УДК 656.7.052.001.57 (045)

С.А. Закора

ПОСЛІДОВНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ КОНФЛІКТНИХ СИТУАЦІЙ ДЛЯ СУКУПНОСТІ ЛІТАКІВ ЗА РАХУНОК ВІДХИЛЕННЯ ЗА КУРСОВИМ КУТОМ

НАУ, кафедра аеронавігаційних систем, e-mail: sevastian@ukr.net

Запропоновано метод послідовного розв'язання конфліктних ситуацій за участю багатьох повітряних суден. Розглянуто особливості побудови поверхонь допустимих траєкторій для двох моделей руху повітряних суден при розв'язанні конфлікту за рахунок відхилення за курсовим кутом.

Вступ

Сучасні напрями розвитку систем організації повітряного руху базуються на таких принципах, як підвищення ефективності й безпеки виконання польотів та оптимальне задоволення потреб користувачів повітряного простору.

Одна з перспективних концепцій реалізації зазначених принципів – впровадження режиму вільного польоту Free Flight [1], який дозволить при заданому рівні безпеки більш ефективно виконувати польоти повітряних суден (ПС) за рахунок гнучких маршрутів та оптимальних маневрів. У таких умовах характер повітряного руху змінюється з потокового на умовнодовільний, а задача визначення і розв'язання потенційних конфліктних ситуацій між ПС стає більш складною і потребує ретельного вивчення.

У праці [2] розглянуто класифікацію існуючих на сьогодні підходів до вирішення конфліктних ситуацій в умовах, подібних до Free Flight.

Сучасні бортові системи запобігання зіткнень є тактичними, оскільки вони здатні здійснювати ефективний прогноз і вирішення конфліктних ситуацій на невеликих часових інтервалах і, переважно, тільки для пари ПС [3], а стратегічні системи безпечного ешелонування ASAS потребують подальшої розробки.

Розв'язання конфліктних ситуацій у випадку Free Flight є досить складним через такі особливості, як можливість виникнення конфліктів з одночасною участю декількох ПС і невизначеність намірів ПС унаслідок помилок прогнозування положення.

У цій роботі пропонується використання послідовного розв'язання конфліктних ситуацій, в яких може брати участь довільна кількість ПС. При цьому увага акцентується саме на процесі розв'язання таких конфліктів, а методи та алгоритми їх визначення [4; 5] вважаються відомими.

Постановка задачі

Розглянемо множину з $n \, \Pi C \, A = \{A_1, A_2, ..., A_n\},$ що виконують політ у деякій обмеженій зоні в режимі вільного польоту.

Вважаємо, що в початковий момент часу t_0 положення всіх ПС із множини A визначається випадково. Також припустимо, що жоден літак з A, рухаючись за планом, не встигне вийти за межі зони, і жодних літаків не зайде в зону із зовні на відрізку часу $(t_0; t_F)$, де t_F – деякий граничний момент часу, на який прогнозується траєкторія кожного ПС.

Нехай існує досить велика кількість виявлених конфліктних ситуацій і для кожної пари конфліктних ПС $(A_i, A_j)_{i, j=\overline{1,n}}$ на відрізку часу $(t_0; t_F)$

не виконується умова безпечного ешелонування $d_{A_{i},A_{i}}(t) \ge d_{s}$, (1)

де $d_{A_i,A_i}(t)$ – відстань між ПС A_i та A_j в момент

часу t; d_s – норма безпечного ешелонування ПС. Необхідно знайти для кожного конфліктуючого ПС A_i такі траєкторії, які б забезпечили відсутність конфліктів з усіма іншими ПС з A на інтервалі часу $(t_0; t_F)$. При цьому слід враховувати, що густина літаків в зоні порівняно велика, тому попарний розв'язок конфліктів не є ефективним, оскільки може викликати наступні конфлікти з оточуючими ПС.

