

СУЧАСНІ АВІАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 629.7.036.3:519.6 (045)

О.Г. Кучер, д-р техн. наук
В.В. Харитон

ПОРІВНЯННЯ РОЗРАХУНКОВИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ДИСКА ТУРБІНИ АВІАЦІЙНОГО ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА

НАУ, кафедра авіаційних двигунів, e-mail: souzvv@bigmir.net

Наведено розрахунок напружено-деформованого стану диска турбіни високого тиску в двовимірній постановці декількома методами, у т.ч. методом скінченних елементів. Основною задачею було визначення найбільш оптимального методу для його подальшого застосування в моделях прогнозування ресурсу критичних елементів авіаційних газотурбінних двигунів.

Вступ

Основною областю застосування розрахункових методів для визначення напружено-деформованого стану є етап проектування. Але досить суттєвою рисою цих методів є можливість їхнього використання в задачах моніторингу технічного стану авіаційних газотурбінних двигунів. Під час експлуатації авіаційних двигунів важливо оцінити параметри напружено-деформованого стану в режимі реального часу. Для цього необхідно пов'язати параметри, що вимірюють під час роботи двигуна з параметрами зовнішнього навантаження окремих його елементів. Тому основним критерієм для вибору оптимального розрахункового методу є критерій швидкість/точність.

Диски газових турбін в польоті витримують такі навантаження:

- відцентрові сили власної маси;
- відцентрові сили мас робочих лопаток і газодинамічні сили від лопаток;
- сили тиску повітря на бічних поверхнях;
- крутний момент від робочих лопаток;
- гіроскопічні моменти внаслідок деформацій вала та криволінійних еволюцій літака;
- температурні напруження від нерівномірного нагрівання.

Але, загалом, у розрахунках дисків на статичну міцність як основні навантаження беруть відцентрові сили власної маси і мас робочих лопаток, а також ураховують температурні напруження, що виникають при нерівномірному нагріванні диску в радіальному напрямку.

Для порівняльних розрахунків були застосовані такі методи:

- метод Кінасошвілі;
- метод скінченних різниць;
- інтегральний метод;
- метод поступових наближень розв'язку рівнянь напруженого стану в силах;
- метод скінченних елементів.

Рівняння напруженого стану диска

Під час визначення напруженого стану диска за допомогою більшості методів з метою порівняння вважають його плоским і симетричним відносно вісі.

Сили, що діють на диск, спрямовані радіально і рівномірно розподілені в круговому напрямку. Диск нерівномірно нагрітий за радіусом, але рівномірно за товщиною.

Якщо з диска виділити окремий елемент, то на нього діють кругові σ_t і радіальні σ_r напруження, розподілені по гранях, та об'ємні сили Q_r , викликані дією відцентрових сил

$$Q_r = \rho \omega^2 r,$$

де ρ – щільність матеріалу; ω – кутова швидкість обертання ротора.

Тоді умова рівноваги елемента диска:

$$\frac{r}{b} \frac{d}{dr} (\sigma_r b) - (\sigma_t - \sigma_r) + Q_r r = 0, \quad (1)$$

де σ_r, σ_t – радіальні та кругові напруження;

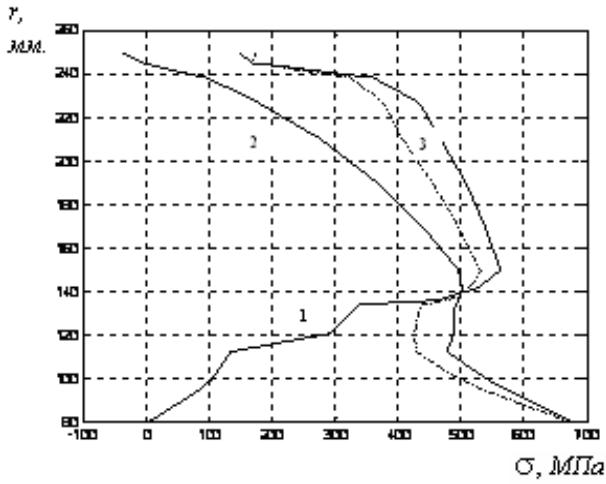
$r, b = b(r)$ – радіус і ширина диска в перетині.

