З викладеного випливає, що функція $F(x)$ є неперервною, включаючи точки стику, має неперервну першу та другу похідні, якщо виконуються наступні умови: функції $f(x)$ та $\varphi(x)$ – симетричні, а на межах інтервалу визначеності (в точках $x = 0$ та $x = 2h$) функції дорівнюють нулю, як показано на рис. 1. При цьому необхідно також, щоб функції $f(x)$, $\varphi(x)$ були неперервними та інтегрованими на фрагментах.

З отриманого базисного сплайна шляхом його зміщення на відстань кратну довжині фрагмента будуємо систему базисних функцій, що є зручною моделлю для багатьох практичних задач обробки цифрових даних. Описаний підхід до синтезу сплайнових базисів дає можливість цілеспрямовано вибирати базиси, що найкраще підходять до характеру конкретних даних. Зручним критерієм відповідності є відповідність спектральних характеристик базисного сплайна та даних. Це більше обгрунтовано тим, що імпульсні характеристики нерекурсивних цифрових фільтрів відповідають встановленим вимогам і є хорошими претендентами на роль породжуючих функцій.

Список літератури

1. *Unser M.* Splines: a perfect fit for signal and image processing // IEEE Signal Processing Magazine. – Vol. 16, no. 6. – 1999. – P. 22 – 38.

2. *Побудова* квазіортогональних сплайнових базисів з неперервною першою похідною / А.Я. Білецький, І.В. Шелевицький, В.М. Шутко та ін.// Вісн. центрального наук. центру транспортної Акад. України. – Вип.2. – К., 1999. – С. 49-51.

2. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Основы математического анализа. Ч. 2. – М.:Наука, 1973. – 448 с.

Стаття надійшла до редакції 30.04.01.

УДК 656.7.052.002.5

Н.В. Ладогубець, О.М. Сігнаєвський

ПІДВИЩЕННЯ СТІЙКОСТІ АЛГОРИТМІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЗАСТОСУВАННЯМ ЗНАКОВИЗНАЧЕНИХ ФУНКЦІЙ ЛЯПУНОВА

Подано результати використання знаковизначених векторних функцій Ляпунова в задачах ідентифікації динамічних об'єктів. Розглянутий підхід дозволяє уникнути звуження областей стійкості натурної інформації, яка містить перешкоди в спостереженнях і в самому об'єкті й одержати рівномірно асимптотично стійкі алгоритми настроювання параметрів керованих динамічних систем.

Відомий метод векторних функцій Ляпунова в динаміці систем і теорії керування є точним і ефективним методом дослідження динамічних властивостей складних систем.

Теорія ідентифікації динамічних об'єктів значну увагу приділяє алгоритмам ідентифікації, які утворюються з достатніх умов стійкості із застосуванням напіввизначених функцій Ляпунова [1]. Але недоліком таких алгоритмів є звуження областей стійкості натурної інформації, які містять перешкоди в спостереженнях і в самому об'єкті. Крім того, ці алгоритми дуже чутливі до "модельної недостатності" обраного класу моделей.

Асимптотично стійкі алгоритми, отримані на підставі застосування знаковизначених функцій Ляпунова, які пропонується використовувати для задач ідентифікації, потребують знання спеціальним способом складеної матриці, елементи якої містять середні значення фазових координат і керуючих впливів.

Рух об'єкта описується системою диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad (1)$$

де $\mathbf{x}$ – вектор фазових змінних; $x \in R^n$; $\mathbf{A}$ та $\mathbf{B}$ – сталі матриці розмірів $(n \times n)$ і $(n \times s)$ відповідно; $\mathbf{u}$- вектор керуючих впливів.

Рівняння моделі обираємо у вигляді

$$\dot{x}_m = Ce + A_m x + B_m u, \qquad e = x_m - x, \tag{2}$$

де C - стала, дійсна, визначено негативна матриця:

$$C < 0. \tag{3}$$

Віднімаючи систему (1) з рівняння (2) і, вводячи позначення фазових і параметричних неузгодженостей

$$e = x_m - x, \quad \Phi = \mathrm{A_m} - A, \qquad \Psi = \mathrm{B_m} - B, \tag{4}$$

отримуємо диференціальне рівняння щодо вектора фазових неузгодженостей:

$$\dot{e} = Ce + \Phi x + \Psi u. \tag{5}$$

Щоб одержати диференціальні рівняння щодо параметричних неузгодженостей, розглянемо функцію Ляпунова:

$$V = e^T Pe + Sp\left(\Phi^T R^{-1}\Phi + \Psi^T N^{-1}\Psi\right), \tag{6}$$

де P,$Я$,№ - визначено позитивні дійсні симетричні матриці:

$$P^T = P > 0, \qquad \mathrm{R^T} = R > 0, \qquad \mathrm{N^T} = N > 0. \tag{7}$$