Метод послідовного розв'язання конфліктних ситуацій

Пропонований метод побудови запобіжних маневрів базується на почерговому переплануванні траєкторії кожним ПС з сукупності A відповідно до попередньо заданої впорядкованої послідовності або черги $p = (A_1, A_2, ..., A_n)$. Процес перепланування виконується для кожного літака A_i за наявності попередньо виявленого конфлікту для його початкової траєкторії хоча б з одним ПС з підмножини $\{A_1, A_2, ..., A_{i-1}\}$. Перепланування відбувається таким чином, щоб гарантовано виконувалась умова дотримання безпечного ешелонування між кожною парою ПС (1).

Розглянемо графічне зображення траєкторії A_i у просторово-часовій системі координат XtY, що вводиться в математичному просторі "площина– час" $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{T}$ (рис. 1).



Рис. 1. Траєкторія ПС в просторово-часовій системі координат

Траєкторію *i*-го ПС будемо подавати послідовністю з *k* точок маршруту

 $\left\{P_{i,l}\right\}_{l=0,\ldots,k}, P_{i,l} \in \mathbf{R}^2$

та шляхових швидкостей

 $\left\{V_{i,l}\right\}_{l=0,\ldots,k}, V_{i,l} \in \mathbf{R} ,$

які відповідають прямолінійним ділянкам між точками $\{P_{i,l}\}$.

У системі координат XtY кожна ділянка планової траєкторії буде розташована під кутом $\lambda_{i,l} = \operatorname{arctg}(V_{i,l})$ до горизонтальної площини. У цьому разі траєкторії ПС для спрощення вважаємо виключно горизонтальними, тому вертикальна координата не враховується.

Нехай у процесі планування траєкторії літака A_i знайдено конфлікт із літаком A_j в момент часу t_C . При цьому відомо, що до деякого моменту часу t_M , $(t_0 \le t_M < t_C)$ траєкторія A_i є безконфліктною відносно до всіх інших ПС.

Під час розв'язанні конфлікту за рахунок одного з типів горизонтальних маневрів (відворот за курсом чи зміна швидкості) множина можливих траєкторій літака A_i буде утворювати поверхню планового положення в просторі $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{T}$ (рис. 2). Вважаємо, що розв'язання конфлікту починається в момент t_M , якому відповідає точка M на рис. 2.

У цій роботі розглядаються маневри з відворотом за курсовим кутом на відрізку часу $(t_M; t_R)$, де $t_R \in (t_C; t_F)$ – момент часу, коли можна вважати, що конфлікт розв'язано.

Графічно вибір необхідного курсу при незмінній заданій швидкості польоту в системі XtY можна подати обертанням конфліктної ділянки траєкторії літака A_i навколо вертикальної осі t', що проходить через точку M.

Отже, утворюється поверхня планового положення у вигляді конусу з вершиною в точці M, яка в загальному випадку задається рівнянням $\overline{\mathbf{X}}(x, y, t) = 0$ або у векторному параметричному вигляді

$$\overline{\mathbf{X}}(t, \Psi) = \begin{bmatrix} x(t, \Psi) & y(t, \Psi) \end{bmatrix}^T,$$

де ψ – курсовий кут.

Утворена поверхня **X** визначає зону досяжності літака для будь-якого моменту часу. Насправді, за рахунок існування необхідної умови безпечного ешелонування (1) та можливих відхилень від планового положення, поверхню $\overline{\mathbf{X}}$ слід замінити двома вкладеними одна в іншу обмежуючими поверхнями допустимих траєкторій, які будемо позначати як Φ^0 (зовнішня) та Φ^1 (внутрішня).

Умова безпечного ешелонування виконується за відсутності перетинів між захисними зонами кожного з ПС. Для спрощення візьмемо, що форма захисної зони в горизонтальному перерізі є ідеальним колом, у центрі якого розташоване ПС. Тоді у векторному вигляді рівняння поверхонь Φ^0 та Φ^1 можна записати так:

$$\Phi^{U}(t,\psi) = \overline{X}(t,\psi) + (-1)^{U} \delta(t,\psi), \quad u = \overline{0,1},$$
де $u = 0$ – для зовнішньої поверхні; $u = 1$ – для внутрішньої поверхні.
(2)

