'язання системи нелінійних рівнянь (1) достатньо великого порядку використовують спеціальний алгоритм, що побудований на комбінації методів подовження за параметром збурення та Ньютона–Канторовича, також подовженням за розвитком пластичних деформацій.

Рекурентну формулу ітераційного процесу розв'язку квазістатичної задачі

$$h(U, t) = 0;$$

$$t \in [0, 1]$$

на кроці за часом $t + \Delta t$, „ $n + 1$ ” можна подати у вигляді:

$$\left[K_{GL}^{(n)} \right] \left\{ \Delta u_{i+1}^{n+1} \right\}_L = \left\{ Q(u_i^n) \right\}_{(G)} - \left\{ R(u_i^n) \right\}_{(G)}; \quad (6)$$

$$\left\{ u_{i+1}^{n+1} \right\} = \left\{ u_i^{n+1} \right\} + \left\{ \Delta u_{i+1}^{n+1} \right\},$$

де $\left[K_{GL}^{(n)} \right]$ – лінеаризована матриця жорсткості скінченноелементної моделі [7].

Критерієм завершення ітераційного процесу (6) за „ i ” є зниження норми вектора відхилу:

$$\left\{ r(u_{i,t}^{n+1}) \right\} = \left\{ Q(u_i^{n+1}) \right\} - \left\{ R(u_i^{n+1}) \right\}$$

до заданої малої величини

$$\left(r^{i,k}, r^{i,k} \right) \leq \varepsilon.$$

Числові дослідження

Для встановлення вірогідності запропонованої МССЕ з використанням оболонкового просторового методу СЕ в працях [6–8; 10] було розв'язано багато тестових задач у різних постановках, результати розв'язків яких з достатньою точністю збігалися з відповідними еталонними рішеннями.

Як приклад розрахунку основних типових конструкцій аеродромних покриттів розглянемо задачу плоского деформування багатопарового неоднорідного півпростору від впливу смугового навантаження, що моделює вплив вертикального еквівалентного навантаження від основної опори повітряного судна.

Для ділянок аеродрому групи А навантаження обчислюють з урахуванням попереднього призначення конструкції багатопарового нежорсткого покриття (рис. 2).

Для аеродромів групи III В [11, табл. 28] нормативне навантаження на основну опору літака $F_n = 400$ кН, внутрішній тиск повітря у пневматиках коліс $p_a = 1,0$ МПа, основна опора – чотириколісна, відстань між суміжними колесами становить 70 см, відстань між рядами коліс – 130 см.

З урахуванням указівок СНіП [11, пп. 5.6, 5.34–5.36] призначаємо конструкцію покриття і розрахункові характеристики матеріалів:

– щільного асфальтобетону з сумішшю марок I та II відповідно

$$E_{ab1} = 12 \cdot 10^2 \text{ МПа};$$

$$E_{ab2} = 10 \cdot 10^2 \text{ МПа}$$

при розрахунковій температурі асфальтобетону +15°C в III дорожньо-кліматичній зоні;

– щебеню, обробленого в'язким бітумом способом просочування,

$$E_{ab3} = 6 \cdot 10^2 \text{ МПа}$$

для району з помірним кліматом в III дорожньо-кліматичній зоні;

– щебеню з природного каменю з межею міцності під час стискання 80 МПа, вкладеного способом розклинювання,

$$E_{ab4} = 3,5 \cdot 10^2 \text{ МПа};$$

– гравійного піску

$$E_{ab5} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ МПа}.$$

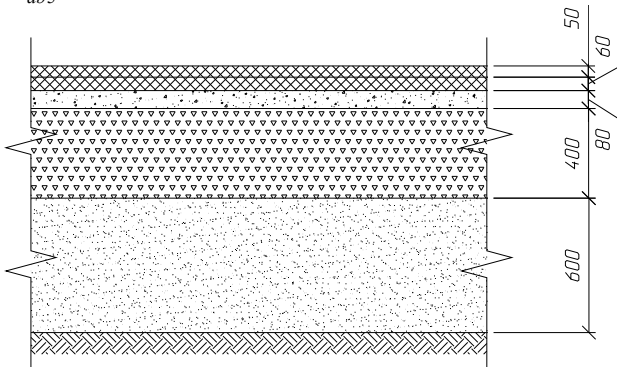


Рис. 2. Конструкція асфальтобетонного покриття:

1 – щільний асфальтобетон з сумішшю марки I типу А;
2 – щільний асфальтобетон з сумішшю марки II типу Б;
3 – щебень з межею міцності при стиску 80 МПа, просочений бітумом; 4 – щебень з межею міцності при стиску 80 МПа; 5 – гравійний пісок; 6 – супісок

Модуль пружності супіску в ґрунтовій основі $E = 39 \text{ МПа}$.

Сумарна товщина шарів призначеної конструкції покриття

$$t_{tot} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5;$$

$$t_{tot} = 0,06 + 0,06 + 0,08 + 0,40 + 0,60 = 1,20 \text{ м}.$$

Для визначення одноколісного еквівалентного навантаження F_e згідно з працею [11, п. 5.64] проводимо проміжне обчислення розрахункового навантаження на колесо основної опори:

$$F_d = \frac{F_n}{n_k} k_d \gamma_f;$$

$$F_d = \frac{400}{4} 1,1 \cdot 0,85 = 93,5 \text{ кН},$$

де $k_d = 1,1$ – коефіцієнт динамічності.

Коефіцієнт розвантаження $\gamma_f = 0,85$ беремо з праці [25, табл. 30] для ділянок покриття групи А, якщо $p_a = 1,0 \text{ МПа}$.

Мінімальну відстань між найближчими колесами основної опори в світлі a визначаємо за геометричними характеристиками опори літака:

$$a = a_0 - 2 \sqrt{\frac{F_d}{1,4 \pi p_a}};$$

$$0,70 - 2 \sqrt{\frac{93,5 \cdot 10^3}{1,4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 10^6}} = 0,41 \text{ м}.$$

Максимальна відстань між колесами основної опори (рис. 3):

$$a_d = \sqrt{0,70^2 + 1,30^2} = 1,48 \text{ м}.$$

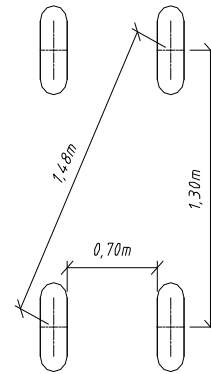


Рис. 3. Схема шасі літака Ту-134

Одноколісне еквівалентне навантаження, що замінює силовий вплив багатоколісної основної опори, визначаємо за формулою

$$c = \frac{\lg n_k - \lg \frac{2t_{tot}}{a} + \lg F_d}{\lg \frac{4a_d}{a}};$$

$$F_e = 10^c;$$

$$c = \frac{\lg 4}{\lg \frac{4 \cdot 1,48}{0,41}} \lg \frac{2 \cdot 1,2}{0,41} + \lg 93,5 = 2,49;$$

$$F_e = 10^{2,49} = 306 \text{ кН}.$$

За розрахунковий беремо літак типу Ту-134, оскільки він має найбільше одноколісне навантаження

$$F_{e1} = 223,2 \text{ кН}.$$

Прийняту дискретну модель розрахункової частини досліджуваного півпростору показано на рис. 4.

Розрахунковий фрагмент півпростору вибрано з врахуванням площини симетрії, що проходить за віссю фюзеляжу повітряного судна. Відстань між основними опорами $L = 1100 \text{ см}$ відповідає прийнятому типу літака.

Смугове навантаження відповідно до розрахункової схеми показано на рис. 4 у вигляді вузлових значень.

