

10. *Метод расчета эластичности динамометров с упругим шарниром*; Техн. отчет / ЦАГИ; Р.И. Косых, Н.В. Арголина. – М., НИО-2.; № 2859, 1975. – 28 с.

11. *Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С.* Опір матеріалів: Підручник // За ред. Г. С Писаренко. – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.

Стаття надійшла до редакції 14.06.01.

УДК 621.396.67

ББК 6251.603.58434.5

В.В.Буланов

## СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІБРОГРАМ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

*Встановлено взаємозв'язок параметрів джерел розсіяння енергії у матеріалі та спектральних характеристик віброграми вільних коливань елемента конструкції.*

Подальший розвиток та ефективність використання сучасної техніки нерозривно пов'язані з підвищенням несучої здатності елементів конструкції.

Джерела періодичних сил, що діють на транспортні засоби, сприяють виникненню коливань частин корпусу та силової установки. При цьому циклічні напруження в поперечних перерізах елементів можуть істотно перевищити межу утомлюваності матеріалу. Амплітудно-частотні характеристики джерел вібрацій змінюються широким діапазоном у часі та просторі і практично повністю виключають можливість частотної відбудови елементів конструкцій. За цих умов значного зниження рівня напружень можна досягнути за рахунок збільшення розсіяння енергії коливань у матеріалі і особливо за рахунок конструкційного демпфірування елементів.

У процесі розв'язання цієї задачі насамперед необхідно досліджувати та оцінювати дисипативні властивості матеріалу та елементів конструкцій, що зумовлюють загасання вільних і обмеження рівня резонансних коливань.

Рівняння вільних коливань елемента конструкції з різними видами джерел розсіяння енергії має такий вигляд:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + \sum_{n=0}^{2\nu} d_n \left| \frac{dy}{dt} \right|^{n-1} \frac{dy}{dt} + cy = 0,$$

де  $n$  – характеристика внутрішнього тертя (наприклад,  $n = 0$  – кулонове тертя,  $n = 1$  – в'язкий опір,  $n = 2$  – турбулентне тертя і т.д.).

Більшість елементів конструкцій мають частоту коливань основного тону, яка не перевищує 30 Гц. Тому за теоремою Котельникова [1] для відстеження вищих гармонік, наприклад, до п'ятої включно, слід зробити дискретну вибірку значень амплітуд з частотою 300 Гц (в кількості десяти точок на період).

У системі програмного забезпечення (в подальшому системі) не використовується метод розкладу вхідного сигналу на синфазну і квадратурну складові з подальшою обробкою квадратурної, так як частоти першої гармоніки не високі, а сам процес спектрального аналізу не критичний за часом та об'ємом необхідної пам'яті. Частота вільних коливань визначається в цьому випадку безпосередньо за спектрограмою.

Для частотного аналізу приймаємо розклад за системою ортонормованих гармонічних функцій. Це пов'язано з необхідністю обмеження впливу основного тону, який являє собою чисте гармонічне коливання, що перевищує за амплітудою викривлення не менше, ніж на 50 Дб. Наявність у викривленнях меандру кулонового тертя в з'єднаннях, що описується рівнянням

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + d_0 \left| \frac{dy}{dt} \right|^{n-1} \frac{dy}{dt} + cy = 0,$$

зумовлює використання функцій Уолша [2].

Отже, в частині системи, що позначена як спектральний аналізатор, здійснюється перетворення вихідної спектрограми в її Фур'є-образ

$$F(0) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} f(j);$$

$$F(k) = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_k(j) f(j); k > 0,$$

де  $\alpha_k(j) = -\exp(i2\pi kj/N)$  – відліки функції системи розкладу;  $f(j)$  – вихідна віброграма в дискретній часовій області;  $f(k)$  – Фур'є-образ в частотній області.

При числі дискретних відліків  $N$  складність прямого алгоритму перетворення досягає  $O(N^2)$ , що недопустимо. Тому скористаємося алгоритмом швидкого перетворення Фур'є з прорідженням за часом [3]. Рекурентні співвідношення основної операції (бабочки) алгоритму швидкого перетворення Фур'є мають вигляд:

$$F(k) = A + WB;$$

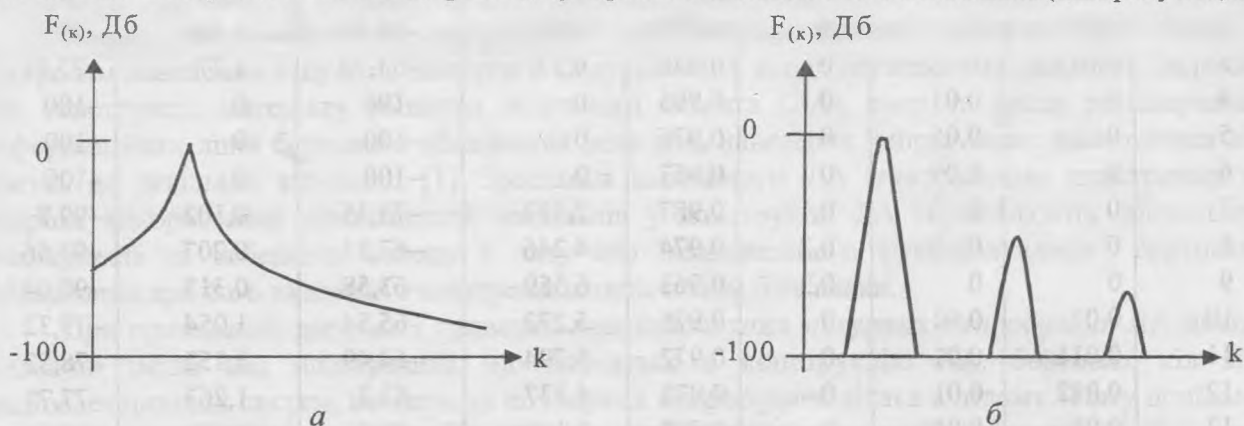
$$F(k + N/2) = A - WB,$$

де  $W(j) = -\exp(i2\pi j/N)$  – обернені коефіцієнти.

Програма, що здійснює алгоритм швидкого перетворення Фур'є, дозволяє виводити результати роботи на дисплей у вигляді графічного зображення спектра, записати його на диск або обчислити потрібні параметри спектрограм. Ці параметри заносяться в базу даних для подальшого зберігання або поновлення за ними коефіцієнтів математичної моделі.

Розглянемо, як здійснюється заглушення бокових пелюсток гармонік. Коливання механічної системи, являють собою деяку згасаючу з часом величину, що змінюється за лінійним експоненціальним або гіперболічним законом (або їх суперпозиції)\*. Спектр такої величини буде являти собою деякий набір гармонік, що зменшуються за певним законом, який неможливо виразити в загальному випадку через елементарні функції.

Якщо заповнити зазначену величину коливаннями більш високою, порівняно з швидкістю зменшення, частотою, то спектр такого процесу буде мати вигляд спектрів обвідної, які повторені на частотній осі у відповідності до розподілу гармонік заповнюючого коливання (див. рисунок, а).



Спектрограма при відсутності (а) і використанні (б) вікна Натолла

У цьому спектрі неможливо виділити вищі гармоніки, що заповнюють коливання. Тому будемо проводити спектральний аналіз не власно згасаючого коливального процесу, а усередненого періоду, що заповнює коливання. Це можливо, якщо використати виваження за допомогою вікна Натолла.

Високий рівень бокових пелюсток (див. рисунок а, б) та відсутність необхідності аналізу близько розташованих гармонік визначають використання вікна Натолла з відносно широкою центральною пелюсткою і подавленням бокових до  $-98$  Дб [3]:

\* Інші закони розсіювання енергії розглядаються аналогічно.

$$S(j) = 0,3635819 + 0,4891775 \cos[2\pi(j - N/2)/N] + \\ + 0,1365995 \cos[4\pi(j - N/2)/N] + \\ + 0,0106411 \cos[6\pi(j - N/2)/N].$$

На це вікно, яке називається "виваженими косинусами", помножують досліджуваний коливальний процес. Після такої обробки навіть сильно затухаюча віброграма дає допустимий для візуального контролю та подальшої обробки спектр (див. рисунок, б).

Сусідні дискрети у центральній пелюстці вибраного вікна знаходяться у протифазі. Тому, при визначенні кута розузгодження фаз в дискреті використовується модуль арктангенса.

Аналогічно виконується спектральний аналіз модельних віброграм. В таблиці наведено перелік параметрів джерел розсіювання енергії коливань як одиничних, так і їх суперпозиції й характеристик спектра.

У випадку, коли  $d_0 \neq 0$ ,  $d_1 = d_2 = 0$ , маємо спектр лінійно затухаючого процесу. При змінюванні "міцності" джерела розсіювання енергії коливань відповідно змінюються значення амплітуд вищих гармонік ( див. таблицю, рядок 1–3).

При експоненціальному затуханні, коли в'язке тертя  $d_1 \neq 0$ , а  $d_0 = d_2 = 0$ , спостерігаємо повну відсутність вищих гармонік (див. таблицю, рядок 4–6). За значенням цього спектра неможливо визначити величину викривлень від затухання, так як абсолютний рівень першої гармоніки прямо пропорційний до середньої амплітуди коливань за час спостережень (256 точок), а ця величина нестабільна і залежить від амплітуди збуджуючого впливу та ділянки віброграм, що вибрана для спектрального аналізу. Отже, для визначення викривлень, що мають частоту, яка близька до частоти основного тону, необхідно вибрати критеріальний параметр, який не залежав би від величини невикривленої складової першої гармоніки.