Складові

$$\overline{\mathbf{X}}(t,\psi) = \left[\overline{x}(t,\psi) \ \overline{y}(t,\psi)\right]^T \text{ ta } \delta(t,\psi) = \left[x_\delta(t,\psi) \ y_\delta(t,\psi)\right]^T$$

характеризують відповідно поверхню планового положення $\overline{\mathbf{X}}(t, \psi)$ для детермінованої моделі руху і розміри захисної зони $\delta(t, \psi)$, яка враховує відхилення від плану і норми ешелонування d_s . Тоді евклідова норма $\|\delta(t, \psi)\|_2$ є відстанню від поверхні $\overline{\mathbf{X}}$ до Φ^1 та Φ^0 .



Рис. 2. Розв'язання конфлікту за курсом

На параметр ψ накладаються умови "поміркованого" повороту за курсом:

 $\Psi \in \left(\Psi_0 - \Delta \Psi_{\max}; \Psi_0 + \Delta \Psi_{\max}\right),$

де $\Delta \Psi_{\text{max}}$ – максимальне відхилення від початкового курсу Ψ_0 , оскільки очевидно, що зміна курсу при повороті більш ніж на 90° є недоцільним маневром для розв'язання конфлікту.

Для вирішення конфлікту між двома літаками A_i та A_j шляхом розвороту за курсом тільки одного літака A_i необхідно знайти точки перетину поверхонь $\Phi_i^U(t, \psi)$ літака A_i з траєкторією $\mathbf{f}_j(t)$ літака A_j . Тоді значення кутів ψ_C , які відповідатимуть знайденим точкам перетину, будуть визначати діапазони небажаних кутів повороту при розв'язанні конфлікту. Враховуючи, що захисна зона утворюється навколо траєкторії кожного з літаків і формує фігуру у вигляді тривимірної трубки, яка може розглядатися як просторовочасовий коридор руху ПС, знаходження перетину такої трубки літака A_j з поверхнями Φ_i^U має певні труднощі.

У цьому разі зручно перейти до еквівалентного подання траєкторій як показано на рис. 3, тоді $\delta(t,\psi)$ буде враховувати сумарну захисну зону, а траєкторія $\mathbf{f}_{j}(t)$ літака A_{j} буде зображувати суцільну лінію.



Рис. 3. Траєкторії ПС з урахуванням захисної зони та їх еквівалентний вигляд

Точки перетину поверхонь $\mathbf{\Phi}_{i}^{U}$ з лінією \mathbf{f}_{j} можна знайти, розв'язавши рівняння

$$\begin{split} & \boldsymbol{\Phi}_{i}^{u}(t,\boldsymbol{\psi}) - \boldsymbol{f}_{j}(t) = 0, \quad t \in (t_{M};t_{R}), \quad u = \overline{0,1}. \end{split}$$
(3)

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{\Psi}_{ij}^{U} = \left\{ \boldsymbol{\Psi}_{ij}^{0}, \boldsymbol{\Psi}_{ij}^{1} \right\}; \end{aligned}$$

$$t_{ij} = \left\{ t_{ij}^0, t_{ij}^1 \right\}$$

будуть визначати межі діапазону небезпечних курсів літака A_i відносно до A_j .

За умови послідовного перепланування літак A_i будує безконфліктну траєкторію відносно множини літаків $(A_1, ..., A_{i-1})$. Оскільки в загальному випадку закон зміни сумарної захисної зони $\delta(t, \psi)$ відрізняється для кожної пари літаків (A_i, A_j) , $j = \overline{1, i-1}$, то побудову поверхні Φ_i^U і описаний спосіб пошуку діапазонів конфліктних курсів можна застосувати також для кожної пари (A_i, A_j) , $j = \overline{1, i-1}$.

Тоді остаточний діапазон конфліктних курсів для A_i визначається як

$$\left[\psi_{\min};\psi_{\max}\right]_{i} = \bigcup_{j=1}^{i-1} \left[\min\left(\psi_{ij}^{0},\psi_{ij}^{1}\right)\max\left(\psi_{ij}^{0},\psi_{ij}^{1}\right)\right].$$

Можливий варіант вибору безконфліктного курсу показано на рис. 4.