Між напруженнями і деформаціями при пружній поведінці матеріалу існують залежності, які визначають за законом Гука:

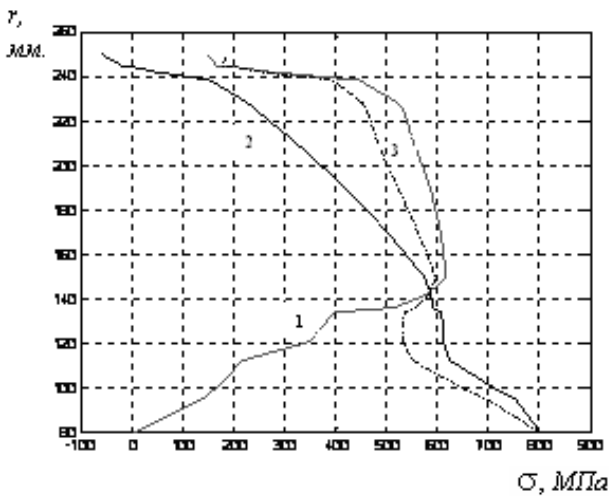
$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_t) + \alpha T; \quad (2)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} (\sigma_t - \mu \sigma_r) + \alpha T, \quad (3)$$

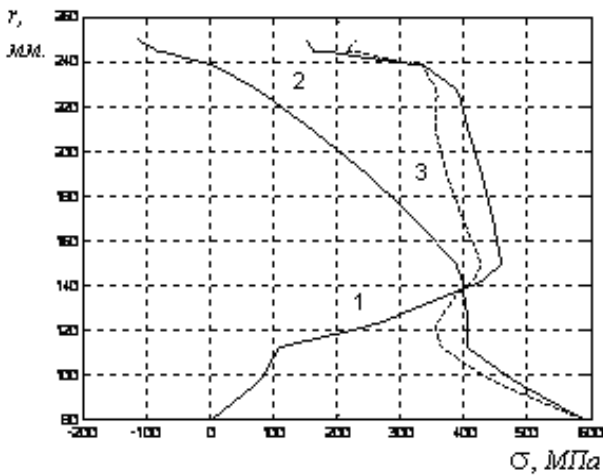
де $\varepsilon_r, \varepsilon_t$ – радіальні та кругові деформації; $E = E(r)$ – модуль пружності матеріалу диска; $\mu = \mu(r)$ – коефіцієнт Пуассона; $T = T(r)$ – температура диска; $\alpha = \alpha(T)$ – коефіцієнт лінійного розширення матеріалу.



a



b



e

Рис. 1. Зміна значень напружень уздовж радіуса диска для методів Кінасошвілі (а), скінченних різниць (б): змінних параметрів пружності (е): 1 – радіальні напруження; 2 – кругові напруження; 3 – еквівалентні напруження

Рівняння спільності деформацій має вигляд

$$\frac{d}{dr}(\epsilon_r r) = \epsilon_r \tag{4}$$

З рівнянь (2) – (4) можна одержати рівняння спільності деформацій у напруженнях:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r}{E} (\sigma_t - \mu \sigma_r) + r \alpha T \right] = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_t) + \alpha T \tag{5}$$

Рівняння (1), (5) являють собою систему диференціальних рівнянь диска в напруженнях. Розв’язок рівнянь можна одержати, маючи граничні умови, у нашому випадку диск із центральним отвором:

$$\sigma_r(0) = 0; \tag{6}$$

$$\sigma_r(r_k) = \sigma_{P_k}.$$

Виділивши з рівнянь (1) і (5) похідні з радіальних і кругових напружень, можна записати систему диференціальних рівнянь диска в класичній формі:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_r}{dr} = -\left(\frac{1}{b} \frac{db}{dr} + \frac{1}{r}\right) \sigma_r + \frac{1}{r} \sigma_t - \rho \omega^2 r; \\ \frac{d\sigma_t}{dr} = \left(\frac{1}{r} - \frac{\mu}{E} \frac{dE}{dr} - \frac{\mu}{b} \frac{db}{dr}\right) \sigma_r + \\ + \left(\frac{1}{E} \frac{dE}{dr} - \frac{1}{r}\right) \sigma_t - E \frac{d(\alpha T)}{dr} - \mu \rho \omega^2 r. \end{cases} \tag{7}$$

У результаті розв’язання системи диференціальних рівнянь (7) з граничними умовами (6) будуть отримані напруження σ_r і σ_t , відповідні пружним деформаціям диска. Для знаходження напружень можна використовувати відомі числові методи розв’язку систем лінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, наприклад, методи Кутта–Мерсона, Рунге–Кутта, Гіра, метод пристрілки та ін.

Метод Кінасошвілі

Систему рівнянь (7) розв’язують методом лінійної апроксимації Кінасошвілі (рис. 1). Спочатку шляхом послідовних наближень розраховують радіальні напруження за допомогою рівняння

$$\sigma_r^{(i)} = \frac{1}{b} \left[\int_a^r \frac{b}{r} (\Theta - H^{(i)}) dr - \rho \omega^2 \int_a^r r b dr + \right. \\ \left. + A^{(i)} \int_a^r \frac{E b}{r^{2+\mu}} dr + \sigma_{ra}^{(i)} b_a \right];$$

$$\Theta = \frac{E(1+\mu)}{r^{1+\mu}} \int_a^r r^\mu \alpha T dr - E(\alpha T)_r;$$

$$H^{(i)} = \frac{E(1-\mu^2)}{r^{1+\mu}} \int_a^r \frac{r^\mu \sigma_r^{(i-1)}}{E} dr - (1-\mu) \sigma_r^{(i-1)},$$

$$A^{(i)} = \frac{\sigma_{rc} b_c - \int_a^c \frac{b}{r} (\Theta + H^{(i)}) dr + \rho \omega^2 \int_a^c r b dr - \sigma_{rd} b_a}{\int_a^c \frac{E b}{r^{2+\mu}} dr},$$

де i – номер наближення; $A^{(i)}$ – стала, яку визначають з граничних умов; c – скінченний радіус.

