

0520-011.64.6647 + 0535.134.12-089.81+  
 УДК 629.7.015.017.1

0535.443.12-011.64.6647

В.С. Білогузов, Д.К. Мещишен

## РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЗМІНИ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІТАКА ПРОТЯГОМ ТРИВАЛОЇ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

*Проаналізовано причини погіршення аеродинамічних характеристик літака протягом тривалої експлуатації. Запропоновано математичну модель процесу зміни коефіцієнтів піднімальної сили та лобового опору.*

Тривала експлуатація літака супроводжується несприятливими впливами, що призводять до погіршення аеродинамічних характеристик планера. У сучасних умовах функціонування цивільної авіації України особливо актуальною є проблема відповідності тривало експлуатованих повітряних суден (ПС) вимогам норм льотної придатності. Для вирішення цієї проблеми необхідно проаналізувати причини, що викликають зміну аеродинамічних характеристик планера і установити закономірності, відповідно до яких відбувається така зміна. На основі поляр літака  $c_y = f(c_x)$  і залежностей  $c_y = f(\alpha)$  установлюються 75% всіх льотних обмежень. Отже, для відповіді на питання про ступінь відповідності екземпляра ПС вимогам норм льотної придатності необхідно дати кількісну оцінку зміни зазначених залежностей у процесі тривалої експлуатації.

Зміна аеродинамічних характеристик планера є складним, індетермінованим стохастичним процесом, який може бути описаний тільки за допомогою математичної моделі, що повинна задовольняти таким вимогам:

- відображати зміну аеродинамічних характеристик з достатньою для практичних цілей точністю;
- бути стійкою стосовно вхідних даних, згладжуючи непереборні похибки непрямих вимірів аеродинамічних коефіцієнтів, тобто мати властивість робастності;
- забезпечувати екстраполяцію коефіцієнтів  $c_x$  і  $c_y$  в області значень, які не можуть бути одержані експериментально з розуміння безпеки польотів;
- бути строго формалізованою для можливості її програмної реалізації.

Для оцінки наслідків, до яких призводить тривала експлуатація ПС, був проаналізований стан несучих поверхонь і фюзеляжу 30 літаків Ан-24 і Ан-26, що належать Державній льотній академії України. Аналіз був проведений шляхом візуального огляду зовнішньої поверхні обшивки літаків і обробки результатів нівелювальних робіт, проведених з установленою періодичністю.

Всі виявлені спотворення форм несучих поверхонь і фюзеляжу були класифіковані як спотворення на мікро- і макрогеометричному рівнях.

Під мікрогеометричними спотвореннями розуміють нещільне прилягання вхідних дверей, вантажних і аварійних люків, стулок шасі, технологічних лючків, неякісне пригладжування елементів обшивки, вм'ятини, додаткові ремонтні накладки, дефекти лакофарбового покриття, зовнішні забруднення, корозія елементів обшивки і т.п.

Під макрогеометричними спотвореннями розуміють зміну встановлювальних кутів крила, оперення, гондол двигунів, стрілоподібності крила й оперення, зміну кутів навішування рулів, елеронів і закрилків.

У результаті проведених досліджень був зроблений висновок про те, що наслідки тривалої експлуатації літака виявляються тільки на макрогеометричному рівні.

Результати нівелювальних робіт, проведених перед кожним капітальним ремонтом, були піддані перевірці за допомогою "критерію  $\chi^2$ " Пірсона [1], що підтвердила гіпотезу про нормальний розподіл відповідних параметрів. У табл. 1, 2 наведені результати обробки нівелювальних характеристик. Використана система позначень відповідає визначеній в роботі [2].

Таблиця 1

## Нівелювальні дані літака

Мета виміру	Перевищення точки	Установлений розмір, мм	Математичне сподівання, мм	Довірчий інтервал, мм	
Установлення фіюзеляжу в лінію горизонтального польоту	1 над 36	3,4...7,4	5,1	3,7...6,5	
	5Л над 5П	-0,5...+0,5	0,2	-0,3...0,7	
Установлення крила: центроплан	9 над 10	70,0...74,0	70,7	68,3...73,0	
	9Л над 9П	-2,0...+2,0	-0,3	-2,1...1,5	
	кут атаки	13 над 14	44,5...49,5	47,2	44,1...50,4
		17 над 18	18,0...22,0	19,1	16,7...21,5
	поперечне "V"	13 над 9	16,0...26,0	22,0	17,9...26,1
		13 над 17	126,0...142,0	134,7	126,4...143,0
17Л над 17П	-10,0...+10,0	4,1	-1,4...9,6		
Установлення горизонтального оперення: кут атаки	26 над 25	42,5...45,5	43,4	41,7...45,0	
	28 над 27	23,5...26,5	24,6	23,1...26,0	
	поперечне "V"	27 над 25	540,5...545,5	542,1	539,2...545,0
		27Л над 27П	-5,0...+5,0	0,9	-3,1...4,9
Установлення силової ферми двигуна	31Н над 31В	-0,5...+0,5	0,4	0,3...0,5	
	32Н над 32В	-0,5...+0,5	0,4	0,3...0,5	
	31 над 32	704,0...705,0	704,3	704,0...704,6	
Установлення двигуна	34 над 33	12,5...15,5	14,0	14,0...14,0	
	33В над 33Н	-1,0...+1,0	0,1	-0,2...0,4	
	34В над 34Н	-1,0...+1,0	0,1	-0,2...0,4	