Рис. 4. Пошук безконфліктного курсу

Очевидно, що за критерієм мінімального відхилення від початкового курсу, літак A_i має вибрати курс ψ_{R_i} , такий, що $|\psi_{R_i} - \psi_{0_i}| \rightarrow \min$. При цьому можуть бути враховані інші критерії оптимальності маневру.

Після вибору безконфліктного курсу описана процедура побудови траєкторії може бути застосована на подальших ділянках шляху звичайно за необхідності вирішення конфліктів. При цьому для кожного наступного етапу пошуку безконфліктних курсів виконується початкова умова (1), оскільки на попередньому етапі конфлікт або було вирішено, або не існувало.

Побудова поверхонь Ф^U для лінійної моделі руху ПС

Розглянемо випадок, коли траєкторії літаків детерміновані та описуються найпростішою кінематичною моделлю горизонтального руху у фіксованій системі координат [6]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V_i \cos \Psi_i; \\ \dot{y} &= V_i \sin \Psi_i, \end{aligned} \tag{4}$$

де V_i – середня швидкість літака A_i на даному відрізку часу $(t_M; t_R); \Psi_i$ – курсовий кут ПС на *l*-й ділянці.

У такій моделі зміна курсу та шляхової швидкості при переході на наступну ділянку маршруту відбувається миттєво.

Для запису рівняння планової поверхні зручно перейти до часу t відносно моменту t_M , тобто взяти $t_M = 0$.

Тоді з урахуванням моделі руху (4) поверхня планового положення для *i*-го ПС в системі *XtY* буде мати такий параметричний вигляд:

$$\overline{\mathbf{X}}_{i}(t, \psi) = \begin{bmatrix} V_{i}t\cos\psi \\ V_{i}t\sin\psi \end{bmatrix}$$

Для детермінованої моделі руху захисна зона кожного літака і, відповідно, сумарна захисна зона зона $\delta(t,\psi)$ враховують тільки встановлені норми безпечного ешелонування d_s (наприклад, п'ять морських миль).

Отже, сумарна захисна зона є колом з постійним діаметром $2d_s$, а її рівняння має вигляд

$$\boldsymbol{\delta}_i(t, \boldsymbol{\psi}) = \begin{bmatrix} d_S \cos \boldsymbol{\psi} \\ d_S \sin \boldsymbol{\psi} \end{bmatrix}.$$

Тоді рівняння поверхонь $\mathbf{\Phi}_i^U$ буде таким:

$$\Phi_i^u(t, \psi) = \overline{X}_i + \delta_i(t, \psi) = \left[\begin{pmatrix} V_i t + (-1)^u d_s \\ V_i t + (-1)^u d_s \end{pmatrix} \sin \psi \right];$$

$$u = \overline{0, 1}, \quad \psi \in \left(\Psi_0 - \Delta \Psi_{\max}; \Psi_0 + \Delta \Psi_{\max} \right).$$

У цьому разі фігури Φ_i^0 та Φ_i^1 будуть зображати частини двох укладених конусів (рис. 5).



Рис. 5. Траєкторії ПС з урахуванням захисної зони

Твірні конусів мають однаковий кут нахилу до горизонтальної площини, однак вершини внутрішнього і зовнішнього конусів мають вертикальний зсув відповідно вверх та вниз відносно моменту t_M на величину $\Delta t_{Si} = d_S/V_i$.

У фіксованій просторово-часовій системі координат XtY, пов'язаній з центром літака A_i в момент часу t_M , траєкторія іншого літака A_j буде мати вигляд

$$\mathbf{f}_{j}(t) = \begin{bmatrix} V_{j}t\cos\Psi_{j} + x_{M_{j}} \\ V_{j}t\sin\Psi_{j} + y_{M_{j}} \end{bmatrix};$$

($\Psi_{j} = \text{const}, V_{j} = \text{const}$) $\forall t \in (t_{M}; t_{R}),$
де V_{i}, Ψ_{j} – швидкість та курс літака L

де V_j, Ψ_j – швидкість та курс літака A_j ; x_{M_j}, y_{M_j} – координати літака A_j в момент t_M .

