

УДК 533.6.013

О.О. Кім

АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ В ПЛАНІ

НАУ, Аерокосмічний інститут, e-mail: scorpion_k@list.ru

Розглянуто розрахунок аеродинамічних характеристик та оптимальний розподіл циркуляції вздовж розмаху крил складної форми в плані. Для розв'язання задачі використано рівняння Глауерта–Трефтца та його модифікації. Наведено розрахунки для крил прямої та зворотної стрілоподібності. Показано, що оптимальний розподіл циркуляції залежить від кута стрілоподібності χ та розподілу хорди $b(z)$ уздовж розмаху крила. Обчислено аеродинамічні коефіцієнти індуктивного лобового опору C_{xi} і повздовжнього аеродинамічного моменту C_{mz} для крил різної форми в плані. Виконано порівняння характеристик крил. Для отримання мінімального індуктивного лобового опору крила при заданій підйомній силі, визначено змінювання циркуляції вздовж розмаху крила. Використано результати, отримані Є.К. Карафолі та Г.Ф. Бураго. Виведено теоретичні узагальнення і модифікації формул для аеродинамічних коефіцієнтів, які дозволяють провести порівняння аеродинамічних властивостей крил прямої та зворотної стрілоподібності. Записано модифіковане інтегро-диференціальне рівняння Глауерта–Трефтца для крил складної форми в плані.

Постановка задачі

Основне інтегро-диференціальне рівняння крила дозволяє визначити циркуляцію крила $\Gamma(z)$ за відомими функціями залежності довжини хорди та кута атаки від координати вздовж розмаху крила, що задані його конструкцією:

$$\Gamma(z) = \frac{1}{2} C_Y^\alpha(z) b(z) v_\infty \left(\alpha_a(z) + \frac{1}{4\pi v_\infty} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma(z_1) dz_1}{z_1 - z} \right).$$

Установлення закону розподілу циркуляції вздовж розмаху крила дозволяє визначити аеродинамічні характеристики крила.

Рівняння Глауерта–Трефтца засноване на гіпотезі плоских перерізів, тому результати розрахунків за цим рівнянням мають наближений характер.

На сьогодні існують різноманітні числові методи розрахунків аеродинамічних характеристик літальних апаратів, які мають високу точність і використовуються для розв'язання як стаціонарних, так і нестационарних задач аеродинаміки літальних апаратів. Прикладом є метод дискретних вихорів.

Застосування згаданих методів потребує значного часу, особливо в разі розв'язання нестационарних задач. Використання отримуваних цими методами нестационарних аеродинамічних характеристик у задачах динаміки польоту – проблемне питання в зв'язку з дуже великою розмірністю і великим часом розрахунків навіть на потужних комп'ютерах.

На перших етапах проектування під час опрацювання та вибору облікових характеристик літального апарата більш придатними є наближені методи, засновані на спрощених алгоритмах, що базуються на класичних теоріях, зокрема, на рівняннях типу Глауерта–Трефтца [1; 2].

Автор вважає за доцільне деякий розвиток алгоритмів розрахунку аеродинамічних характеристик на цій основі.

Через ряд спрощень ці методи не забезпечують такої точності, яку мають числові методи, але вони дають змогу оцінювати аеродинамічні характеристики багатьох різних форм крила в плані.

Теорія крила

Аеродинамічні характеристики літального апарата здебільшого визначаються аеродинамічними властивостями крила. Дослідження обтікання крила переважно зводяться до визначення кількісної залежності між його аеродинамічними силами та моментами і геометричними параметрами.

Одним із перших питаннями, присвяченими теорії крила кінцевого розмаху, почав займатися С.О. Чаплигін [3]. У своїх працях він указував на присутність вихорів, що сходять з крила кінцевого розмаху, отримав основні уявлення про систему вихорів крила кінцевого розмаху, загальні вирази для підйомної сили та індуктивного лобового опору. Не менш активно цими питаннями займався й М.Є. Жуковський [4].

Пізніше в основу досліджень з теорії крила кінцевого розмаху було покладено теорію несучої лінії, розроблену Л. Прандтлем у 1913–1918 рр. Відомими роботами з теорії крила є наукові праці Є.К. Карафолі [2] та Г.Ф. Бураго [5].