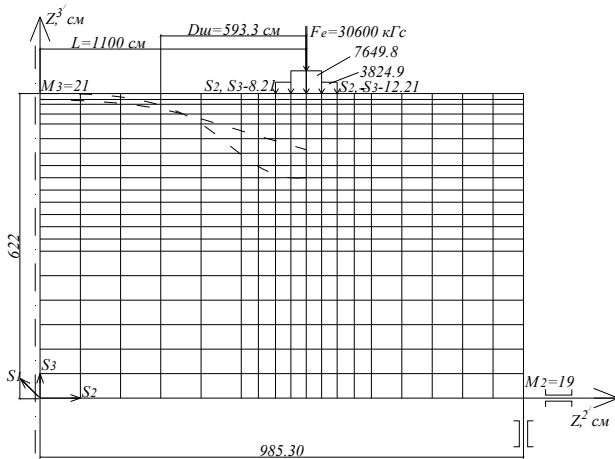


Рис. 4. Скінченноелементна модель розрахункового фрагменту ґрунтового півпростору

Розрахункова скінченноелементна модель півпростору, що показана на рис. 4, має такі граничні умови:

- площа симетрії з сітковими вузловими координатами S_2 , S_3 початку і кінця відповідно 1,1 і 1,М3, по якій накладені зв'язки на переміщення за другим напрямком глобальної системи координат;
- нижня грань – межа активної зони півпростору з сітковими координатами S_2 , S_3 початку і кінця відповідно 1,1 і М2, 1, жорсткі зв'язки за третім напрямком глобальної системи координат.

Фізико-механічні характеристики шарів півпростору такі:

- нежорстке асфальтобетонне покриття товщиною 12 см, $E=9 \cdot 10^2$ МПа, $\nu=0,3$, $\gamma=0,0021$ кг/см³;
- щебінь гранітний, просочений бітумом ($R_{ш} = 80$ МПа) – $E=7 \cdot 10^2$ МПа, $\nu=0,3$;
 $\gamma = 0,0020$ кг/см³;
- щебінь гранітний ($R_{ш}=80$ МПа), $E=3,5 \cdot 10^2$ МПа, $\nu=0,22$, $\gamma=0,0015$ кг/см³;
- пісок (останній шар штучної основи нежорсткого аеродромного покриття), $E=120$ МПа, $\nu=0,3$, $\gamma=0,00175$ кг/см³;
- супісок (початок ґрунтової основи), $E=35$ МПа, $\nu=0,3$, $\gamma=0,00164$ кг/см³;
- супісок глинистий пластичний (варіант наявності слабкого прошарку в ґрунтовій основі), $E=5$ МПа, $\nu=0,34$, $\gamma=0,00171$ кг/см³.

З урахуванням величини стискуваної товщі півпростору для нежорстких аеродромних покриттів згідно з працею [11] дискретна модель має розміри 985,30 см×622 см (h).

Вибираємо сіткову область розміром М2×М3 – 19×21. Деяке згущення сіткової області виконане у межах області прикладення колісного навантаження.

Моделювання еквівалентного смугового навантаження зводиться до перерозподілу рівномірної інтенсивності тиску $q = 4,416$ кг/см при смузі навантаження розміром 125,3×55,3 см, що відповідає рівнодіючій $F_e=306$ кН.

Бокова права грань півпростору з сітковими координатами S_2 , S_3 початку і кінця відповідно – М2,1 – М2, М3 – накладені жорсткі зв'язки за другим напрямком глобальної системи координат. Розміри сіткової області відповідають системі нелінійних рівнянь рівноваги $k=2 \times 19 \times 21,3=2384$ без урахування зв'язків, накладених відповідно до зазначених граничних умов.

Результати розрахунку за переміщеннями у вигляді симетричної епюри на скінченноелементній моделі розрахункової схеми показано на рис. 5 без урахування слабкого прошарку $u_{\max}^3 = 1,128$ см (прогин верхньої площини півпростору у центрі смугового навантаження) і з урахуванням слабкого прошарку $u_{\max}^3 = 1,82$ см. Діаметр чаші прогину становить 593,3 см. На рис. 5 показано ізолінії напружень стиску.

