…ерним п'єзоелектричним сферичним приймачем діаметром d = 0,5 мм з резонансною частотою f_0 хвильових розмірів до 12.

Результати експериментальних досліджень подані на рис. 3 круглими точками. З графіків видно, що відповідність розрахункових та експериментальних результатів цілком задовільна.

Для контролю якості трубопроводів важливе значення має оцінка впливу дефектів у трубопроводі на його резонансні характеристики. Така оцінка проводилася експериментально, тому що теоретичне дослідження звукового поля трубопроводу з дефектом являє на сьогодні дуже складну і трудомістку задачу. Зовнішній та внутрішній дефект у трубопроводі (див. рис. 2) утворювався свердлінням 5..6 тонких циліндричних каналів глибиною 0,3 h та 0,4 h (h – товщина трубопроводу) та діаметром d = 1,5 мм.

Результати вимірювань звукового тиску із штучними дефектами наведені на рис. 3 у вигляді кілець (дефект глибиною 0,3 h) та хрестиків (дефект глибиною 0,4 h). При наявності дефекту тиск по осі трубопроводу падає у два-три рази. Зміна тиску практично не залежить від місцезнаходження дефекту.

Відмічена зміна частотних характеристик при наявності дефекту може бути покладена в основу оцінки технічного стану досліджених авіаційних трубопроводів.

Список літератури

1. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. – Л.: Судостроение, 1989. – 304 с.
2. *Новожилов В.В.* Теория тонких оболочек. – Л.: Судостроение, 1982. – 252 с.
3. *Baltrukonis I.Y., Gottenberg W.G. and Schreiner R.N.* Axcial-sheer vibrations of aninfinitely. Composite circular cylinder // Journ. Acoust. Soc. Am. – 1987. – № 45 – P. 1447–1457.
4. *Shkvarnytskaya T.Yu.* Aircraft pipeline quality control in a commercial medium// Journ.Acoust. Soc.Am. – 1997. – Vol. 102. – №5. – Pt. 2. – 1997. – P. 3131.

Стаття надійшла до редакції 10.04.01.

УДК 514.75

М.Ф. Гребенюк

КРИВІ, ЩО НАЛЕЖАТЬ ТРИСКЛАДОВОМУ РОЗПОДІЛУ АФІННОГО ПРОСТОРУ

Розглянуто диференціальну геометрію афінного простору і трискладові розподіли багатовимірного афінного простору.

Під час розгляду рівнянь кривих, що можуть описувати центр трискладового розподілу, використовували результати, отримані в роботі [1]. З усієї сукупності рівнянь кривих, що описують центр трискладового розподілу $H(M(\Lambda))$, виділяються підкласи кривих, які належать базисному Λ-розподілу, що оснащує М-розподіл, полю площин Π_{n-m} і полю площин Π_{m-r}.

Завдання $H(M(\Lambda))$ розподілу багатовимірного афінного простору A_{n+1} віднесемо до рухливого репера $R = \{M, \bar{e}_I\}$, де

$$dM = \omega^I \bar{e}_I;$$
$$d\bar{e}_I = \omega_I^K \bar{e}_K;$$
$$d\omega^I = \omega^K \wedge \omega_K^I;$$
$$d\omega_I^K = \omega_I^J \wedge \omega_J^K.$$

Умова $\omega^J = 0$ веде до нерухомості точки М.

Якщо сумістити поточну точку простору A_{n+1} з точкою репера M, одержимо репер R.

Нехай r-мірна площина Π_2 була визначена у вигляді

$$\Pi_r = \left[M, \vec{L}_p\right],$$

де $\vec{L}_p = \vec{e}_p + \Lambda_p^{\hat{u}} \vec{e}_{\hat{u}}$.

У репері $\tilde{R}$ структурні форми різноманіття r-мірних площин Π_r мають вигляд:

$$\Delta\Lambda_p^{\hat{u}} = \nabla\Lambda_p^{\hat{u}} - \Lambda_q^{\hat{u}} \Lambda_p^{\hat{v}} \omega_{\hat{v}}^q + \omega_p^{\hat{u}},$$

де $\nabla\Lambda_p^{\hat{u}} = d\Lambda_p^{\hat{u}} + \Lambda_p^{\hat{v}} \omega_{\hat{v}}^{\hat{u}} - \Lambda_q^{\hat{u}} \omega_p^q$.