Перше наближення знаходять, вважаючи $\sigma_r^0 = 0$. Розрахунок ведуть до тих пір, поки не буде виконуватися нерівність

$$\frac{\sigma_r^{(i)} - \sigma_r^{(i-1)}}{\sigma_r^{(i)}} \leq \varepsilon = 0,01, \tag{8}$$

де ε – відносна точність розрахунків.

За значеннями $\sigma_r^{(i)}$ та $A^{(i)}$ із наближення (8) знаходять кругові напруження σ_t за допомогою рівняння

$$\sigma_t = \mu \sigma_r^{(i)} + \Theta + \frac{E(1 + \mu^2)}{r^{1+\mu}} \int_a^r \frac{r^\mu \sigma_r^{(i)}}{E} dr + A^{(i)} \frac{E}{r^{1+\mu}}.$$

Метод скінченних різниць

У вихідній системі диференціальних рівнянь (7) замінимо диференціали скінченними різницями:

$$\begin{aligned} d\sigma_r &= \Delta\sigma_r = \sigma_{r(n)} - \sigma_{r(n-1)}; \\ d\sigma_t &= \Delta\sigma_t = \sigma_{t(n)} - \sigma_{t(n-1)}; \\ dr &= \Delta r = r_{(n)} - r_{(n-1)}; \\ db &= \Delta b = b_{(n)} - b_{(n-1)}; \\ dE_T &= \Delta E_T = E_{T(n)} - E_{T(n-1)}; \\ d(\alpha_T T) &= (\alpha_T T)_{(n)} - (\alpha_T T)_{(n-1)}, \end{aligned} \tag{9}$$

де n – номер циліндричного перерізу (перерізи нумеруються від 0 до k у напрямку від центра до ободу).

Підставляючи скінченні різниці (9) у рівняння (7) у диференціалах і виконуючи необхідні перетворення, можна одержати рівняння, що пов'язують напруження в n -му і $(n-1)$ -му кільцевих перерізах:

$$\sigma_r^{(n)} = \sigma_r^{(n-1)} \left(\frac{r_{n-1}}{r_n} + \frac{b_{n-1}}{b_n} - 3 \right) + \sigma_t^{(n-1)} \left(1 - \frac{r_{n-1}}{r_n} \right) - \rho \omega^2 r^2 \left(1 - \frac{r_{n-1}}{r_n} \right) \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \sigma_t^{(n)} &= \sigma_r^{(n-1)} \left[1 - \frac{r_{n-1}}{r_n} - \mu \left(\frac{E_{T,n}}{E_{T,n-1}} - \frac{b_{n-1}}{b_n} \right) \right] + \\ &+ \sigma_t^{(n-1)} \left(\frac{r_{n-1}}{r_n} + \frac{E_{T,n}}{E_{T,n-1}} - 1 \right) - \mu \rho \omega^2 r^2 \left(1 - \frac{r_{n-1}}{r_n} \right) - \\ &- E_{T,n} [(\alpha_T T)_n - (\alpha_T T)_{n-1}]. \end{aligned} \tag{11}$$

Для спрощення подальших записів уведемо такі скорочення:

$$\theta_n = 1 - r_{n-1}/r_n; \quad \chi_n = r_{n-1}/r_n + b_{n-1}/b_n - 3;$$

$$C_n = \rho \omega^2 r^2;$$

$$\varphi_n = r_{n-1}/r_n + E_{T,n}/E_{T,n-1} - 1;$$

$$\lambda_n = 1 - r_{n-1}/r_n - \mu(E_{T,n}/E_{T,n-1} - b_{n-1}/b_n);$$

$$\psi_n = E_{T,n} [(\alpha_T T)_n - (\alpha_T T)_{n-1}].$$

Тоді рівняння (10) і (11) будуть мати вигляд:

$$\sigma_r^{(n)} = \sigma_r^{(n-1)} \chi_n + \sigma_t^{(n-1)} \theta_n - C_n \theta_n; \tag{12}$$

$$\sigma_t^{(n)} = \sigma_r^{(n-1)} \lambda_n + \sigma_t^{(n-1)} \varphi_n - \mu C_n \theta_n - \psi_n. \tag{13}$$

Виразимо напруження $\sigma_r^{(n)}$ і $\sigma_t^{(n)}$ для кожного розрахункового перерізу через напруження в нульовому перерізі.

