

УДК 504.064.4:621.7.02(045)

Є.О. Бовсуновський
Г.М. Франчук, д-р техн. наук**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕПЛОФІЗИЧНОГО СТАНУ ПОВЕРХНІ МАТЕРІАЛІВ ПІД ДІЄЮ ПОТОКУ КРИЖАНИХ ГРАНУЛ**

НАУ, кафедра екології, e-mail: fod@nau.edu.ua

Розглянуто математичну модель теплофізичного стану поверхні матеріалу в зоні контакту з крижаною гранулою. На підставі розв'язку хвильового рівняння та аналізу енергетичного балансу процесу взаємодії виведено рівняння залежності температури поверхні в зоні контакту від швидкості потоку крижаних гранул.

Вступ

Інтенсивний розвиток авіаційного транспорту потребує обов'язкової відповідності процесів експлуатації, технічного обслуговування та ремонту авіаційної техніки більш жорстким вимогам екологічної безпеки.

Один з основних напрямів екологізації виробництва – впровадження екологічно чистих технологій.

Для отримання високих показників ефективності очищення деталей від забруднення запропоновано використання високошвидкісних багатофазних багатокомпонентних потоків. Завдяки використанню аерозольного потоку крижаних гранул для очищення від забруднення та старого лакофарбового покриття елементів авіаційної техніки виключається застосування токсичних розчинників.

Це дає можливість зберегти невідновні мінеральні ресурси планети, підвищити екологічну безпечність процесів відновлення авіаційної техніки за рахунок повторного використання відпрацьованої води.

Крім екологічної чистоти, основна перевага аерозольного потоку крижаних гранул порівняно з іншими видами очищення – ударна дія окремих частинок на поверхню, що очищається.

Для впровадження процесу у виробництво необхідно теоретично обґрунтувати та змодельовати теплофізичний стан поверхні в зоні контакту крижаної гранули з поверхнею матеріалу з метою визначення ступеня впливу взаємодії на фізико-механічний стан поверхні матеріалу.

Постановка задачі

Межі використання уявлень механіки крихкого руйнування виявляються досить широкими, особливо якщо допустити наявність пластичної зони в місці контакту.

У нашому випадку пластична зона переміщується разом із фронтом хвилі руйнування.

Але апарат механіки суцільного середовища не в змозі описати процес високошвидкісного руйнування такого матеріалу, як лід, тому що на відстанях міжатомного порядку від краю тріщини досягається значення теоретичної міцності, а радіус заокруглення набагато менший міжатомної відстані, отже, матеріал не можна вважати суцільним середовищем [1].

Найпростіший вихід – уведення розривних розв'язків рівнянь теорії пружності, але вибір таких розв'язків є досить довільним.

Для розробки математичної моделі теплофізичного стану поверхні матеріалів у зоні контакту з крижаною гранулою розглянемо два відокремлених тіла, що поєднані між собою обміном енергії.

Процес взаємодії відбувається таким чином. Під впливом крижаних гранул виникає пошкодження поверхні, а потім унаслідок ударного навантаження гранули плавляться і перетворюються на рідину. Причому пошкодження може виникати внаслідок деформації поверхні забруднення, поширення хвиль напруги в поперечному і поздовжньому напрямках, поперечного розтікання струмин рідини, проникання рідини всередину матеріалу забруднення.

Поперечне розтікання рідини починається після того, як ударна хвиля обтисне межу зони контакту, що розширюється, між краплею і деталлю. При цьому з'являється вільна поверхня, через яку відбувається поперечне розтікання рідини.

При взаємодії крижаних гранул із твердою поверхнею максимальний тиск спостерігається в центрі зони контакту, де в першу чергу і відбувається руйнування поверхні забруднення, а потім після плавлення гранул дія максимального тиску зміщується до периферії зони контакту (рис. 1), у результаті чого відбувається видалення маси забруднення [2].

Під дією поздовжніх (хвиля ущільнення) і поперечних (хвиля викривлення форми) хвиль напруження та їх відображень від межі гранула-повітря, крижана гранула миттєво перетворюється на рідину.

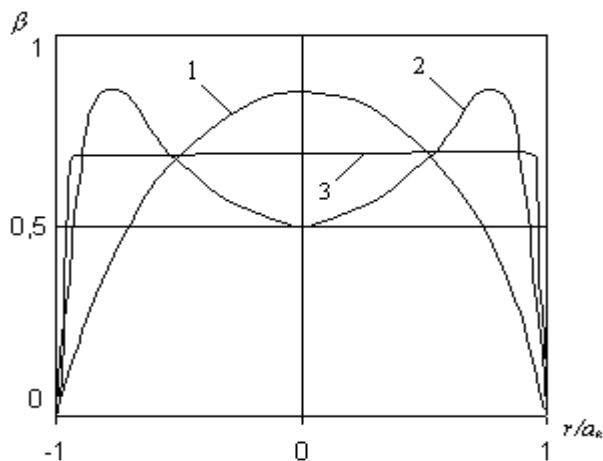


Рис. 1. Розподіл відносного тиску β в зоні контакту частинки з поверхнею при ударі пружних твердих частинок (1), краплі води (2) і для ідеальної пластичної поверхні (3)

Час взаємодії гранули з поверхнею набагато більший часу зміни фазового стану гранули.