Теорія крила кінцевого розмаху, що базується на рівнянні Глауерта–Трефтца, засновується на таких припущеннях [6]:

- течія навколо крила індукована системою вихорів;
- вільні вихори прямолінійні та направлені вздовж швидкості незбуреного потоку;
- кожний переріз крила обтікається під своїм кутом атаки та незалежно від інших перерізів.

Ці припущення дозволяють застосувати теорему Жуковського про піднімальну силу до кожного з елементів крила.

Метод розрахунку циркуляції

Для крил довільної форми в плані визначення циркуляції є доволі складним. Тому всіх труднощів намагаються уникнути за допомогою спрощень і наближень. Метод Глауерта–Трефтца [1] базується на використанні тригонометричних рядів і полягає в розкладанні циркуляції Γ в нескінченний тригонометричний ряд (ряд Фур'є):

$$\Gamma = 2 \cdot l \cdot v_{\infty} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n \cdot \theta),$$

де l – розмах крила; v_{∞} – швидкість незбуреного потоку; A_n – постійний коефіцієнт, що має бути визначеним; θ – кут від 0 до 180 град, нова змінна. Рівняння, що задовольняється у всіх перерізах крила та дозволяє визначити коефіцієнти A_n , має вигляд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n \cdot \mu + \sin \theta) \cdot A_n \cdot \sin(n \cdot \theta) = \mu \cdot \alpha_a(\theta) \cdot \sin(\theta),$$

$$\mu = \frac{C_Y^{\alpha}(\theta) \cdot b(\theta)}{4 \cdot l},$$

де $b(\theta)$ – довжина хорди крила в перерізі, що відповідає куту θ .

Для кожного перерізу крила складають рівняння такого виду і в результаті отримують систему алгебричних рівнянь першого ступеня для визначення коефіцієнтів A_n .

Для симетричного крила в разі симетричного його обтікання коефіцієнти A_n з парними n обертаються в нуль. Вони будуть відмінними від нуля лише у випадку несиметричних крил (наприклад, крила з відхиленими елеронами) або в разі несиметричного обтікання крила.

Отже, для симетричних крил значення θ змінюється від 0 до 90°, а в розкладанні в ряд залишаться члени з непарними коефіцієнтами.

Розрахункові перерізи крила слід вибирати в найбільш характерних точках крила. Практика розрахунків за цим методом показала, що достатньо втримати перші чотири члени ряду в розкладанні циркуляції, щоб отримати непогане наближення для аеродинамічних характеристик крила. Але для крил складної форми в плані (наприклад, крила зі змінною стрілоподібністю), очевидно, доводиться обирати більшу кількість коефіцієнтів.

Практичне застосування методу

Основна мета роботи – отримання оцінок впливу геометричних характеристик крила на його аеродинамічні характеристики, розподіл циркуляції вздовж розмаху крила, оптимальний розподіл.

У разі оптимального розподілу циркуляції Γ змінюється за еліптичним законом, але не завжди можливо виконати цю умову, особливо для крил, форма в плані яких відмінна від прямокутної або трапецеїдальної [6–8]. Важливо, щоб на початковому етапі, на етапі проектування літального апарата можливо було оцінити, які характеристики буде мати літальний апарат з тією чи іншою формою крила в плані. Метод Глауерта–Трефтца дає можливість знайти розподіл циркуляції Γ вздовж крил різної форми в плані. Однак цей метод не дуже ефективний для крил, що мають вирізи чи виступи, бо це призводить до великих і складних розрахунків. Для стрілоподібних крил з постійним кутом стрілоподібності χ отримано модифікації інтегро-диференціального рівняння:

$$\Gamma(z) = \frac{1}{2} C_Y^{\alpha}(z) b(z) v_{\infty} \left(\alpha_a(z) + \frac{1 \mp \sin \chi}{4\pi v_{\infty}} \int_{\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma(z_1) dz_1}{z_1 - z} \right),$$

де мінус перед синусом – для випадку прямої стрілоподібності, а плюс – для випадку зворотної стрілоподібності.

Відповідно, застосовуючи метод Глауерта–Трефтца, всі рівняння модифікують. Отже, рівняння для визначення коефіцієнтів A_n набуває вигляду:

$$(1 \mp \sin \chi) \sum_{n=1}^{\infty} (n\mu + \sin \theta) A_n \sin(n\theta) = \mu \alpha_a(\theta) \sin(\theta),$$

де мінус перед синусом означає пряму стрілоподібність, а плюс – зворотну.