Для диска з центральним отвором нульовий переріз проводиться на радіусі отвору та $\sigma_r^{(0)} = 0$,

$$\sigma_t^{(0)} = \sigma_0.$$

Послідовно використовуючи рівняння (12) і (13), знаходимо значення радіальних та кругових напружень для 1, 2, 3, ..., n -го перерізів (рис. 1, б).

Для будь-якого n -го перерізу:

$$\sigma_r^{(n)} = A_n \sigma_0 + B_n; \tag{14}$$

$$\sigma_t^{(n)} = N_n \sigma_0 + Q_n, \tag{15}$$

де

$$\begin{aligned} A_n &= A_{n-1} \chi_n + N_{n-1} \theta_n; \\ B_n &= B_{n-1} \chi_n + (Q_{n-1} - C_n) \theta_n; \\ N_n &= N_{n-1} \varphi_n + A_{n-1} \lambda_n; \\ Q_n &= Q_{n-1} \varphi_n + B_{n-1} \lambda_n - \mu C_n \theta_n - \psi_2. \end{aligned} \tag{16}$$

Значення коефіцієнтів A_n і N_n залежать не від навантаження диска, а тільки від геометричних розмірів і матеріалу диска. Тому їх називають коефіцієнтами форми і пружних навантажень диска.

Значення коефіцієнтів B_n і Q_n поряд із геометричними розмірами і характеристиками матеріалу залежать, переважно, від відцентрових і температурних навантажень, що діють у диску. Тому їх називають коефіцієнтами відцентрових і температурних навантажень диска.

Формули (14) і (15) з урахуванням формул (16) дозволять виразити напруження в n -му перерізі через напруження в нульовому перерізі.

Для диска з центральним отвором рівняння (14) і (15) набувають вигляду:

$$\sigma_r = 0 = A_0 \sigma_0 + B_0;$$

$$\sigma_t = \sigma_0 = N_0 \sigma_0 + Q_0.$$

Нульові значення коефіцієнтів повинні вибиратися з умови перетворення рівнянь у тотожність, що задовольняються при будь-яких значеннях напруження σ_0 .

Для диска з центральним отвором:

$$A_0 = 0, B_0 = 0, N_0 = 1, Q_0 = 0.$$

Невідоме напруження в нульовому перерізі диска σ_0 розраховують за відомим радіальним напруженням у k -му перерізі диска, тобто за величиною контурного навантаження, що виникає від відцентрових сил лопаткового вінця.

Інтегральний метод розрахунку напружень у силах

Уведемо позначення:

$$N_r = \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_r dr = \sigma_r b;$$

$$N_t = \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_t dr = \sigma_t b,$$

де N_r, N_t – сумарні сили в циліндричному і медіальному перетинах диска, віднесені до одиниці довжини перетину.

Тоді рівняння рівноваги (1) у силах буде мати вигляд

$$\frac{d}{dr}(N_r r) - N_t + Q_r r b = 0. \quad (17)$$

Рівняння спільності деформацій (5) у силах запишемо у вигляді

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r}{Eb} (N_t - \mu N_r) + r \alpha T \right] = \frac{1}{Eb} (N_r - \mu N_t) + \alpha T. \quad (18)$$

Проінтегрувавши рівняння (17), (18) та підставивши інтегральне рівняння спільності (18) деформацій в інтегральне рівняння рівноваги (17), одержимо інтегральне рівняння розтягу диска відносно радіальної сили:

$$N_r(r) = L N_r(r) + U_a F_1(r) + N_{ra} F_2(r) + F_q(r) + F_T(r),$$

де інтегральна операція L відносно $N_r(r)$ та інші функції мають вигляд

$$L N_r(r) = \frac{1}{r} \int_a^r \mu N_r dr + \frac{1}{r} \int_a^r \zeta_1 \int_a^r \frac{1}{A} \chi N_r dr_2 dr_1; \quad (19)$$

$$F_1(r) = \frac{1}{r} \int_a^r \zeta_1 dr; F_2(r) = \frac{a}{r};$$

$$F_q(r) = -\frac{1}{r} \int_a^r q_r r b dr;$$

$$F_T(r) = \int_a^r \frac{1}{r} \psi_T dr;$$

$$\zeta_1 = \frac{A(1-\mu^2)}{r\chi};$$

$$u_a = \frac{a}{A_a(1-\mu_a^2)} (N_{ta} - \mu_a N_{ra}) + a \alpha_a T_a;$$

$$\psi_T = \frac{A(1-\mu^2)}{r\chi} \left[\int_a^r \alpha T (1+\mu) \chi dr - r \alpha T \chi \right].$$

Розв'язок рівняння (19) має вигляд:

$$N_r = u_a \phi_1(r) + N_{ra} \phi_2(r) + \phi_q(r) + \phi_T(r),$$

де ϕ_i ($i=1, 2$) – фундаментальні функції, які є розв'язками відповідного однорідного інтегрального рівняння (19); ϕ_q, ϕ_T – часткові розв'язки.