Енергетичний баланс процесу

Аналізуючи залежність діаметра зони контакту від часу [3]

$$a_k(t) = 2 \left[2rVt - (Vt)^2 \right]^{1/2},$$

знаходимо критичний час взаємодії:

$$t_{кр} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ с},$$

який характеризує початок розтікання рідини.

Але стаціонарний режим розповсюдження хвиль руйнування можливий лише у тому випадку, коли швидкість руйнування дорівнює швидкості розповсюдження поздовжніх пружних хвиль. Отже, час руйнування і перетворення крижаної гранули в краплю води становить $5 \cdot 10^{-8}$ с, що на три порядки менше, ніж критичний час взаємодії. Це означає, що всі процеси, які протікають у гранулі та зоні контакту, можна вважати лінійними.

Обмежимося розглядом процесів, в яких достатньо враховувати лише механічну та теплову енергію. Зміні повної механічної енергії гранули, що перетворилася на рідину, відповідає зміна внутрішньої енергії та виділення теплоти:

$$-(dE_2 - dE_1 - dW_k + dW_n) = dQ_u + dQ_{nl} + dQ_n, \quad (1)$$

де dE_2 – кінетична енергія поперечного розтікання рідини:

$$dE_2 = dG \frac{V_r^2}{2};$$

dG – масова витрата рідини через поперечний переріз струмини за час t ; V_r – швидкість поперечного розтікання рідини:

$$V_r = \left[(1 + 2M_0 - 0,1M_0^2) C_0 V \right]^{1/2};$$

M_0 – число Маха [2]:

$$M_0 = V / C_0;$$

V – швидкість удару; C_0 – швидкість звуку у воді;

dE_1 – кінетична енергія крижаної гранули:

$$dE_1 = mVdV;$$

m – маса крижаної гранули; dV – елемент об'єму крижаної гранули; dW_k – кінетична енергія деформації гранули:

$$dW_k = \frac{1}{2} \rho C^2 dV;$$

ρ – густина льоду; C – швидкість розповсюдження пружних коливань у середовищі льоду; dW_n – потенційна енергія деформованої гранули:

$$dW_n = \frac{1}{2} \rho C^2 \left[\frac{3p}{3\lambda + 2\mu} \right] dV;$$

p – тиск у зоні контакту; λ , μ – константи пружності Ляме; dQ_n – тепло, що витрачається на нагрівання крижаної гранули:

$$dQ = cmdT;$$

c – питома теплоємність льоду; dT – зміна температури гранули від $T_1 = 50$ К до $T_2 = 273$ К; dQ_n – теплота, що витрачається на плавлення гранули:

$$dQ_{nl} = Ldm;$$

L – питома теплота плавлення льоду; dQ_n^n – теплота, що витрачається на нагрівання матеріалу поверхні масою m_n (нехай тепло не розсіюється, а повністю поглинається рідиною та матеріалом поверхні):

$$dQ_n^n = c_n m_n dT_n;$$

c_n – питома теплоємність матеріалу поверхні, що оброблюється; dT_n – зміна температури частини поверхні масою m_n .

Виведення основної залежності

Для визначення температури в зоні контакту перейдемо до розгляду процесів, що відбуваються в деякому об'ємі поверхневого шару.

Нагрівання частини матеріалу поверхні відбувається за рахунок розповсюдження хвиль напруження (динамічної пружної деформації). Динамічна пружна деформація характеризується тими самими пружними константами, що пружна деформація. Для об'ємної хвилі загальні рівняння руху мають вигляд [4]:

$$\rho_n \frac{\partial^2 S_x}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 S_x; \quad (2)$$

$$\rho_n \frac{\partial^2 S_y}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 S_y; \quad (3)$$

$$\rho_n \frac{\partial^2 S_z}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 S_z; \quad (4)$$

де ρ_n – густина матеріалу поверхні; S_x, S_y, S_z – переміщення в напрямках x, y, z відповідно; Δ – відносна зміна об’єму; ∇^2 – оператор Лапласа ($\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$).