Обчислюючи похідну V, з урахуванням рівняння (5) отримуємо.

$$\dot{V} = \dot{e}^T Pe + e^T P\dot{e} + 2Sp\left(\Phi^T R^{-1}\dot{\Phi} + \Psi^T N^{-1}\dot{\Psi}\right) = \left(e^T C^T + x^T\Phi^T + u^T\Psi^T\right)Pe + \\ + e^T P\left(Ce + \Phi x + \Psi u\right) + 2Sp\left(\Phi^T R^{-1}\dot{\Phi} + \Psi^T N^{-1}\dot{\Psi}\right). \tag{8}$$

Враховуючи властивості $b^T a = Sp\left(ab^T\right),\ Sp(AB) = Sp(BA) = Sp\left(B^T A^T\right)$, запишемо вираз (8) у вигляді

$$\dot{V} = e^T\left(C^T P + PC\right)e + 2Sp\left[\Phi^T\left(R^{-1}\dot{\Phi} + Pex^T\right) + \Psi^T\left(N^{-1}\dot{\Psi} + Peu^T\right)\right].$$

Виберемо закон зміни параметричних неузгодженостей у вигляді:

$$\begin{cases} R^{-1}\dot{\Phi} + Pex^T = Q\Phi; \\ N^{-1}\dot{\Psi} + Peu^T = \Gamma\,\Psi. \end{cases} \tag{9}$$

Похідна функції Ляпунова набуде вигляду:

$$\dot{V} = e^T\left(C^T P + PC\right)e + 2Sp\left(\Phi^T Q\Phi + \Psi^T\Gamma\,\Psi\right). \tag{10}$$

За умов $\quad C^T P + PC < 0, \quad Q^{\mathrm{T}} = Q < 0, \quad \Gamma^{\mathrm{T}} = \Gamma < 0 \qquad (11)$

функція V є визначено негативною квадратичною формою. Отже, при виборі матриць С, Р, К, N. О і Г, які задовольняють умовам (3), (7) і (11), функції V і V вигляду (6) і (10) задовольняють всім умовам теореми Ляпунова щодо асимптотичної стійкості нульового розв’язку

$$e = 0, \quad \Phi = 0, \quad ¥ = 0$$

системи диференціальних рівнянь (5) і (9).

Враховуючи вирази (2), (4), (9), а також рівності

$$\dot{\Phi} = \dot{A}_m, \qquad \dot{\Psi} = \dot{B}_m,$$

отримуємо алгоритм параметричної ідентифікації у вигляді

$$\dot{x}_m = Ce + A_m x + B_m u\ ;\ \dot{A}_m = -RPex^T + RQA_m + RQA\ ;\ \dot{B}_m = -NPeu^T + N\,\Gamma\,B_m + N\,\Gamma\,B. \tag{12}$$

Алгоритм (12) задовольняє всім умовам асимптотичної стійкості і йому притаманний розв’язок $x_m(t), A_m(t), B_m(t)$, що задовольняє рівності

lim *„,(/)-> x ’ lim A, lim $Bm(t)$-^B.
/—>co /—»co /-»oo

Застосування алгоритму (12) можливе, якщо матриці А й В виключити з рівнянь, користуючись величинами виміру x і u

Друге й третє рівняння системи (12) запишемо у вигляді

$$(RQ)^{-1}\left(\dot{A}_m + RPex^T - RQA_m\right) = A; \quad (N\Gamma)^{-1}\left(\dot{B}_m + NPeu^T - N\Gamma\,B_m\right) = B. \tag{13}$$

Помножимо ліву і праву частини першого й другого рівнянь (13) на $\int\limits_{t_0}^{t} x(t)dt$ і $\int\limits_{t_0}^{t} u(t)dt$ відповідно і задамо отримані вирази:

$$(RQ)^{-1}\left(\dot{A}_m + RPex^T - RQA_m\right)\int\limits_{t_0}^{t} x(t)dt + (N\Gamma)^{-1}\left(\dot{B}_m + NPeu^T - N\Gamma B_m\right)\int\limits_{t_0}^{t} u(t)dt = \int\limits_{t_0}^{t} Ax(t)dt + \int\limits_{t_0}^{t} Bu(t)dt. \quad (14)$$

Враховуючи рівняння (1), що відповідає рівнянню

$$x(t) - x(t_0) = \int\limits_{t_0}^{t} Ax(t)dt + \int\limits_{t_0}^{t} Bu(t)dt,$$

запишемо вираз (14) у вигляді

$$(RQ)^{-1}\left(\dot{A}_m + RPex^T - RQA_m\right)\int\limits_{t_0}^{t} x(t)dt + (N\Gamma)^{-1}\left(\dot{B}_m + NPeu^T - N\Gamma B_m\right)\int\limits_{t_0}^{t} u(t)dt = x(t) - x(t_0). \quad (15)$$

Спираючись на векторне рівняння (15), можна отримати матричне рівняння для визначення $A_m(t)$ й $B_m(t)$.