Таблиця 2

## Загальне стикування літака

Відстань	Установлений розмір, мм	Математичне сподівання, мм	Довірчий інтервал, мм
Від точки 1 до точки 17	15637,0...15667,0	15657,2	15648,7...15665,8
Від точки 36 до точки 27	9121,0...9151,0	9134,5	9124,7...9144,3
Від осі літака до точки 41	3947,0...3953,0	3950,9	3949,4...3952,4
Від осі літака до точки 17	3947,0...3953,0	3950,6	3948,8...3952,4

Як показують наведені дані, нівелювальні характеристики тривало експлуатованого ПС зазвичай знаходяться в допустимих межах. Середнє напрацювання прийнятих до розгляду ПС складає 20 000 год, 30 000 посадок і 25 календарних років.

Результати візуального огляду ПС виявили численні відхилення, що позначаються на мікрогеометричному рівні, і є причиною зміни аеродинамічних характеристик планера в процесі тривалої експлуатації.

Була висунута робоча гіпотеза, що процес зміни аеродинамічних характеристик ПС протягом тривалої експлуатації якісно ідентичний процесу зміни аеродинамічних характеристик при обледенінні літака.

У даний час вплив обледеніння на аеродинамічні характеристики ПС добре вивчено в роботах [3; 4]. Якщо узагальнити всі несприятливі фактори, до яких призводить обледеніння

ПС, то можна зробити висновок, що всі вони якісно подібні тим факторам, якими супроводжується тривала експлуатація літака.

Розглянемо два літаки, один з яких має типові аеродинамічні характеристики, позначені індексом "1", а другий експлуатується тривалий час і його характеристики, позначені індексом "2", необхідно уточнити. Розглянемо процес зміни відповідних коефіцієнтів на прикладі залежностей  $c_y = f(\alpha)$  і  $c_x = f(\alpha)$ .

Нехай на тому самому куті атаки коефіцієнти піднімальної сили двох літаків відповідно дорівнюють  $c_{y1} = c_{y1}^\alpha \alpha$  і  $c_{y2} = c_{y2}^\alpha \alpha$ . Тоді втрату коефіцієнта піднімальної сили в процесі тривалої експлуатації можна виразити як

$$\Delta c_y = c_{y1} - c_{y2} = c_{y1}^\alpha \alpha - c_{y2}^\alpha \alpha = (c_{y1}^\alpha - c_{y2}^\alpha) \alpha. \quad (1)$$

Поділивши обидві частини рівності (1) на добуток  $c_{y1}^\alpha \alpha$ , одержимо

$$\frac{\Delta c_y}{c_{y1}^\alpha \alpha} = \frac{c_{y1}^\alpha - c_{y2}^\alpha}{c_{y1}^\alpha}.$$

Враховуючи, що  $c_{y1}^\alpha \alpha = c_{y1}$ , остаточно одержуємо

$$\frac{\Delta c_y}{c_{y1}} = \frac{c_{y1}^\alpha - c_{y2}^\alpha}{c_{y1}^\alpha}. \quad (2)$$

Права частина виразу (2) є деяке стале число, що не залежить від кута атаки. Введемо нове позначення

$$\Delta c_y^{Cy} = \frac{c_{y1}^\alpha - c_{y2}^\alpha}{c_{y1}^\alpha},$$

де  $\Delta c_y^{Cy}$  – параметр, що характеризує зміну в процесі експлуатації коефіцієнта піднімальної сили літака.

З урахуванням нового позначення

$$\frac{\Delta c_y}{c_{y1}} = \Delta c_y^{Cy}$$

одержимо  $\Delta c_y = c_{y1} - c_{y2} = \Delta c_y^{Cy} c_{y1}$ ,

звідки 
$$c_{y2} = c_{y1} - \Delta c_y^{Cy} c_{y1} = c_{y1} (1 - \Delta c_y^{Cy}). \quad (3)$$

Отже, одержана залежність (3), відповідно до якої в процесі аеродинамічного старіння літака відбувається зниження його коефіцієнта піднімальної сили.