Тобто функції ϕ_i є розв'язками інтегральних рівнянь

$$N_r = L N_r + F_i \quad (i = 1, 2),$$

а функції ϕ_q та ϕ_T відповідно рівнянь

$$N_r = L N_r + F_q;$$

$$N_r = L N_r + F_T$$

При відомому радіальному зусиллі N_r кругове зусилля знаходять за формулою

$$N_t(r) = \mu N_r(r) + \frac{Eb}{r\gamma} (1-\mu^2) \int_a^r \frac{\gamma}{a Eb} N_r dr_1 + \frac{Eb}{r\gamma} f_T(r) + \frac{Eb}{r\gamma} \frac{a}{E_a b_a} (N_{ta} - \mu N_{ra}),$$

де

$$f_T(r) = (1+\mu) \int_a^r \alpha T \gamma dr_1 - (r \alpha T \gamma - a \alpha T_a);$$

$$\gamma(r) = \left(\frac{r}{a} \right)^\mu.$$

Для диска з отвором кругове зусилля на внутрішньому радіусі розраховується за формулою

$$N_{ta} = \frac{-\varphi(c) + N_{rc} - N_{ra} \left(1 - \frac{\mu a^{1+\mu}}{E_a b_a} \int_a^c \frac{E b dr_1}{r_1^{2+\mu}} \right) + \rho \omega^2 \int_a^c r_1 b dr_1 - F_T(c)}{\frac{a}{E_a b_a} \int_a^c \frac{E b}{r_1^2 \gamma(r_1)} dr_1},$$

де

$$F_T(r) = \int_a^r \frac{E b}{r_1^2 \gamma(r_1)} f_T(r_1) dr_1; \quad (20)$$

$$\varphi(r) = -(1-\mu) \int_a^r \frac{N_r(r_1)}{r_1} dr_1 +$$

$$+ (1-\mu^2) \int_a^r \frac{E b}{r_1^2 \gamma} \left[\int_a^{r_1} \frac{\gamma(r_2) N_r(r_2)}{E b} dr_2 \right] dr_1. \quad (21)$$

Функції $F_T(r), \varphi(r)$ розраховують, якщо $r = c$.

Метод поступових наближень розрахунку напружень у силах

У разі розв'язання системи рівнянь (17) і (18) методом поступових наближень після їхнього інтегрування для радіального зусилля перше наближення для диску з отвором можна записати у вигляді:

$$N_r^{(1)}(r) = N_{rc} \phi_1(r) + N_{ra} [1 - \phi_1(r)] + \phi_q(r) + \phi_T(r),$$

де

$$\phi_1(r) = \frac{1 + (1 - \mu) \frac{a^{1+\mu}}{E_a b_a} \int_a^r \frac{E b d r_1}{r_1^2 + \mu}}{1 + (1 - \mu) \frac{a^{1+\mu}}{E_a b_a} \int_a^c \frac{E b d r_1}{r_1^2 + \mu}};$$

$$\phi_q(r) = -\rho \omega^2 \int_a^r r_1 b d r_1 + \phi_1(r) \rho \omega^2 \int_a^r r_1 b d r_1;$$

$$\phi_T(r) = F_T(r) - \phi_1(r) F_T(c).$$

Наступні наближення для радіального зусилля можна обчислити за формулами:

$$N_r^{(i)}(r) = N_r^{(i-1)}(r) + \Delta^{(i-1)}(r);$$

$$\Delta^{(i-1)}(r) = \phi^{(i-2)}(r) - \phi_1(r) \phi^{(i-1)}(c).$$

Функції $F_T(r)$, $\phi(r)$ обчислюють за формулами (20) і (21). У формулі (21) замість $N_r(r)$ беруть його відповідне наближення $N_r^{(i-1)}(r)$. Усі інтеграли у формулах обчислюють за правилом трапецій.

Розрахунок напружень у пружно-пластичній області методом змінних параметрів пружності

Розрахунок напружень ведуть послідовними наближеннями (рис. 1, в). Першим наближенням є значення напружень $\sigma_i^{(1)}$, обчислені в припущенні пружного деформування диска. Ці напруження для деяких ділянок диска можуть перевищувати межу пропорційності матеріалу, тобто $\sigma_i^{(1)} > \sigma_{nu}$. Для кожної такої ділянки при відповідній температурі визначають значення модуля пластичності за формулою

$$E_i^{(1)} = \frac{\sigma_{id}^{(1)}}{\varepsilon_i^{(1)}}, \quad (22)$$

де $\sigma_{id}^{(1)}$ – напруження за діаграмою деформування, що відповідають деформаціям $\varepsilon_i^{(1)}$, які визначають за допомогою напружень $\sigma_i^{(1)}$ і вихідних модулів:

$$\varepsilon_i^{(1)} = \frac{\sigma_i^{(1)}}{E_i}.$$

Значення модулів (22), розрахованих для всіх пластичних зон диска, використовують для повторного пружного розрахунку, у результаті чого знаходять нові значення напружень $\sigma_i^{(2)}$, $\sigma_{id}^{(2)}$.