Нехай вимір величин **x** і **u** здійснюється на відрізку часу **T**. Виділимо на інтервалі $[0, T]$ множину інтервалів $[t_{0j}, t_j]$ так, щоб виконувалася умова

$$t_j - t_{0j} \le T, \qquad \forall j \in N, \qquad N = n + s.$$

Рівняння (15) дає можливість отримати $n+s$ векторних рівнянь вигляду:

$$(RQ)^{-1}\left(\dot{A}_m + RPex^T - RQA_m\right)\int\limits_{t_{0j}}^{t_j} x(t)dt + (N\Gamma)^{-1}\left(\dot{B}_m + NPeu^T - N\Gamma B_m\right)\int\limits_{t_{0j}}^{t_j} u(t)dt = x(t_j) - x(t_{0j}), \quad (16)$$

$j = \overline{1, n+s}$.

Система векторних рівнянь (16) може бути подана в матричній формі вигляду:

$$LS = \Pi, \quad (17)$$

де

$$L = \left((RQ)^{-1}\left(\dot{A}_m + RPex^T - RQA_m\right) \vdots\ (N\Gamma)^{-1}\left(\dot{B}_m + NPeu^T - N\Gamma B_m\right)\right);$$

$$S = \begin{pmatrix} \int\limits_{t_{01}}^{t_1} x(t)dt & \int\limits_{t_{02}}^{t_2} x(t)dt & \dots & \int\limits_{t_{0,n+s}}^{t_{n+s}} x(t)dt \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \int\limits_{t_{01}}^{t_1} u(t)dt & \int\limits_{t_{02}}^{t_2} u(t)dt & & \int\limits_{t_{0,n+s}}^{t_{n+s}} u(t)dt \end{pmatrix},$$

$$\pi = \left(x(t_1) - x(t_{01}),\ x(t_2) - x(t_{02}) \dots x(t_{n+s}) - x(t_{0,n+s})\right).$$

За умови, що

$$\det \ne 0,$$

тобто матриця **S** неособлива, рівняння (17) можна розв'язати відносно **L**, тобто

$$L = \Pi S^{-1},$$

де

$$L = \begin{pmatrix} \ell_{11}\ell_{12}\dots\ell_{1n} & \ell_{1,n+1}\dots\ell_{1,n+s} \\ \ell_{21}\ell_{22}\dots\ell_{2n} & \ell_{2,n+1}\dots\ell_{2,n+s} \\ \dots & \dots \\ \ell_{n1}\ell_{n2}\dots\ell_{nn} & \ell_{n,n+1}\dots\ell_{n,n+s} \end{pmatrix};$$

$$\Pi=\begin{pmatrix} x_1(t_1)-x_1(t_{01}) & x_1(t_2)-x_1(t_{02}) & \dots & x_1(t_{n+s})-x_1(t_{0,n+s}) \\ x_2(t_1)-x_2(t_{01}) & x_2(t_2)-x_2(t_{02}) & \dots & x_2(t_{n+s})-x_2(t_{0,n+s}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n(t_1)-x_n(t_{01}) & x_n(t_2)-x_n(t_{02}) & \dots & x_1(t_{n+s})-x_1(t_{0,n+s}) \end{pmatrix};$$

$$S^{-1}=\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1,n+s} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2,n+s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n+s,1} & \sigma_{n+s,2} & \dots & \sigma_{n+m,n+s} \end{pmatrix}.$$

Матриці **L**, **П** мають розміри $n\times(n+s)$.

Обернена матриця S^{-1}, як і матриця S, має розмірність $(n+s)\times(n+s)$.

Матриця S має розміри $(n+s)\times(n+s)$.

Зауваження. Матриця **S** може бути складена із середніх значень $x_j(t)$ і $u_i(t)$ на відповідних відрізках часу, але тоді матриця **П** повинна складатися з елементів, які є відношенням різниць $x_j(t_k)-x_j(t_{0,k})$ до відрізків $t_k-t_{0,k}$.

Рівняння для визначення елементів матриць **A** та **B** записуємо у вигляді:

$$(A\vdots B)=\left(x(t_1)-x(t_0),\dots,x(t_{n+s})-x(t_{(n+s)-1})\right)\begin{pmatrix} \int_{t_0}^{t_1} xdt & \dots & \int_{t_{(n+s)-1}}^{t_{n+s}} xdt \\ \dots & \dots & \dots \\ \int_{t_0}^{t_1} udt & \dots & \int_{t_{(n+s)-1}}^{t_{n+s}} udt \end{pmatrix}^{-1}. \qquad (18)$$

Враховуючи можливість розбиття матриці на клітини й подання оберненої матриці в клітинному вигляді, записуємо окремо рівняння для визначення матриць **A** та **B**.