На рис. 1 на прикладі типової 1 і фактичної 2 залежностей  $c_y = f(\alpha)$  зображена тенденція зміни коефіцієнта піднімальної сили літака в процесі тривалої експлуатації.

Відомо, що коефіцієнт лобового опору літака дорівнює

$$c_x = c_{xf} + c_{xp} + c_{xi},$$

де  $c_{xf}$  – коефіцієнт опору тертя;  $c_{xp}$  – коефіцієнт опору тиску;  $c_{xi}$  – коефіцієнт індуктивного опору.

Використовуючи аналогічну техніку висновку, як і у випадку з коефіцієнтом піднімальної сили, а також залежності складових коефіцієнта лобового опору від критеріїв подібності, що наведені в роботах [3; 4], можна показати, що справедливі будуть наступні співвідношення

$$\frac{\Delta c_{xf}}{c_{xf1}} = \Delta c_{xf}^{Cxf}; \quad (4)$$

$$\frac{\Delta c_{xp}}{c_{xp1}} = \Delta c_{xp}^{Cxp}; \quad (5)$$

$$\frac{\Delta c_{xi}}{c_{xi1}} = \Delta c_{xi}^{Cxi}, \quad (6)$$

де  $\Delta c_{xf}$ ,  $\Delta c_{xp}$ ,  $\Delta c_{xi}$  – відповідно зміни складових коефіцієнта опору протягом тривалої експлуатації;  $c_{xf1}$ ,  $c_{xp1}$ ,  $c_{xi1}$  – типові складові коефіцієнта лобового опору;  $\Delta c_{xf}^{Cxf}$ ,  $\Delta c_{xp}^{Cxp}$ ,  $\Delta c_{xi}^{Cxi}$  – деякі емпіричні коефіцієнти.

Далі виразимо коефіцієнт лобового опору тривало експлуатованого ПС через збільшення відповідних коефіцієнтів:

$$c_{x2} = c_{xf2} + c_{xp2} + c_{xi2} = (c_{xf1} + \Delta c_{xf}) + (c_{xp1} + \Delta c_{xp}) + (c_{xi1} + \Delta c_{xi}).$$

Тоді на підставі формул (4) – (6) можна записати:

$$\begin{aligned} c_{x2} &= (c_{xf1} + \Delta c_{xf}^{Cxf} c_{xf1}) + (c_{xp1} + \Delta c_{xp}^{Cxp} c_{xp1}) + (c_{xi1} + \Delta c_{xi}^{Cxi} c_{xi1}) = \\ &= c_{xf1}(1 + \Delta c_{xf}^{Cxf}) + c_{xp1}(1 + \Delta c_{xp}^{Cxp}) + c_{xi1}(1 + \Delta c_{xi}^{Cxi}). \end{aligned} \quad (7)$$

Вираз (7) містить чотири невідомих компоненти  $\Delta c_{xf}^{Cxf}$ ,  $\Delta c_{xp}^{Cxp}$ ,  $\Delta c_{xi}^{Cxi}$ ,  $\Delta c_x^{Cx}$ , знаходження кожного з яких є складною задачею, що виходить за рамки даного дослідження. Однак для успішного розв'язання поставленої задачі не потрібно знати зміну кожного зі складових коефіцієнта лобового опору, цілком достатньо знати зміну суми цих складових. Ця обставина дає можливість не брати до уваги внесок кожного окремого складового в зміну коефіцієнта лобового опору, а враховувати тільки їхній результуючий вплив.

Якщо припустити, що всі складові коефіцієнта лобового опору зазнають пропорційну зміну, тобто  $\Delta c_{xf}^{Cxf} = \Delta c_{xp}^{Cxp} = \Delta c_{xi}^{Cxi} = \Delta c_x^{Cx}$ , то вираз (7) можна перетворити до вигляду

$$c_{x2} = (1 + \Delta c_x^{Cx})(c_{xf1} + c_{xp1} + c_{xi1}) = (1 + \Delta c_x^{Cx})c_{x1},$$

де  $\Delta c_x^{Cx}$  – деякий емпіричний коефіцієнт.

Таким чином, функціональна залежність зміни коефіцієнта лобового опору літака внаслідок процесу аеродинамічного старіння має вигляд, аналогічний вигляду залежностей, відповідно до яких відбувається зміна всіх складових коефіцієнта лобового опору:

$$c_{x2} = c_{x1} + \Delta c_x^{Cx} c_{x1} = c_{x1}(1 + \Delta c_x^{Cx}), \quad (8)$$

де  $\Delta c_x^{Cx}$  – зміна коефіцієнта лобового опору внаслідок процесу аеродинамічного старіння;  $c_{x1}$  – типовий коефіцієнт лобового опору при даному куті атаки.