Якщо кут стрілоподібності не буде постійним, а буде змінюватися дискретно, то можливо умовно поділити крило на декілька секцій, кожна з яких буде мати постійний кут стрілоподібності.

У такому випадку можна буде застосовувати останнє рівняння для визначення невідомих коефіцієнтів. У випадку, коли кут стрілоподібності буде змінюватись вздовж розмаху крила постійно, тобто його величина буде функцією від координати z вздовж розмаху крила, множник $(1 \mp \sin \chi)$ залишиться під знаком інтеграла в інтегро-диференціальному рівнянні.

Результати розрахунків

Указаний метод було застосовано для розрахунку коефіцієнта індуктивного лобового опору C_{X_i} та коефіцієнта моменту тангажа C_m без урахування стиснення повітря:

$$C_{X_i} = \frac{C_Y^2}{\pi \lambda} \sum \frac{n A_n^2}{A_1^2} = \frac{C_Y^2}{\pi \lambda} \left(\frac{A_1^2}{A_1^2} + \frac{3 A_3^2}{A_1^2} + \frac{5 A_5^2}{A_1^2} + \frac{7 A_7^2}{A_1^2} \right);$$

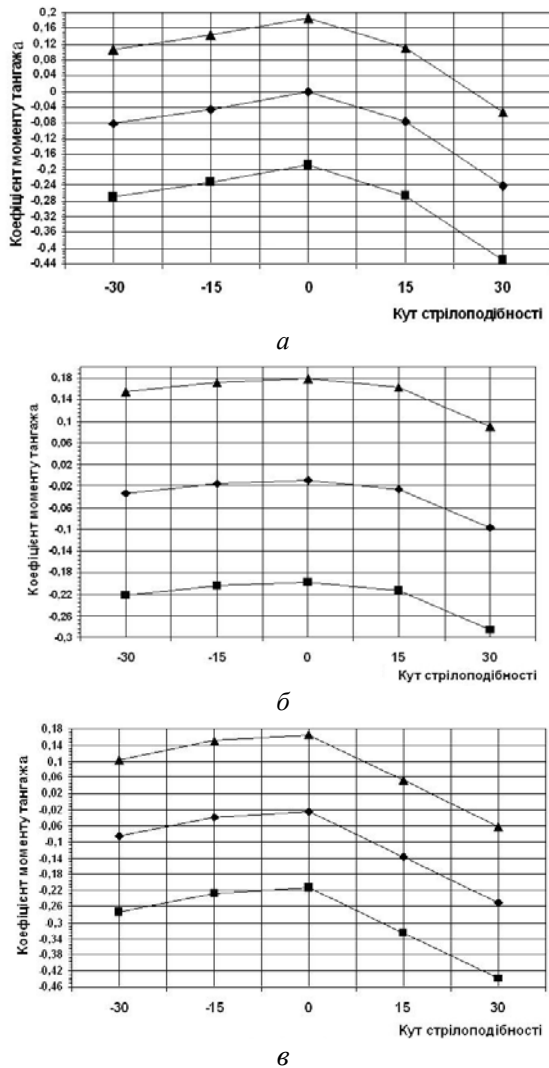


Рис. 1. Залежність коефіцієнта моменту тангажа від кута стрілоподібності крила, закону змінювання його хорд і профілю крила:

а – для постійної довжини хорди крила $b = \text{const}$; б – для змінної хорди за другим законом; в – для змінної хорди за третім законом;

◆ – симетричний; ■ – несиметричний ($f = 0,06$);
▲ – несиметричний ($f = -0,06$)

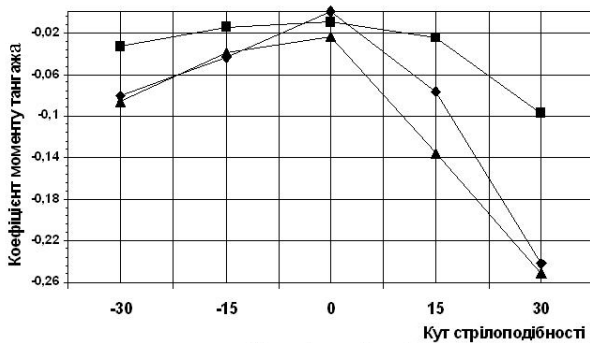


Рис. 2. Залежність коефіцієнта моменту тангажа від кута стрілоподібності крила та закону змінювання його хорд для симетричного профілю:

◆ – $b = \text{const}$; ■ – крило, що звужується;
▲ – крило, що розширюється

$$C_m = C_{m_0} - 2 \frac{b_{cp}}{b_0} \lambda^2 \text{tg} \gamma \left(\frac{A_1}{3} + \frac{A_3}{5} - \frac{A_5}{21} + \frac{A_7}{45} \right).$$

Розрахунковими схемами крил були пряме крило з постійною хордою, пряме крило зі змінною хордою (два лінійних закони зміни хорди вздовж розмаху крила), крила з прямою та зворотною стрілоподібністю з постійною хордою та різними кутами стрілоподібності, крила з прямою й зворотною стрілоподібністю зі змінною хордою (два лінійних закони зміни хорди вздовж розмаху крила) і різними кутами стрілоподібності. До уваги також брали форми аеродинамічного профілю крила:

- 1) симетричний (відносна кривизна профілю $\bar{f} = 0$);
- 2) несиметричний (відносна кривизна профілю $\bar{f} = 0,06$);
- 3) несиметричний (відносна кривизна профілю $\bar{f} = -0,06$).

Крім цих характеристик, усі інші для цих крил були умовно вибрані однаковими.

Закони змінювання хорд :

а) $b = \text{const}$;

б) $b(z) = b_0 \cdot \left(1 - \frac{\eta - 1}{\eta} \cdot \frac{2 \cdot z}{l} \right)$;

в) $b(z) = b_0 \cdot \left(1 + \frac{1 - \eta}{\eta} \cdot \frac{2 \cdot z}{l} \right)$.

Результати розрахунків коефіцієнта тангажа зведені у табл. 1.

За даними табл. 1 одержані графіки (рис. 1, 2).

Таблиця 1

Залежність коефіцієнта моменту тангажа від кута стрілоподібності крила, закону змінювання його хорд і профілю крила

χ	-30°	-15°	0°	15°	30°
а	1) -0,081	-0,044	0	-0,077	-0,242
	2) -0,2695	-0,2325	-0,1885	-0,2655	-0,431
	3) 0,1075	0,1445	0,1885	0,1115	-0,0535
б	1) -0,0337	-0,0154	-0,0096	-0,025	-0,098
	2) -0,2222	-0,2039	-0,1981	-0,2135	-0,2865
	3) 0,1548	0,1731	0,1789	0,1635	0,0905
в	1) -0,0856	-0,039	-0,0239	-0,136	-0,251
	2) -0,2741	-0,2275	-0,2124	-0,325	-0,4395
	3) 0,1029	0,1495	0,1646	0,0525	-0,0625

Примітка. Цифри 1, 2, 3, літери а, б, в відповідають формам профілю крила та законам зміни довжини хорди крила вздовж розмаху.

Як видно з рис. 1,2 графіки несиметричні відносно вертикальної вісі, тобто стрілоподібні крила прямої та зворотної стрілоподібностей поведуться по-різному, оскільки через різну стрілоподібність потік за крилом поводиться неоднаково. Це зумовлено різними системами вихорів, які впливають на індуктивну швидкість і скіс потоку за крилом.

Згідно з формулою Біо–Савара індуктивна швидкість за крилом прямої стрілоподібності буде менша, ніж у крила зі зворотною стрілоподібністю через більшу відстань між несучою лінією та системою вихорів за крилом.

Коефіцієнт моменту тангажа суттєво впливає на компоновання літального апарата, його оперення, внутрішні відсіки та інші елементи. Важливо також ураховувати і зміну позиції аеродинамічного фокуса, яка відбувається при введенні стрілоподібності. Формула для розрахунку зміщення аеродинамічного фокуса має вигляд:

$$f_{\alpha} = \frac{2 \cdot \lambda \cdot l \cdot \operatorname{tg} \nu}{C_L} \cdot \left(\frac{A_1}{3} + \frac{A_3}{5} - \frac{A_5}{21} + \frac{A_7}{45} \right),$$

де ν – кут між лінією фокусів і поперечною віссю. Результати розрахунків зміщення аеродинамічного фокуса зведено у табл. 2.