Умова стаціонарної площини Π_r визначається рівністю:

$$\Lambda_p^{\hat{u}} = 0.$$

Аналогічно m-мірна площина Π_m задана в такий спосіб:

$$\Pi_m = \left[M, \vec{M}_a\right],$$

де $\vec{M}_a = \vec{e}_a + M_a^{\hat{\alpha}} \vec{e}_{\hat{\alpha}}$.

У репері $\tilde{R}$ структурні форми різноманіття m-мірних площин Π_m мають вигляд:

$$\Delta M_a^{\hat{\alpha}} = \nabla M_a^{\hat{\alpha}} - M_b^{\hat{\alpha}} M_a^{\hat{\beta}} \omega_{\hat{\beta}}^b + \omega_a^{\hat{\alpha}},$$

де $\nabla M_a^{\hat{\alpha}} = dM_a^{\hat{\alpha}} - M_a^{\hat{\beta}} \omega_{\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}} - M_b^{\hat{\alpha}} \omega_a^b$.

Структурні форми різноманіття гіперплощин $\Pi_n = \left[M, \vec{T}_\sigma\right]$, де

$$\vec{T}_\sigma = \vec{e}_\sigma + H_\sigma^{n+1} \vec{e}_{n+1},$$

запишуться в репері $\tilde{R}$ в такий спосіб:

$$\Delta H_\sigma^{n+1} = \nabla H_\sigma^{n+1} - H_\sigma^{n+1} H_\tau^{n+1} \omega_{n+1}^\tau + \omega_\sigma^{n+1} + H_\sigma^{n+1} \omega_{n+1}^{n+1},$$

де $\nabla H_\sigma^{n+1} = dH_\sigma^{n+1} - H_\tau^{n+1} \omega_\sigma^\tau$.

Розглянемо диференціальні рівняння

$$\begin{aligned} \Delta\Lambda_p^{\hat{u}} &= \Lambda_{pK}^{\hat{u}} \omega^K; \\ \Delta M_a^{\hat{\alpha}} &= M_{aK}^{\hat{\alpha}} \omega^K; \\ \Delta H_\sigma^{n+1} &= H_{\sigma K}^{n+1} \omega^K, \end{aligned} \tag{1}$$

які визначають площини Π_r, Π_m, Π_n в кожній точці M (центра розподілу).

Нехай $M \in \Pi_r \subset \Pi_m \subset \Pi_n$.

Трійку розподілів (1) (Λ-розподіл, M-розподіл, H-розподіл) з відношенням інцидентності

$$M \in \Pi_r \subset \Pi_m \subset \Pi_n \tag{2}$$

їхніх відповідних елементів назвемо афінним трискладовим гіперсмуговим розподілом рангу r або $H(M(\Lambda))$-розподілом афінного простору A_{n+1}, у якому Λ-розподіл назвемо базисним, а M-розподіл і H-розподіл – розподілами, що оснащують.

Вимога (2) рівносильна співвідношенням:

$$\vec{L}_p = y_p^a \vec{M}_a,$$

$$\vec{M}_a = z_a^\sigma \vec{T}_\sigma,$$

які призводять до зв'язків:

$$y^q_p = \delta^q_p; \quad \Lambda^i_p = y^i_p; \quad \Lambda^{\hat{\alpha}}_p = M^{\hat{\alpha}}_p + \Lambda^i_p M^{\hat{\alpha}}_i; \qquad (3)$$
$$z^b_a = \delta^b_a; \quad M^\alpha_a = z^\alpha_a; \quad M^{n+1}_a = H^{n+1}_a + M^\alpha_a H^{n+1}_\alpha.$$