На рис. 2, на прикладі типової і фактичної залежностей  $c_x = f(\alpha)$  зображена тенденція зміни коефіцієнта лобового опору літака в процесі тривалої експлуатації.

Формули (3), (8) дозволяють визначити зміну коефіцієнтів  $c_x$  і  $c_y$  у процесі тривалої експлуатації літака. Для знаходження оцінок параметрів  $\Delta c_x^{Cx}$  і  $\Delta c_y^{Cy}$  застосовано метод найменших квадратів, заснований на мінімізації суми зважених квадратів різниць між експериментальними і розрахунковими значеннями коефіцієнтів  $c_x$  і  $c_y$  [5]:

$$\min S = \min \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{\sigma_{Cy}^2} (c_{yi}^r - c_{yi}^p)^2 + \frac{1}{\sigma_{Cx}^2} (c_{xi}^r - c_{xi}^p)^2 \right],$$

де  $N$  – кількість вимірів;  $\sigma_{Cy}^2$ ,  $\sigma_{Cx}^2$  – відповідно середньоквадратичні помилки;  $c_{yi}^r$ ,  $c_{xi}^r$  – результати непрямих вимірів  $c_y$  і  $c_x$  відповідно;  $c_{yi}^p$ ,  $c_{xi}^p$  – значення  $c_y$  і  $c_x$ , обчислені відповідно до математичної моделі.

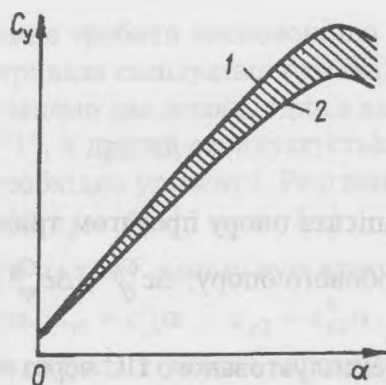


Рис. 1. Зміна коефіцієнта піднімальної сили в процесі тривалої експлуатації літака (заштрихована область):  
1 – типова залежність  $c_y = f(\alpha)$ ; 2 – фактична залежність  $c_y = f(\alpha)$

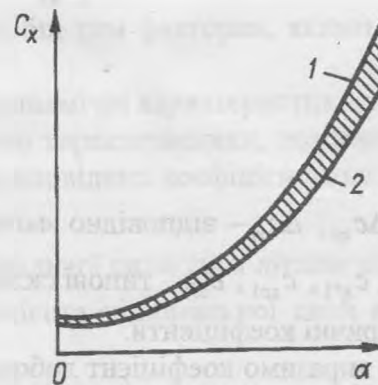


Рис. 2. Зміна коефіцієнта лобового опору в процесі тривалої експлуатації літака (заштрихована область):  
1 – фактична залежність  $c_x = f(\alpha)$ ; 2 – типова залежність  $c_x = f(\alpha)$

Для пошуку мінімуму функції відгуку  $S = f(\Delta c_x^{Cx}, \Delta c_y^{Cy})$  застосовано метод Бокса-Уілсона [6], за допомогою якого визначаються значення параметрів  $\Delta c_x^{Cx}$  і  $\Delta c_y^{Cy}$ , при яких дана функція досягає свого мінімуму.

Адекватність запропонованої математичної моделі була підтверджена за допомогою  $F$ -критерію [5] для довірчої імовірності 0,95 для серії з чотирьох рівнобіжних спостережень. Відтворюваність результатів була підтверджена за допомогою  $G$ -критерію [7] для того ж рівня довірчої імовірності.

Запропонована математична модель процесу зміни аеродинамічних характеристик літака протягом тривалої експлуатації дозволяє відновлювати поляри літака  $c_y = f(c_x)$  і залежності  $c_y = f(\alpha)$  за даними непрямих вимірів коефіцієнтів піднімальної сили і лобового опору. Це дає можливість уточнити всі основні експлуатаційні обмеження конкретного екземпляра ПС і зробити висновок про ступінь його відповідності вимогам норм льотної придатності.

#### Список літератури

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – 4-е изд. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
2. *Самолёт Ан-24.* Техническое описание. Кн. 1. – М.: Машиностроение, 1969.
3. *Щербак Я.С., Опара А.С.* Аэродинамика и динамика полёта. – Л.: ОЛАГА, 1971. – 373 с.
4. *Мхитарян А.М.* Аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1970. – 427 с.
5. *Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов* / К. Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер и др. – М.: Мир, 1977. – 365 с.
6. *Асатурян В.Н.* Теория планирования экспериментов. – М.: Радио и связь, 1983. – 247 с.
7. *Сиденко В.М., Грушко И.М.* Основы научных исследований. – Харьков: Вища шк., 1977. – 200 с.

Стаття надійшла до редакції 06.07.01.