Дійсно, запишемо матрицю

$$S=\begin{pmatrix} \int_{t_0}^{t_1} xdt & \dots & \int_{t_{(n+s)-1}}^{t_{n+s}} xdt \\ \dots & \dots & \dots \\ \int_{t_0}^{t_1} udt & \dots & \int_{t_{(n+s)-1}}^{t_{n+s}} udt \end{pmatrix}$$

у вигляді

$$S=\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix},$$

де

$$S_{11}=\left(\int_{t_0}^{t_1} xdt,\dots,\int_{t_{n-1}}^{t_n} xdt\right);\quad S_{12}=\left(\int_{t_n}^{t_{n+1}} xdt,\dots,\int_{t_{[n+s]-1}}^{t_{(n+s)}} xdt\right);$$

$$S_{21}=\left(\int_{t_0}^{t_1} udt,\dots,\int_{t_{n-1}}^{t_n} udt\right);\quad S_{22}=\left(\int_{t_n}^{t_{n+1}} udt,\dots,\int_{t_{[n+s]-1}}^{t_{(n+s)}} udt\right),$$

Ця система векторно-матричних диференціальних рівнянь містить $n+n(n+s)$ рівнянь та $n+n^2+ns$ невідомих функцій $x_m(t)$; $A_n(t)$ і $B_m(t)$.

Алгоритм настроювання є рівномірно асимптотично стійким, якщо виконані умови (1), (3) та (11).

Список літератури

1. *Вектор-функции* Ляпунова и их построение: Сб. науч. тр. СО АН СССР. – Новосибирск: Наука, 1980. – 288 с.

Стаття надійшла до редакції 19.03.01.

УДК 681.513.061:658.012.122

Ю.М. Мінаєв, О.Ю. Філімонова, Бенамур Лієс, Р.А. Ярош

АЛГОРИТМИ ТА ПРОГРАМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ НЕЧІТКИХ АЛГЕБРИЧНИХ РІВНЯНЬ ТА ЇХ РЕАЛІЗАЦІЯ В СИСТЕМІ МОДЕЛЮВАННЯ MATLAB/SIMULINK

Розроблено алгоритм розв'язування нечіткої системи алгебричних рівнянь в нейромережному базисі на платформі MatLab/Simulink. Система нечітких рівнянь перетворюється в систему з (n×к) *чітких рівнянь, де к – кількість компонент для уявлення нечітких коефіцієнтів* ($\tilde{a}_{ij} \in \tilde{A}$) *та правих частин* ($\tilde{b}_i \in \tilde{b}$), i, j = n×n *(для чіткої системи). На α-рівні система має розмірність* n×n *і в загальному випадку стає несумісною (перевизначеною). Запропонований алгоритм дозволяє отримати наближений розв'язок систем рівнянь в нейромережному базисі незалежно від сумісності. Розв'язок загальної (несумісної системи) відшукується в області* $\{x^*, x^z\}$*. де* x^* *– дефадзифікований розв'язок системи, отриманий на α-рівнях;* x^z *– розв'язок загальної (несумісної) системи. Такий підхід дозволяє суттєво розширити клас розв'язуваних задач ідентифікації та прогнозування в умовах невизначеності.*

До розв'язування систем лінійних рівнянь (СЛР) зводяться різні задачі, що виникають при моделюванні поведінки об'єктів, проектуванні систем керування, економічному аналізі, прогнозуванні та ін. Для розв'язування СЛР можуть застосовуватися різні обчислювальні методи та прийоми залежно від характеристик конкретної системи. Ефективність використовуваного апарата значно впливає на процес опрацювання даних і продуктивність обчислювальних систем [1].

У ситуаціях, коли система рівнянь як результат експерименту є несумісною (недовизначеною, перевизначеною) або параметри моделі (коефіцієнти $\tilde{a}_{ij} \in \tilde{A}$, праві частини $\tilde{b}_i \in \tilde{b}$) визначені наближено (інтервально) або у вигляді нечітких чи змінних чисел, доцільно рекомендувати природну генерацію деякого методу, що дозволяє одержати достовірний результат, адекватний поставленій задачі як за точністю, так і за формою.

На сьогоднішній день відомі спроби модифікації традиційних методів лінійної алгебри стосовно сучасних прикладних обчислювальних задач [1].Так, для сумісних СЛР потрібен точний розв'язок, тоді як для несумісних систем, що не мають розв'язку, результатом може бути деякий вектор (наближений розв'язок), що дає мінімальну похибку і водночас має можливість