Тоді точки перетину поверхонь Φ_i^0 та Φ_i^1 з $\mathbf{f}_j(t)$ знаходяться за допомогою розв'язання рівняння (3), яке запишемо у вигляді системи

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{\Phi}_{i}^{u}(t,\psi) - \mathbf{f}_{j}(t) = 0; \\ & \left\{ \mathbf{\Phi}_{i}^{u}(t,\psi) = \begin{bmatrix} \left(V_{i}t + (-1)^{u} d_{S} \right) \cos \psi \\ \left(V_{i}t + (-1)^{u} d_{S} \right) \sin \psi \end{bmatrix}, t \in (t_{M};t_{R}), \end{aligned} \right. \tag{5} \\ & \left\{ \mathbf{f}_{j}(t) = \begin{bmatrix} V_{j}t \cos \Psi_{j} + x_{Mj} \\ V_{j}t \sin \Psi_{j} + y_{Mj} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Розв'язуючи систему (5) відносно *t*, отримуємо квадратне рівняння

$$\left(V_i^2 - V_j^2 \right) t^2 + \left(x_{Mj}^2 + y_{Mj}^2 - (-1)^{\mu} d_s^2 \right) + + 2 \left(V_j x_{Mj} \cos \Psi_j + V_j y_{Mj} \sin \Psi_j + (-1)^{\mu} V_i d_{Si} \right) t = 0,$$

звідки час точок перетину з кожним із конусів визначається як

$$t_{C}^{u} = \frac{-b \pm \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a};$$

$$a = V_{j}^{2} - V_{i}^{2}, \quad c = x_{Mj}^{2} + y_{Mj}^{2} - (-1)^{u} d_{s}^{2};$$

$$b = 2 \left(V_{j} x_{Mj} \cos \Psi_{j} + V_{j} y_{Mj} \sin \Psi_{j} + (-1)^{u} V_{i} d_{s_{i}} \right);$$

$$u = \overline{0, 1}, \quad t \in (t_{M}; t_{R}).$$

Маючи час t_C^u , обчислюємо кути ψ_C^U для точок перетину:

$$\Psi_{C}^{U} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{M_{j}} + V_{j}t_{C}^{u}\sin\Psi_{j}}{x_{M_{j}} + V_{j}t_{C}^{u}\cos\Psi_{j}}\right);$$
$$\left(\Psi_{0_{i}} - \Delta\Psi_{\max i} \le \Psi_{C}^{U} \le \Psi_{0_{i}} + \Delta\Psi_{\max i}\right),$$

де $\Delta \Psi_{\max_i}$ – допустиме відхилення за курсом від планової траєкторії *i*-го ПС.

Побудова поверхонь Φ^U для моделі руху з керованим поворотом

У моделі (4) зміна курсового кута відбувається миттєво, що не завжди відповідає реальному руху ПС, тому розглянемо модель із керуванням за кутом крену [6], в якій поворот ПС відбувається поступово по дузі заданого радіусу

$$\begin{cases} \dot{x} = V_i \cos \psi; \\ \dot{y} = V_i \sin \psi; \\ \dot{\psi} = g \cdot \mathrm{tg} \gamma_i / V_i \end{cases}$$

де γ_i – кут крену літака A_i .

Нехай $\gamma_i = \gamma_{\max_i} = \text{const}$ для ділянки повороту і $\gamma_i = 0$ для усталеного польоту до наступної точки маршруту.

У цьому разі траєкторію ПС треба розглядати на двох ділянках – розвороту та прямолінійного польоту після виходу на заданий курс ψ . Також зручно зв'язати розрахунки з моментом часу $t_M = 0$, однак фактичний початок маневру буде відбуватися раніше.

Для спрощення візьмемо, що розворот виконується завжди завчасно по дузі з постійним радіусом $R_i = V_i^2 / (g tg \gamma_i)$, як показано на рис. 6.