Потім знову визначаються модуль пластичності $E_i^{(2)}$ і так доти, поки не збігуться значення напружень σ_i і σ_{id} . Під час розрахунку диска за напруження σ_i необхідно брати інтенсивність напружень

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2} - \sigma_r \sigma_t,$$

яка є узагальненою характеристикою складного напруженого стану, та відповідає умові текучості Мізеса.

Для розрахунку пружно-пластичних напружень методом змінних параметрів пружності необхідно мати сім'ю експериментальних діаграм деформування матеріалу диска при різних температурах.

Сім'ю цих діаграм доцільно подавати в аналітичному вигляді як функцію двох змінних $\sigma = f(\varepsilon, T)$.

Зазначена функція може бути виражена у вигляді $\sigma = \varepsilon E(T) [1 - \omega(\varepsilon, T)]$,

де $\omega(\cdot)$ – безрозмірна функція деформації (функція Іллюшина).

Для пружної ділянки діаграми деформування $\omega = 0$, а для пружно-пластичного $\omega > 0$. Функція ω визначається за співвідношенням

$$\omega = \frac{E\varepsilon - \sigma}{E\varepsilon}.$$

Метод скінченних елементів

У більшості випадків під час розрахунку міцності диски турбомашин можна розглядати як тонкі пластини, використовуючи попередньо зазначені методи. У товстих дисках, які мають розвинуті маточини, напружений стан буде відрізнятися від двовісного, що потребує використання розрахункових методів з урахуванням тривимірного напруженого стану.

Основна ідея методу скінченних елементів складається в тому, що будь-яку неперервну величину, таку, як температура, тиск і переміщення, можна апроксимувати дискретною моделлю, яка будуватиметься на множині кусково-неперервних функцій, визначених на скінченному числі підобластей.

Метод скінченних елементів широко застосовують у багатьох прикладних задачах [1]. Потрібно відмітити простоту формулювання основних принципів, ясність фізичної інтерпретації, вільність розміщення вузлових точок, симетрію матриць жорсткості елементів і систем рівнянь.

Основними етапами розв'язання задач за методом скінченних елементів [1] є такі:

- побудова функціонала;
- розділення системи на скінченні елементи та вибір координатних функцій;
- побудова матриць жорсткості;
- побудова канонічних рівнянь;
- розв'язання канонічних рівнянь (визначення степенів вільності системи);
- визначення компонентів напружено-деформованого стану (переміщення, напруження) за областю скінченних елементів.

Розрахункова схема диска

За об'єкт розрахунку був обраний диск другого ступеня турбіни високого тиску авіаційного турбореактивного двоконтурного двигуна.

За параметри робочого процесу були взяті: радіальне контурне навантаження $\sigma_{Pn} = 151 \text{ МПа}$, частота обертання валу високого тиску $n_{BT} = 1200 \text{ рад/с}$. Розрахунки проводили з урахуванням температурних навантажень у пружно-пластичній області. За розрахунковий був взятий злітний режим, для якого розподіл температур уздовж радіуса підкоряється квадратичній залежності (рис. 2).

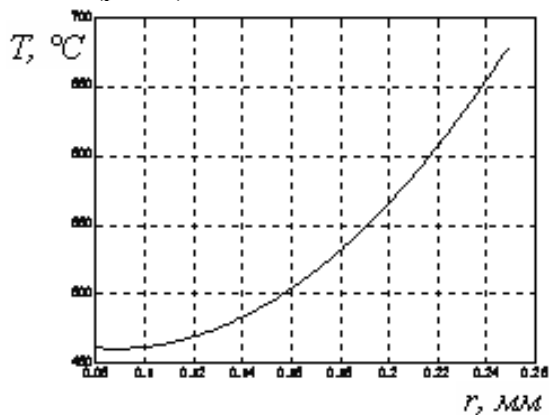


Рис. 2. Розподіл температур уздовж радіуса диска

Двовимірну скінченноелементну модель (рис. 3) побудовано на основі геометрії поперечного перерізу диска з застосуванням двовимірного восьмивузлового скінченного елемента з урахуванням пластичних властивостей матеріалу [3].

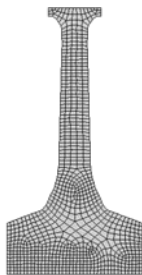


Рис. 3. Геометрія розрахункової скінченноелементної моделі диска в двовимірній постановці

Для розрахунку дисків на основі повних тривимірних моделей може бути використана тривимірний скінченноелементна модель (рис. 4) зі застосуванням двадцятивузлового скінченного елемента [3].