Рівняння (2)–(4) відповідають розповсюдженню двох типів хвиль. Зміна об’єму Δ розповсюджується в середовищі зі швидкістю $[(\lambda + 2\mu)/\rho_n]^{1/2}$, у той час як деформація зсуву розповсюджується зі швидкістю $(\mu/\rho_n)^{1/2}$.

Хвильове рівняння (2) можна проінтегрувати. Його розв’язком є потенційна функція φ для будь-якої конкретної геометрії хвилі. Загальний розв’язок у момент часу t на відстані r від точкового джерела, що рухається зі швидкістю v , має вигляд [2]:

$$\varphi = f(r - vt) + g(r + vt).$$

Функція f та g описують хвилі, що розходяться і збігаються. Для знаходження температури в зоні контакту крижаної гранули та поверхні, що оброблюється, допустимі тільки перші з них. Зміщення та напруження, що пов’язані з цими хвилями, можуть бути безпосередньо виражені через f . Для сферичної хвилі маємо [3]

$$u = \frac{f'}{r} - \frac{f}{r^2};$$

$$\sigma_r = \frac{2\mu}{1-2\nu} \left[\frac{(1-\nu)f''}{r} - 2(1-2\nu) \left(\frac{f'}{r^2} - \frac{f}{r^3} \right) \right]; \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2\mu}{1-2\nu} \left[\frac{\nu f''}{r} - (1-2\nu) \left(\frac{f'}{r^2} - \frac{f}{r^3} \right) \right],$$

де σ_r, σ_θ – радіальні та тангенціальні напруження в сферичній системі координат; ν – коефіцієнт Пуассона.

При квазістатичному навантаженні порожнини (радіусом r_0) тиском p можна в явному вигляді знайти f . Але при динамічному навантаженні $p(t)$ аналіз більш ускладнений.

Для найпростішого випадку, коли імпульс тиску має прямокутну форму, розв’язок рівняння (5) запишемо у вигляді:

$$f(T) = \frac{r_0^3 p_0}{4\mu} \times \left[1 + (2-2\nu)^{1/2} \exp\left(-\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu T}{r_0}\right) \times \right. \\ \left. \times \sin\left(\frac{(1-2\nu)^{1/2}}{1-\nu} \frac{\nu T}{r_0} + \text{arccctg} (1-2\nu)^{1/2}\right) \right], \quad (6)$$

де $T = t - (r - r_0)/v$.

Відповідні напруження зсуву визначені за допомогою рівняння (6) показано на рис. 2.

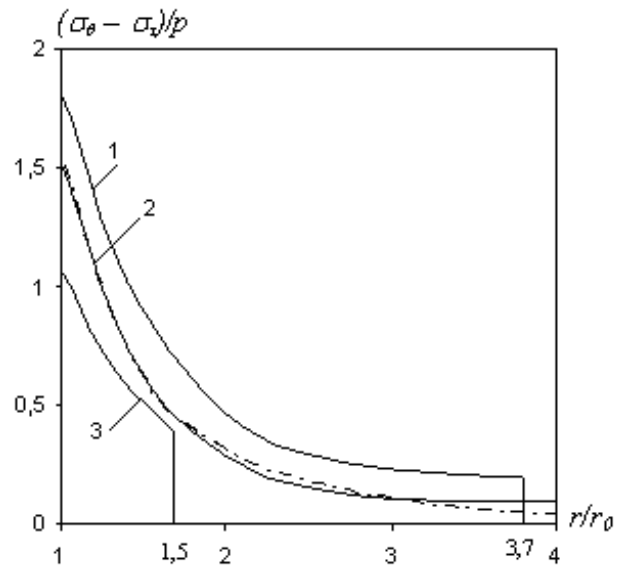


Рис. 2. Залежність відносного напруження зсуву $(\sigma_\theta - \sigma_r)/p$ від відносної відстані від центру гранули r/r_0 для різних відносних швидкостей навантаження \bar{v} (пунктиром показано квазістатичний стан):
1 – $\bar{v} = 2,2$; 2 – $\bar{v} = 3,9$; 3 – $\bar{v} = 1$

Аналізуючи знайдену залежність, можна зробити висновок, що значний вплив напруження зсуву в матеріалі на підвищення температури відбувається в межах $r/r_0 = 1,5 - 2$ відносної відстані від центру гранули (квазістатичний стан). Обчислюючи об’єм матеріалу, що нагрівається, як сегмент кулі знаходимо також його загальну масу m_n .

Для виведення залежності температури нагрівання від швидкості гранули припустимо, що розподіл температурного поля в півсферичному просторі рівномірний, хоча згідно з працею [5] у термопружному півпросторі поблизу фронту хвилі напруження і температура експоненційно згасають.