Рис. 6. Побудова лінії рівного часу

При цьому розворот починається з упередженням по відстані $L_{\delta i_i} = R_i \operatorname{tg} |\psi/2|$, або за час

$$\Delta t_{\delta \tilde{i}_{i}} = \frac{L_{\delta \tilde{i}_{i}}}{V_{i}} = \frac{V_{i} \operatorname{tg} \frac{|\Psi|}{2}}{g \operatorname{tg} \gamma_{i}}$$

триває протягом часу

$$\Delta t_{\delta_i} = \frac{\left|\Psi\right|}{\left(\frac{V_i}{R_i}\right)} = \frac{\left|\Psi\right|V_i}{g \operatorname{tg} \gamma_i},$$

та закінчується виходом на курс ψ в момент

$$t_{\hat{e}\delta_i} = \Delta t_{\delta_i} - \Delta t_{\delta_i} = \frac{V_i \left(\left| \psi \right| - \operatorname{tg} \frac{\left| \psi \right|}{2} \right)}{g \operatorname{tg} \gamma_i}$$

На ділянці розвороту $t \in \left[-\Delta t_{yn_i}; t_{\kappa p_i}\right]$ рух літака в такій системі координат (рис. 6) описується рівняннями

$$x(t) = R_i \sin\left(\frac{g \operatorname{tg} \gamma_i}{V_i} \left(t + t_{\operatorname{\acute{o}i}_i}\right)\right) - L_{\operatorname{\acute{o}i}_i}; \qquad (6)$$

$$y(t) = \pm R_i \left[1 - \cos\left(\frac{g \operatorname{tg} \gamma_i}{V_i} \left(t + t_{\operatorname{\acute{ot}}_i}\right)\right) \right], \tag{7}$$

де в рівнянні (7) знак "+" береться для кутів повороту $0 \le \psi \le \pi/2$, а знак "-" для $-\pi/2 \le \psi < 0$. Рух ПС на прямолінійній ділянці $t \in (t_{\hat{e}\hat{o}_i}; t_R)$ опи-

сується системою рівнянь

$$\begin{cases} x(t) = V_i \cos \psi \left(t + t_{\delta \tilde{i}_i} - t_{\hat{e} \delta_i} \right) \\ y(t) = V_i \sin \psi \left(t + t_{\delta \tilde{i}_i} - t_{\hat{e} \delta_i} \right). \end{cases}$$
(8)

Об'єднуючи системи (6), (7), (8), запишемо рівняння поверхні планового положення з підстановкою $t_{\text{бі}_i}$, $t_{\text{еб}_i}$ та $L_{\text{бі}_i}$ у векторному вигляді

$$X_{i}(t, \psi) = \left\{ \begin{cases} R_{i} \left(\sin \left(\frac{g \operatorname{tg} \gamma_{i}}{V_{i}} t + \operatorname{tg} \frac{|\psi|}{2} \right) - \operatorname{tg} \frac{|\psi|}{2} \right) \\ \pm R_{i} \left(1 - \cos \left(\frac{g \operatorname{tg} \gamma_{i}}{V_{i}} t + \operatorname{tg} \frac{|\psi|}{2} \right) \right) \end{cases}, t \in \left[-\Delta t_{\delta i}; t_{\delta i}; t_{\delta i} \right] \\ = \left\{ V_{i} \cos \psi \left(t - \frac{V_{i} \left(|\psi| - 2 \operatorname{tg} \frac{|\psi|}{2} \right)}{g \operatorname{tg} \gamma_{i}} \right) \\ V_{i} \sin \psi \left(t - \frac{V_{i} \left(|\psi| - 2 \operatorname{tg} \frac{|\psi|}{2} \right)}{g \operatorname{tg} \gamma_{i}} \right) \right\}, t \in \left(t_{\delta \delta}; t_{R} \right) \end{cases}$$
(9)