Таблиця 2

Залежність зміщення аеродинамічного фокуса від кута стрілоподібності крила і закону змінювання його хорд

χ	-30°	-15°	0°	15°	30°
а	$\frac{0.403}{C_Y}$	$\frac{0.222}{C_Y}$	0	$\frac{0.383}{C_Y}$	$\frac{1.21}{C_Y}$
б	$\frac{0.241}{C_Y}$	$\frac{0.11}{C_Y}$	$\frac{0.068}{C_Y}$	$\frac{0.176}{C_Y}$	$\frac{0.701}{C_Y}$
в	$\frac{0.245}{C_Y}$	$\frac{0.11}{C_Y}$	$\frac{0.068}{C_Y}$	$\frac{0.187}{C_Y}$	$\frac{0.716}{C_Y}$

Примітка. Літери а, б, в відповідають законам зміни довжини хорди крила вздовж розмаху.

За даними табл. 2 одержано графіки для різних кутів стрілоподібності (рис. 3, 4).

Найбільше зміщення фокуса відбувається у випадку великого кута прямої стрілоподібності. При постійній довжині хорди зміщення фокуса для крила з кутом прямої стрілоподібності 15° і крила з кутом зворотної стрілоподібності 30° майже однакове.

Ця тенденція зберігається і при змінній хорді. Отже, з погляду зміщення аеродинамічного фокуса та зміни моменту тангажа стрілоподібних крил відносно прямокутного, крило зворотної стрілоподібності більш зручне під час компоновання літального апарата.

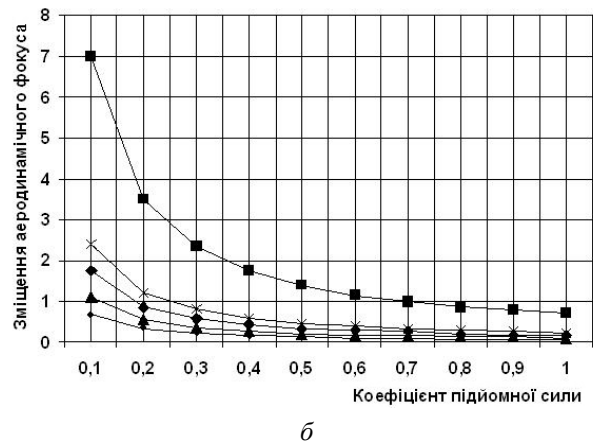
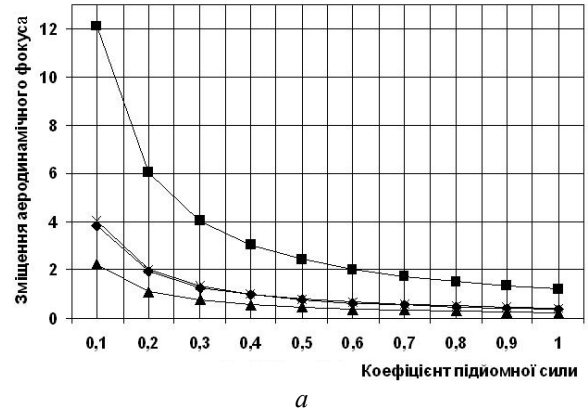


Рис. 3. Залежність зміщення аеродинамічного фокуса від коефіцієнта підйомної сили, кута стрілоподібності крила та закону змінювання його хорд: а – для постійної довжини хорди крила $b=\text{const}$; б – для змінної хорди за другим законом.

—♦— 0° ; —♦— 15° ; —■— 30° ; —▲— -15° ; —×— -30°

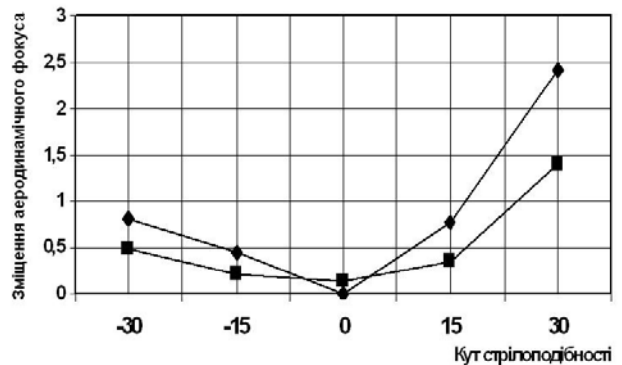


Рис. 4. Залежність зміщення аеродинамічного фокуса від кута стрілоподібності крила та закону змінювання його хорд (при $C_Y = 0,5$):

—♦— $b=\text{const}$ —■— хорда зменшується у напрямку закінців крила

Висновок

На початковому етапі дослідження аеродинаміки літального апарата дуже важливо мати приблизну оцінку характеристик, їх зміну під впливом тих чи тих факторів, оцінки ефективності компонованих схем із застосуванням різноманітних крил, що мають різну форму в плані.