У нашому випадку врахувати експоненційне згасання хвиль неможливо тому, що, по-перше, наявне чітке розділення фаз забруднення – поверхня матеріалу, по-друге, у результаті взаємодії, шар забруднення переходить із пружного в пластичний стан або в більшості випадків руйнується і повністю відокремлюється від поверхні матеріалу.

Після інтегрування і перетворень рівняння (1) отримуємо залежність температури нагрівання T_n від швидкості аерозольного потоку крижаних гранул:

$$T_n = \frac{3}{2} \frac{m}{c_n \rho_n \pi r_0^3} \times \left[C_0 V + 2V^2 - 0,1 \frac{V^3}{C_0} + C^2 \times \left(\frac{1}{2} - \left[\frac{3p}{3\lambda + 2\mu} \right]^2 \right) - 2c(T_2 - T_1) - 2L \right]. \quad (7)$$

У межах поданої математичної моделі (7) теплофізичного стану поверхні матеріалів під дією потоку крижаних гранул можна побудувати графіки залежностей температури нагрівання поверхонь різних матеріалів від швидкості аерозольного потоку (рис. 3).

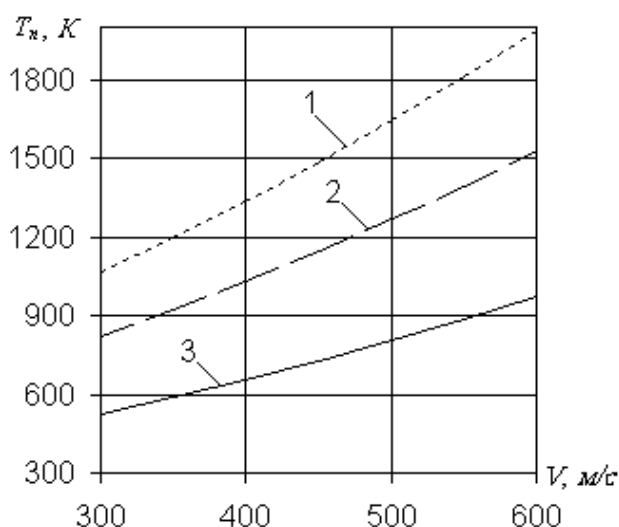


Рис. 3. Залежність температури нагрівання T_n від швидкості V аерозольного потоку крижаних гранул для сплавів:
1 – магнію; 2 – алюмінію; 3 – заліза

Висновок

Завдяки розробленій моделі можна керувати температурою в зоні контакту, а отже, і ступенем впливу аерозольного потоку крижаних гранул на стан поверхні матеріалів.

Упровадження у виробництво екологічно безпечного процесу очищення потоком крижаних гранул виключає використання токсичних розчинників: ацетонів, трихлоретилену, перхлоретилену, чотирихлористого вуглецю, що забезпечує підвищення безпеки праці та запобігає погіршенню здоров'я працюючих, а також зменшує навантаження на озоновий шар Землі. Крім того, невикористання дорогих очищувальних матеріалів і можливість повторного використання відпрацьованої води дозволяє зберегти невідновні мінеральні ресурси планети.

Перехід до екологічно безпечних ресурсозберігаючих технологій є однією з основних у мов сталого розвитку держави.

Література

1. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. – 640 с.
2. Спринджер Дж. Эрозия при воздействии капель жидкости /Пер.с англ. С.В.Челомей. – М.: Машиностроение, 1981. – 200 с.
3. Эрозия /А.Эванс, А.Рафф, С.Видерхорн и др.; Под ред. К.Прис; Пер.с англ. Ю.В. Полежаева. – М.: Мир, 1982. – 464с.
4. Кувыркин Г.Н. Термомеханика деформируемого твердого тела при высокоинтенсивном нагружении. – М.: МГТУ, 1993. – 144 с.
5. Пир'ев Ю.О. Поширення хвиль у пружних середовищах з урахуванням зв'язаності фізико-механічних полів. – Л.: Світ, 1998. – 204 с.

Стаття надійшла до редакції 03.10.05.

Е.А. Бовсуновский, Г.М. Франчук

Математическая модель теплофизического состояния поверхности материалов под действием потока ледяных гранул

Рассмотрена математическая модель теплофизического состояния поверхности материала в зоне контакта с ледяной гранулой. На основе решения волнового уравнения и анализа энергетического баланса процесса взаимодействия выведено уравнение зависимости температуры поверхности в зоне контакта от скорости потока ледяных гранул.

Е.А. Bovsunovsky, G.M. Franchuk

The mathematical model of the thermo-physical state of the material's surface affected by ice grind flow

The mathematical model of the thermo-physical state of the material's surface in the area of ice grinds activity is described. The equation, based on the wave equation and the energy balance interaction process, which shows interaction between surface temperature in the area of ice grind activity and the speed of ice grind flow is developed.