Горизонтальні перерізи поверхонь $\overline{\mathbf{X}}$ у цьому разі вже не є дугами кіл, тому обчислення $\delta(t, \psi)$ дещо відрізняється від попереднього випадку. Якщо захисна зона має в горизонтальному перерізі форму кола, а поверхні Φ^1 та Φ^0 є обвідними сім'ї таких кіл, розташованих на $\overline{\mathbf{X}}$, то відстань від $\overline{\mathbf{X}}$ до Φ^1 і Φ^0 визначається вздовж нормалі до горизонтального перерізу $\overline{\mathbf{X}}$ в даній точці. Тоді можна записати, що

$$\delta(t, \psi) = d_{S} \begin{bmatrix} \pm \frac{1}{\sqrt{1 + 1/k_{XY}(t, \psi)^{2}}} \\ \pm \frac{1}{\sqrt{1 + k_{XY}(t, \psi)^{2^{2}}}} \end{bmatrix},$$

де $k_{XY}(t, \psi) = d\overline{\mathbf{X}}_Y(t, \psi)/d\overline{\mathbf{X}}_X(t, \psi)$ – тангенс куту нахилу дотичної до горизонтального перерізу $\overline{\mathbf{X}}$ в точці з параметрами (t, ψ) , який може бути обчислений за формулою

$$\frac{d\overline{\mathbf{X}}_{Y}(t,\psi)}{d\overline{\mathbf{X}}_{X}(t,\psi)} = \frac{\frac{\partial \overline{\mathbf{X}}_{Y}(t,\psi)}{\partial \psi}}{\frac{\partial \overline{\mathbf{X}}_{X}(t,\psi)}{\partial \psi}}.$$
(10)

Iз формул (9) та (10) отримуємо $\frac{d\overline{X}_{Y}(t,\psi)}{d\overline{X}_{Y}(t,\psi)} =$

$$= \begin{cases} \frac{\operatorname{sgn\psi}\sin\left(\frac{g\mathrm{tg}\gamma_{i}}{V_{i}}t+\mathrm{tg}\frac{|\Psi|}{2}\right)}{\cos\left(\frac{g\mathrm{tg}\gamma_{i}}{V_{i}}t+\mathrm{tg}\frac{|\Psi|}{2}\right)}, & t\in\left[-\Delta t_{\delta\tilde{i}_{i}};t_{\delta\tilde{\delta}_{i}}\right] \\ \frac{\operatorname{sgn\psi}\operatorname{tg}\operatorname{tg}\operatorname{tg}^{2}\frac{|\Psi|}{2}+\frac{g\mathrm{tg}\gamma_{i}}{V_{i}}t-|\Psi|+2\mathrm{tg}\frac{|\Psi|}{2}}{\operatorname{sgn\psi}\operatorname{tg}^{2}\frac{|\Psi|}{2}+\mathrm{tg}\operatorname{tg}\left(\frac{g\mathrm{tg}\gamma_{i}}{V_{i}}t-|\Psi|+2\mathrm{tg}\frac{|\Psi|}{2}\right)}, & t\in\left(t_{\delta\delta};t_{R}\right). \end{cases}$$

Отже, всі складові рівняння (2) для даної моделі руху знайдені, хоча остаточний його запис є надто громіздким. Розв'язання рівняння (3) для пошуку перетинів поверхонь Φ_i^U з траєкторіями $\mathbf{f}_j(t)$ інших літаків простіше виконувати числовими методами, а не аналітично, оскільки $\mathbf{f}_j(t)$ містить нелінійні ділянки.

Результати моделювання

Для лінійної моделі руху поверхні $\overline{\mathbf{X}}(t, \psi)$, $\Phi^{1}(t, \psi)$ та $\Phi^{0}(t, \psi)$ є частинами поверхонь звичайних конусів і їх моделювання не представляє інтересу. Більш цікавим є випадок моделі з керованим розворотом.

Згідно зі стандартом навігаційної точності RNP5/B-RNAV для побудови поверхонь були використані такі вихідні параметри польоту:

– шляхова швидкість польоту $V_1 = 900$ êì /ãîä ;

- кут крену при розвороті $\gamma = 20^\circ$;

– діапазон допустимих курсових кутів розвороту $\psi=-90...90^\circ\,;$

– часовий інтервал (відносно моменту t_M) t = 0...3 хв;

– розмір фіксованої кругової захисної зони з діаметром $d_s = 9,26$ е̂і (п'ять морських миль).