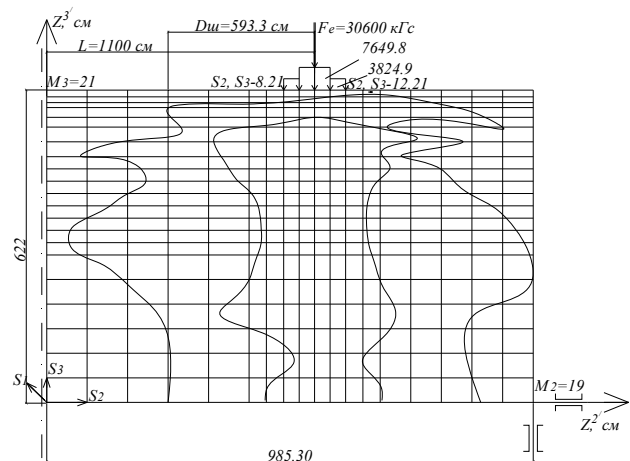


Рис. 5. Ізолінії стискуваних напружень

Максимальні напруження в ґрунтовому півпросторі досягають 0,2 МПа. Характер ізоліній напружень свідчить про наявність значної неоднорідності півпростору. Розглянемо приклад розрахунку жорсткого аеродромного покриття. Як розрахунковий фрагмент беремо окрему армобетонну плиту покриття розмірами 15,0х7,5 і 0,32(h) на пружній вінклерівській основі.

По краях плита спирається на шарнірні пристрої. Дискретна модель плити побудовано з регулярно нерівномірною сітковою областю S_1 , S_2 , S_3 з розмірами $S_1=M_1=2$; $S_2=M_2=23$; $S_3=M_3=23$.

Сітка утворена так, щоб змоделювати колісні відбитки, шасі повітряного судна. Схема розміщення шасі відповідає СНІП-85.

Кожний відбиток містить чотири СЕ і має розміри, які обчислюються за формулою

$$\pi R_e^2 = a^2; a = R_e \sqrt{\pi}; R_e = \sqrt{\frac{F_d}{\pi P_a}};$$

$$R_e = 23,4 \text{ см}; a = \sqrt{41,6} \text{ см.}$$

Отже, еквівалентний тиск на одиницю площі відбитка становить:

$$a^2 P_e = F_d; P_e = \frac{F_d}{a^2}; P_e = \frac{171,88}{41,46^2} \approx 9,932 \text{ кг/см}^2.$$

Дія вузлових сил моделі відбитку подана такими відображеннями (рис. 6):

$$Q_1 = 4296,98 \text{ кг}; Q_2 = 2148,49 \text{ кг}; Q_3 = 1074,245 \text{ кг.}$$

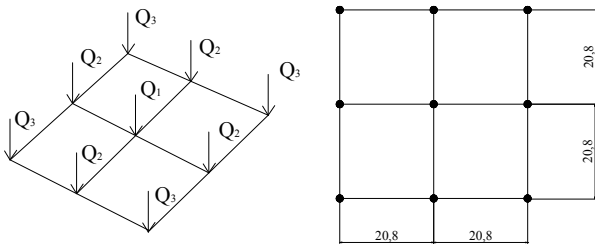


Рис. 6. Схема навантаження площі відбитка колеса літака

Сума всіх вузлових сил дискретної моделі відбитка $Q_1 + 4Q_2 + 4Q_3$ дорівнює $F_d = 171,88 \text{ кг}$.

На вузли дискретної моделі в додатному напрямку Z^1 діють сили від опори основи, що складається зі штучної основи (грунтоцементу) і ґрунтової основи (пилуватого суглинку).

Еквівалентний модуль пружної основи визначаємо за формулою:

$$E_e = \frac{E_1 t_1 + E_2 t_2}{t_1 + t_2};$$

$$E_e = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot 0,3 + 240,4 \cdot 4,38}{0,3 + 4,38} = 0,327 \cdot 10^3 \frac{\text{е} \ddot{\text{а}}}{\text{н} \dot{\text{н}}^2}.$$

Отже, еквівалентний коефіцієнт постелі визначають [11] для двох шарів за формулою

$$\hat{E}_{se} = \frac{K_{S1} + K_{S2} \alpha_2}{1 + \alpha_2},$$

де $K_{S1} = 180 \text{ мН/м}^3$ (згідно зі СНіП);