Спектральні характеристики модельних віброграм

Номер порядку	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$a$	$A_3 \times 10^4$	$A_3, \text{Дб}$	$A_5 \times 10^4$	$A_5, \text{Дб}$
1	0,01	0	0	0,98	5,3	-65,34	1,06	-79,31
2	0,011	0	0	0,978	5,83	-64,49	1,16	-78,51
3	0,012	0	0	0,976	6,37	-63,70	1,27	-77,71
4	0	0,01	0	0,995	0	-100	0	-100
5	0	0,05	0	0,975	0	-100	0	-100
6	0	0,09	0	0,957	0	-100	0	-100
7	0	0	0,1	0,987	2,123	-73,35	0,102	-99,8
8	0	0	0,2	0,974	4,246	-67,21	0,207	-93,66
9	0	0	0,3	0,963	6,359	-63,58	0,313	-90,04
10	0,01	0,01	0	0,975	5,272	-65,34	1,054	-79,32
11	0,011	0,01	0	0,972	5,794	-64,49	1,152	-78,52
12	0,012	0,01	0	0,971	6,337	-63,7	1,263	-77,71
13	0,01	0,05	0	0,955	5,164	-65,34	1,033	-79,31
14	0,011	0,05	0	0,953	5,68	-64,49	1,13	-78,52
15	0,012	0,05	0	0,951	6,2	-63,71	1,237	-77,71
16	0,01	0,09	0	0,938	5,07	-65,34	1,014	-79,32
17	0,011	0,09	0	0,936	5,58	-64,49	1,108	-78,53
18	0,012	0,09	0	0,934	6,095	-63,70	1,215	-77,71
19	0,01	0	0,1	0,967	7,3	-62,44	1,145	-78,53
20	0,011	0	0,1	0,965	7,82	-61,82	1,243	-77,80
21	0,012	0	0,1	0,963	8,34	-61,24	1,351	-77,06
22	0,01	0,05	0,1	0,945	7,14	-62,43	1,119	-78,53
23	0,011	0,05	0,2	0,913	9,422	-59,72	1,294	-76,90
24	0,012	0,05	0,3	0,895	11,575	-57,76	1,422	-75,97

При гіперболічному затуханні, коли  $d_2 \neq 0$ , а інші коефіцієнти дорівнюють нулю, одержимо спектр, який наведено у таблиці, рядки 7–9. Згідно з цими даними, вищі гармоніки в цьому спектрі, як і у випадку лінійно затухаючого коливального процесу присутні, але закон зменшення їх амплітуд декілька інший.

У випадку, коли всі три коефіцієнти не дорівнюють нулю, одержимо спектр, який не є лінійною суперпозицією трьох наведених вище спектрів (див. таблицю, рядки 22–24).

На основі проведеного аналізу можна зробити висновок про можливість виявлення дефектів (джерел розсіювання енергії) в елементах конструкції на ранній стадії розвитку за допомогою поданої методики.

### Список літератури

1. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 348 с.
2. Хармут Х. Теория секвентного анализа. – М.: Мир, 1980 – 574 с.
3. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток: Пер. с англ./ Под ред. В.М.Амербаева, Т.Э.Кренкеля. – М.: Радио и связь, 1985. – 284 с.

Стаття надійшла до редакції 06.07.01.

УДК 629.735.015.4:537.221.005.57(045)

В.М. Синєглазов, М.П. Мухіна

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

*Розглянуто задачу математичного моделювання електромагнітних полів, що спричинюються проходженням імпульсу струму блискавки по обшивці літального апарата і оцінка впливу поверхневого ефекту на резистивну складову імпульсів наведеної напруги. За математичну модель процесу використано рівняння Максвелла, розв'язання яких здійснено методом інтегральних рівнянь на імпедансних поверхнях.*

Завади, що створюються атмосферною електрикою, зокрема грозовими розрядами, є джерелом наведених імпульсів напруги в з'єднувальних колах бортового обладнання. Залежно від конструкції, матеріалу обшивки літального апарата (ЛА), типу та місця розташування інформаційних ліній бортового обладнання величина наведених напруг може змінюватися від часток до декількох кіловольт [1]. Зростання насиченості ЛА електронними пристроями та широке використання композитних матеріалів у конструкції ЛА обумовлюють збільшення ймовірності та небезпеки виходу з ладу або неправильного функціонування бортового обладнання при його взаємодії з електромагнітним полем блискавки.

При проведенні дорогих і тривалих високовольтних натурних випробувань ЛА навіть незначні зміни або модифікації, що вносяться в конструкцію ЛА, бортових кіл або радіоелектронних систем, вимагають повторних випробувань літака в цілому. Тому доцільно створити математичну модель процесу електромагнітної взаємодії блискавки з ЛА, щоб потім мати можливість замінити окремі етапи випробувань числовими розрахунками.

Залежно від механізму наведення перенапруг виділяють три основні складові імпульсів наводок: апертурну, обумовлену наявністю отворів і радіопрозорих елементів в обшивці ЛА, дифузійно-магнітну внаслідок прямого проникнення електромагнітного поля крізь ділянки корпусу, що зроблені з композитних матеріалів, і резистивну, обумовлену скінченною провідністю корпусу ЛА [2]. Деякі ділянки обшивки ЛА, наприклад, носовий обтічник, обтічник радіолокатора, мотогондоли двигунів, мають форму, подібну до сферичної. Якщо ці елементи корпусу ЛА апроксимувати сферичними поверхнями, то провідна сферична оболонка з деякою ненульовою товщиною буде геометричною моделлю процесу розряду блискавки (рис.1). Для такого представлення розглянемо лише одну з трьох складових – резистивну.