Зовнішній вигляд побудованої поверхні планового положення $\overline{\mathbf{X}}(t, \psi)$ для моделі руху з керованим розворотом показано на рис. 7.



Рис. 7. Поверхня планового положення для моделі з керованим розворотом:

а – тривимірний вигляд; б – вигляд зверху

Отримана поверхня $\overline{\mathbf{X}}(t, \psi)$ була використана для побудови за виразом (2) поверхонь $\mathbf{\Phi}^{U}(t, \psi)$ (рис. 8) та їх горизонтальних перерізів на рівні першої, третьої та шостої хвилин польоту після моменту t_{M} (рис. 9).



Рис. 8. Тривимірний вигляд допустимих траєкторій для моделі з керованим розворотом



Рис. 9. Горизонтальні перерізи поверхонь допустимих траєкторій для моделі з керованим розворотом

Випадок лінійної моделі руху може бути використаний на практиці для досить грубого, але швидкого розв'язання конфліктів, яке потребує менше обчислювальних витрат.

Як показано в роботі [7], спрощені детерміновані моделі руху ПС доцільно застосовувати за певних обставин.

Побудовані обмежуючі поверхні допустимих траєкторій для моделі з керованим розворотом мають більш високу точність ніж ідеальні конічні поверхні лінійної моделі, що особливо помітно на перших хвилинах маневрування, тобто на ділянці керованого розвороту.

Висновок

Викладений математичний апарат дозволяє ефективно вирішувати складні конфліктні ситуації з довільною кількістю задіяних ПС, що є надзвичайно актуальним для режиму Free Flight. Необхідною умовою для забезпечення цього процесу є чітка координація дій між усіма ПС згідно з установленою послідовністю розв'язання конфлікту. Достоїнством розглянутого методу є можливість пошуку оптимальної послідовності p, чому буде приділено особливу увагу в наступній роботі. Подальші дослідження в цьому напрямі планується зв'язати з урахуванням випадкових траєкторних відхилень та побудовою стохастичної моделі поверхонь допустимих траєкторій.

Література

1. *EUROCONTROL*. Airspace Strategy for the ECAC States. – 2001. – 91 p.

2. Закора С.А. Аналіз методів розв'язання конфліктних ситуацій в умовах вільного польоту // Вісн. НАУ. – 2005. – №1. – С. 42–47.

3. *Haissig C.M., Corwin B., Jackson M.* Designing an Airborne alerting system for closely spaced parallel approaches // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf., Portland. – 1999. – Vol. 1. – P. 280–287.

4. *Paielli R. A., Erzberger H.* Conflict probability estimation for Free Flight // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 1997. – Vol. 20. – 3. – P. 588–596. 5. *Kuchar J. K., Yang L. C.* Prototype Conflict Alerting Logic for Free Flight // Proc. 35th AIAA Airspace Science Meeting & Exhibit. – 1997. – Vol. 20,

4. – P. 768–773.

6. Унгурян С.Г., Маркович Е.Д., Волевач А.И. Анализ и моделирование систем управления воздушным движением. – М.: Транспорт, 1980. – 205 с. 7. Loureiro.L, Blin K., Hoffman E., Zeghal K. Development of a tool for comparing conflict detection algorithms for air traffic management // AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. – 2001. – AIAA-2001-4053. – P. 9.

Стаття надійшла до редакції 22.05.06.

Предложен метод последовательного решения конфликтных ситуаций с участием большого количества воздушных судов. Рассмотрены особенности построения поверхностей допустимых траекторий для двух моделей движения воздушных судов при решении конфликта за счет отклонения по курсовому углу.

The sequential conflict resolution method for multi-aircraft environment is proposed. The peculiarities of maneuvering surface modeling for multi-aircraft conflict resolution using basic turn models is considered.