$K_{S2} = 40 \text{ мН/м}^3$;

$$\alpha_2 = \frac{4,38[1,6 \cdot 3,2 - (0,3 + 0,5 \cdot 4,38)]}{0,3(1,6 \cdot 3,2 - 0,5 \cdot 0,3)} = 7,722,$$

$$\hat{E}_{se} = \frac{180 + 40 \cdot 7,722}{1 + 7,722} \approx 56,06 \frac{\text{н} \dot{\text{н}}}{\text{н} \dot{\text{н}}^3} = 5,606 \frac{\text{е} \ddot{\text{а}}}{\text{н} \dot{\text{н}}^3}.$$

Під час розв'язування задачі враховується дія колісного навантаження від чотирьох коліс головної опори судна, а також власна вага плити з щільністю $\rho = 0,00245 \text{ кг/см}^3$.

Відповідно до топологічної моделі система рівнянь рівноваги становить $2 \times 9 \times 23 \times 3 = 2622$ нелінійних рівнянь.

Система нелінійних рівнянь розв'язується методом подовження за параметром збурення (за навантаженням) у сполученні з методом Ньютона – Канторовича 10 кроків за навантаженням.

Результати числового розв'язку зображені на рис. 7 у вигляді епюр переміщень U'_N , реакцій основи R'_N і згинальних моментів M_N^{22} у середньому поперечному перерізі плити (див. таблицю).

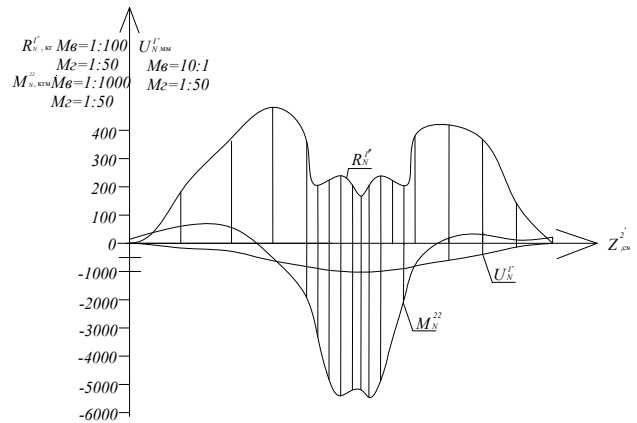


Рис. 7. Епюри і їх вузлові значення

Максимальне переміщення дорівнює 1,02 мм, максимальна реакція $R'_N = 413 \text{ кг}$.

Дані для епюр переміщень, реакцій ґрунтової основи і згинальних моментів

Номер вузла	R'_N , кг	U'_N , мм	M_N^{22} , кгс
343	0	0	205,4
345	182,9	-0,17	615,3
347	372,4	-0,39	571,9
349	482,2	-0,62	-514,4
351	382,2	-0,82	-1887,3
353	206,5	-0,89	-3256,4
355	225,0	-0,95	-4782,7
357	240,8	-0,99	-5405,6
359	207,2	-1,02	-5183,6
361	168,6	-1,02	-5197,7
363	207,1	-1,02	-5454,6
365	240,6	-0,99	-4873,5
367	224,6	-0,94	-3388,7
369	205,8	-0,88	-2061,1
371	379,9	-0,81	-775,8
373	419,3	-0,69	+195,84
375	371,8	-0,39	+307,12
377	141,0	-0,194	+112,2
379	0	0	+216,1

Якщо порівнювати з інженерним розрахунком, то числове значення згинального максимального моменту менше на

$$\frac{(62,16 - 54,55) \cdot 100\%}{62,16} \approx 10,6\%.$$

Крім цього, здійснено порівняння числових розрахунків із симетричним і несиметричним розміщенням колісного шасі.