Розрахунки методом скінченних елементів проводилися в середовищі розрахункового комплексу ANSYS [4] на основі розроблених скриптів, написаних мовою APDL (Ansys Parametric Dialog Language).

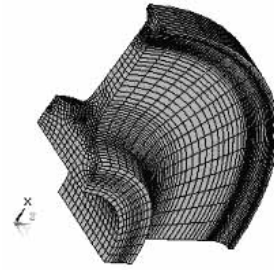


Рис. 4. Геометрія тривимірної скінченноелементної розрахункової моделі диска

Результати розрахунку напружень показано на рис. 5.

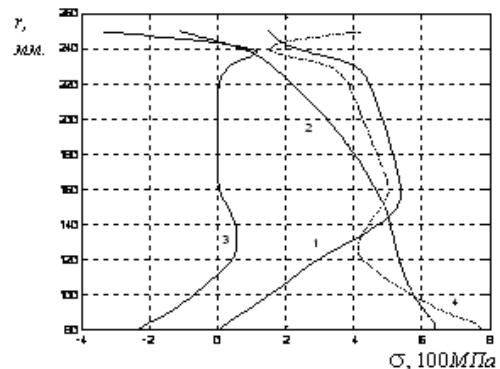


Рис. 5. Зміна значень напружень уздовж радіуса диска для методу скінченних елементів:

1 – радіальні напруження; 2 – кругові напруження; 3 – осеві напруження; 4 – еквівалентні напруження

Опис характеристик матеріалу

Для розрахунку температурних напружень у диску необхідно мати функціональні залежності модуля пружності E і коефіцієнта лінійного розширення α від температури. У розрахунках був застосований сплав ЭП741НП [5] з такими залежностями (рис. 6):

$$E(T) = \begin{cases} 22048,9 \cdot 10^7 T - 5,92155 \cdot 10^7, & T < 750^\circ \text{C}; \\ 36150 \cdot 10^7 T - 25 \cdot 10^7, & T > 750^\circ \text{C}; \end{cases}$$

$$\alpha(T) = -0,2093896 \cdot 10^{-6} + 0,103559 \cdot 10^{-7} T + 0,460089 \cdot 10^{-11} T^2.$$

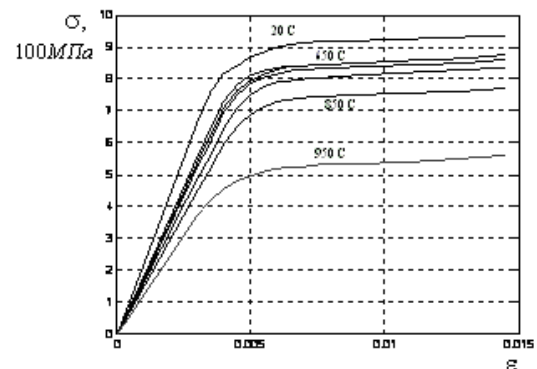


Рис. 6. Криві деформування сплаву ЭП741НП при різних значеннях температури

Результати розрахунків та їх порівняння

Попередньо був проведений комплекс розрахунків дисків турбін авіаційних газотурбінних двигунів різних конфігурацій при різних значеннях зовнішнього навантаження.

Еквівалентні напруження диска визначали за чотирма розрахунковими методами (див. таблицю). За еталонний був обраний метод скінченних елементів, який довів свою надійність і достовірність результатів порівняно з реальними експериментальними даними [6].

Розбіжність отриманих результатів досить суттєва в області маточини та біля зони переходу полотна в обод диска (рис. 7).

В останньому випадку це викликано розрахунком методом скінченних елементів тривимірного стану.

На об'ємний напружений стан суттєво впливає осьове напруження (рис. 2), особливе біля маточини та обода диска.

Застосування скінченноелементної моделі дозволяє відійти від припущення щодо сталості радіальних переміщень за товщиною диска. В області маточини радіальні переміщення точок, що лежать на вісі симетрії перерізу, перевищують радіальні переміщення точок, що лежать на краях маточини.

Це обумовлено тим, що відцентрове навантаження від іншої частини диска всередині маточини більше ніж на її краях.

Полотно диска, товщина якого значно менша за радіус, розтягується рівномірно, а значення радіальних переміщень незначні.

В ободній частині вплив об'ємних ефектів на розподіл радіальних переміщень за радіусом протилежний їхньому впливу в маточині.