Одним із найпростіших способів визначити оптимальні характеристики є порівняння аеродинамічних характеристик крил різної форми в плані з подальшим їх аналізом.

Для більш точних розрахунків можливе застосування методу варіаційного числення або сучасних числових методів, розрахунки за якими виконуються на комп'ютерах.

Ця задача доволі складна і дуже велика, тому в майбутньому до цього дослідження планується внести доповнення з урахуванням:

- стиснення повітря при $M < 1$;
- приєднаного вихору для великих значень кута стрілоподібності;
- впливу землі (екрану);

- нестационарності потоку при зміні напрямків руху літального апарата в реальному польоті;
- наявність бокового ковзання.

Література

1. *Аржанников Н.С., Мальцев В.Н.* Аэродинамика. – М.: Оборонгиз, 1956. – 483 с.
2. *Карафоли Е.К.* Аэродинамика крыла самолета. – М.: АН СССР, 1956. – 477 с.
3. *Чаплыгин С.А.* Полн. собр. соч. Т. 3. – Л.: АН СССР, 1935. – 338 с.
4. *Жуковский Н.Е.* Вихри. Теория крыла. Авиация // Полн. собр. соч. – М.; Л.: Гл. ред. авиац. лит., 1937. – Т. 5. – 492 с.
5. *Бураго Г.Ф.* Теория крыла конечного размаха. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1952. – 94 с.
6. *Краснов Н.Ф.* Аэродинамика. – М.: Высш. шк., 1971. – 630 с.
7. *Мхитарян А.М.* Аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1976. – 446 с.
8. *Мхитарян А.М., Ушаков В.В., Баскакова А.Г., Трубенков В.Д.* Аэрогидромеханика. – М.: Машиностроение, 1984. – 384 с.

Стаття надійшла до редакції 19.09.05.

А.А. Ким

Аэродинамические характеристики крыльев сложной формы в плане

Рассмотрены расчет аэродинамических характеристик и оптимальное распределение циркуляции по размаху крыльев сложной формы в плане. Для решения задачи использовано уравнение Глауэрта–Трефтца и его модификации. Проведены расчеты для крыльев прямой и обратной стреловидности. Показано, что оптимальное распределение циркуляции зависит от угла стреловидности χ и распределения хорды $b(z)$ по размаху крыла. Прочитаны аэродинамические коэффициенты индуктивного лобового сопротивления C_{xi} и продольного аэродинамического момента C_{mz} для крыльев разной формы в плане. Выполнено сравнение характеристик крыльев. Для получения минимального индуктивного лобового сопротивления крыла при заданной подъемной силе, определено изменение циркуляции по размаху крыла. Используются результаты, полученные Е.К. Карафоли и Г.Ф. Бураго. Выведены теоретические обобщения и модификации формул для аэродинамических коэффициентов, которые позволяют провести сравнение аэродинамических характеристик крыльев прямой и обратной стреловидностей. Записано модифицированное интегро-дифференциальное уравнение Глауэрта–Трефтца для крыльев сложной формы в плане.

О.О. Kim

Aerodynamic performances of complex shape wings

The task of calculation of optimum circulation distribution along wingspan of complex shape wings is considered. For solving this problem Glauert-Treftz's equation and its modifications are used. Calculations are carried out for both sweptback and forward-swept wings. It is shown that optimum circulation distribution depends on the sweep angle χ and on the chord $b(z)$ distribution along wingspan. Some aerodynamic coefficients such as induced drag coefficient C_{Di} and pitching moment coefficient C_{mz} are calculated for wings of different shape. The comparison of wings performances is done. In order to obtain the minimum wing induced drag with the given lift force it is very important to determine how the circulation should change along the wingspan. Results obtained by E. K. Karafoli G.F. Burago and others are used. A set of theoretical generalizations and modifications of formulas for aerodynamic coefficients are obtained. These results permit to compare aerodynamic performances of sweptback and forward-swept wings. Modified Glauert-Treftz's integral-differential equation is formulated for wings of complex shape.