Висновки

Результати числового дослідження нежорсткого аеродромного покриття дають можливість зробити такі висновки:

– наявність слабого прошарку в ґрунтовій основі покриття суттєво впливає на прогин покриття і дійсно зумовлює застосування нелінійного підходу для розв'язання задачі;

– характер ізоліній напружень стиску в ґрунтовій товщі відповідає відомим у літературі викривленням ізоліній зазначених напружень з урахуванням анізотропних властивостей неоднорідного ґрунтового півпростору;

– уточнені результати числового розрахунку за деформаціями ґрунтового півпростору дозволяють достатньо точно визначити розміри реальної чаші прогину покриття від колісного навантаження основної опори літака.

Результати числового дослідження жорсткого армобетонного аеродромного покриття дають підстави для таких висновків:

– для наведених розмірів сіткової області тонкої плити запропонована методика числового розрахунку дає можливість достатньо точно отримати кількісні значення параметрів напружено-деформованого стану за переміщеннями, згинальними моментами і реакцією пружної ґрунтової основи;

– порівняльний аналіз розрахунків плити армобетонного покриття з симетричними і несиметричними розміщеннями колісного навантаження від чотириколісної основної опори літака свідчить, що максимальні внутрішні зусилля у

плиті при двох варіантах схеми навантаження практично не відрізняються, тільки ізолінії різних варіантів симетрично зміщуються відносно осі головного колеса основної опори літака.

Література

1. *Гольдштейн М.Н.* Механические свойства грунтов. – М.: Стройиздат, 1973. – 375 с.
2. *Харр М.Е.* Основы теоретической механики грунтов. – М.: Изд-во лит. по стр-ву, 1971. – 320 с.
3. *Цытович Н.А.* Механика грунтов. – М.: ГИЛСЛи СМ, 1963. – 635 с.
4. *Кузнецов В.И.* Упругое основание. Расчёт балок, плит и рам. – М.: ГИЛСА, 1952. – 296 с.
5. *Горбунов-Посадов М.* Расчёт конструкций на упругом основании. – М.: Госстройиздат, 1953.
6. *Баженов В.А., Сахаров А.С., Цыхановский В.К.* Моментная схема метода конечных элементов в задачах нелинейной механики сплошной среды // Прикладная механика. – К.: Ин-т механики НАН Украины, 2002. – Т.38 (48), №6, июль. – С. 24–63.
7. *Баженов В.А., Цыхановський В.К., Кислюк В.М.* Метод скінченних елементів у задачах нелінійного деформування тонких та м'яких оболонок. – К.: КНУБА, 2000. – 386 с.
8. *Цыхановський В.К., Соколовська В.А.* Метод скінченних елементів у задачах дослідження неоднорідного анізотропного півпростору // Вісн. НАУ. – 2004. – №4 (22). – 2004. – С. 138–145.
9. *Цыхановський В.К., Прусов Д.Е., Коряк О.С.* Основні співвідношення методу скінченних елементів до розв'язання задачі дослідження неоднорідного анізотропного півпростору// Аеропорти та їх інфраструктура: Матеріали VI Між нар. наук.-техн. конф. «Авіа – 2004». – К.: НАУ, 2004. – Т. 4. – С. 43.20–43.23.
10. *Шимановский А.В., Цыхановский В.К.* Теория и расчёт сильно нелинейных конструкций. – К.: Сталь, 2005. – 423 с.
11. *СНУП 2.05.08.-85.* Аэродромы/ Госстрой СССР. – М.: ЦНТП Госстроя СССР, 1985. – 59 с.

Стаття надійшла до редакції 01.02.06.

Предложена методика и ее численная реализация расчета на прочность и стойкость аэродромных покрытий с учетом их взаимодействия с неоднородным многослойным ґрунтовым полупространством. Приведены примеры конечноэлементных моделей для расчёта жестких, нежестких и облегченных покрытий с использованием моментной схемы конечных элементов и универсального пространственного оболочечного конечного элемента.

Method of solution on strength and stability of airdrome outercoverses with investigation non-homogeneous anisotropic soil half-space are presented. Examples finite element models for solution soil, unsolid and light outercoverses with utilization of effective momental scheme of finite element on base of universal space-shell finite element.