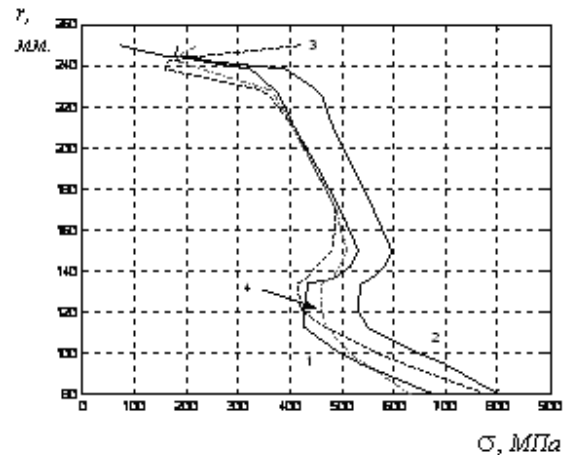


Рис. 7. Загальне порівняння змін еквівалентних напружень уздовж радіуса диска для всіх методів: 1 – метод Кінасашвілі; 2 – метод скінченних різниць; 3 – метод скінченних елементів; 4 – метод скінченних елементів без урахування впливу тривимірного стану

Значення еквівалентних напружень у характерних перерізах диска, МПа

Номер перерізу	Радіус перерізу	Метод Кінасашвілі	Метод скінченних різниць	Інтегральний метод (у пружній області)	Метод скінченних елементів		
					у пружній області	у пружно-пластичній області	без урахування впливу тривимірного стану
1	80	678.73	803.72	591.90	841.14	780.21	633.79
2	95	533.23	695.33	463.07	631.98	616.95	542.40
3	100.5	495.23	644.26	428.11	575.36	564.84	512.83
4	112.5	427.21	550.49	364.09	470.85	469.39	472.63
5	121	425.53	529.79	354.21	419.50	421.58	460.76
6	134	435.15	535.71	359.35	411.36	413.84	460.07
7	136	481.29	555.45	389.43	429.42	429.92	480.16
8	142	515.19	582.68	415.22	449.46	449.13	495.61
9	150	532.04	596.54	427.65	482.25	481.84	509.53
10	170	496.66	561.31	398.86	488.94	488.79	487.69
11	190	453.26	521.82	372.22	447.66	447.60	447.05
12	210	406.47	481.89	354.65	405.76	405.81	404.01
13	225	380.06	461.45	357.74	361.95	362.12	372.26
14	228	370.93	451.87	355.49	343.14	343.33	361.01
15	238	323.57	393.85	334.22	158.07	158.56	229.34
16	242	236.56	252.93	265.57	165.25	165.67	185.53
17	244	196.05	204.83	236.09	209.43	209.70	181.02
18	244	169.75	177.26	214.13	-	-	-
19	249.5	71.76	184.58	230.98	421.78	421.84	219.90

Висновок

На основі проведеного порівняльного аналізу можна зробити висновок, що найбільш оптимальним для розрахунків напружено-деформованого стану дисків та інших критичних елементів авіаційних газотурбінних двигунів порівняно з еталонним методом скінченних елементів є метод Кінасашвілі, а найбільш ефективним підходом до скінченноелементного моделювання за критерієм швидкість/точність – двовимірна модель [3] з урахуванням тривимірного стану.

У подальшому скінченноелементна модель буде застосована для розрахунку теплонапруженого стану при статичному та циклічному навантаженнях, у задачах визначення ресурсу дисків, оскільки її розвиток надає можливість врахування нелінійних властивостей матеріалу та зміни зовнішніх навантажень із визначенням рівня накопичення пластичних деформацій.

Література

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
2. Метод конечных элементов. Учеб. пособие для вузов / Под ред. П.М. Варвака. – К.: Вища шк. Голов. вид-во, 1981. – 176 с.
3. Харитон В.В. Порівняння кінцево-елементних моделей розрахунку диска турбіни авіаційного ГТД в дво- та тривимірних інтерпретаціях // Наука та молодь: Зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2005.
4. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах / Под общ. ред. Д.Г. Красковского. – М.: Компьютер Пресс, 2002. – 224 с.
5. Химушин Ф.Ф. Жаропрочные стали и сплавы: Справ. – М.: Металлургия, 1983. – 201 с.
6. Демьянушко И.В., Биргер И.А. Расчет на прочность вращающихся дисков. – М.: Машиностроение, 1978. – 278 с.

Стаття надійшла до редакції 01.11.05.

А.Г. Кучер, В.В. Харитон

Сравнение расчетных методов для определения напряженно-деформированного состояния диска турбины авиационного газотурбинного двигателя

Приведен расчет напряженно-деформированного состояния диска турбины высокого давления в двухмерной постановке несколькими методами, в т.ч. методом конечных элементов. Основной задачей было определение наиболее оптимального метода для его дальнейшего использования в моделях прогнозирования ресурса критических элементов авиационных газотурбинных двигателей.

O.G. Kucher, V.V. Kharyton

Comparison of calculation methods of aviation gas-turbine engines turbine disc deformed state evaluation

High pressure turbine disc deformed state was calculated using some methods in two dimensional formulation including finite elements method. The main goal was to define the most optimal method for its future utilization in service life forecasting models of aviation gasturbine engines critical elements.