Диференціюючи рівності (3) з урахуванням диференціальних рівнянь (1), одержимо:

$$\Lambda^{\hat{\alpha}}_{pK} = M^{\hat{\alpha}}_{pK} + \Lambda^i_{pK} M^{\hat{\alpha}}_i + \Lambda^i_p M^{\hat{\alpha}}_{iK}, \qquad (4)$$
$$M^{n+1}_{aK} = H^{n+1}_{aK} + M^\alpha_{aK} H^{n+1}_\alpha + M^\alpha_a H^{n+1}_{\alpha K}.$$

Зробимо наступну канонізацію репера $\bar{R}$: вектори $\bar{e}_p$ помістимо в площину Π_r, вектори $\bar{e}_i$ – в площину Π_m, а вектори $\bar{e}_\sigma$ – в площину Π_n. Такий репер назвемо репером нульового порядку R^0. З його визначення випливають такі рівності:

$$\Lambda^{\hat{u}}_p = 0; \; M^{\hat{\alpha}}_a = 0; \; H^{n+1}_\sigma = 0. \qquad (5)$$

Згідно з рівняннями (5) канонізовані структурні форми мають вигляд:

$$\Delta\Lambda^{\hat{u}}_p = \omega^{\hat{u}}_p; \; \Delta M^{\hat{\alpha}}_a = \omega^{\hat{\alpha}}_a; \; \Delta H^{n+1}_\sigma = \omega^{n+1}_\sigma,$$

а співвідношення (4) видозмінюються в такий спосіб:

$$\Lambda^{\hat{\alpha}}_{pK} = M^{\hat{\alpha}}_{pK}; \; M^{n+1}_{aK} = H^{n+1}_{aK},$$

де, зокрема,

$$H^{n+1}_{pK} = M^{n+1}_{pK} = \Lambda^{n+1}_{pK}.$$

У репері R^0 система (1) має вигляд:

$$\omega^{\hat{u}}_p = \Lambda^{\hat{u}}_{pK}\omega^K;$$
$$\omega^{\hat{\alpha}}_i = M^{\hat{\alpha}}_{iK}\omega^K; \qquad (6)$$
$$\omega^{n+1}_\alpha = H^{n+1}_{\alpha K}\omega^K.$$

Диференціюючи співвідношення (6), одержимо такий результат:

$$\Delta\Lambda^{\hat{u}}_{pK} = \Lambda^{\hat{u}}_{pKI}\omega^I;$$
$$\Delta M^{\hat{\alpha}}_{iK} = M^{\hat{\alpha}}_{iKI}\omega^I;$$
$$\Delta H^{n+1}_{\alpha K} = H^{n+1}_{\alpha KI}\omega^I,$$

де

$$\Delta\Lambda^i_{pK} = \nabla\Lambda^i_{pK} + \Lambda^{\hat{\alpha}}_{pK}\omega^i_{\hat{\alpha}},$$
$$\Delta\Lambda^\alpha_{pK} = \nabla\Lambda^\alpha_{pK} + \Lambda^{n+1}_{pK}\omega^\alpha_{n+1};$$
$$\Delta\Lambda^{n+1}_{pK} = \nabla\Lambda^{n+1}_{pK} + \Lambda^{n+1}_{pK}\omega^{n+1}_{n+1};$$
$$\Delta M^\alpha_{iK} = \nabla M^\alpha_{iK} + M^{n+1}_{iK}\omega^\alpha_{n+1} - \Lambda^\alpha_{pK}\omega^P_i;$$
$$\Delta M^{n+1}_{iK} = \nabla M^{n+1}_{iK} + M^{n+1}_{iK}\omega^{n+1}_{n+1} - \Lambda^{n+1}_{pK}\omega^P_i;$$
$$\Delta H^{n+1}_{\alpha K} = \nabla H^{n+1}_{\alpha K} + H^{n+1}_{\alpha K}\omega^{n+1}_{n+1} - \Lambda^{n+1}_{pK}\omega^P_\alpha - M^{n+1}_{iK}\omega^i_\alpha.$$

Величини Λ^{n+1}_{pq} утворять тензор.

Аналізуючи диференціальні рівняння

$$\nabla M^{n+1}_{iq} - \Lambda^{n+1}_{iP}\omega^P_i + M^{n+1}_{iq}\omega^{n+1}_{n+1} = M^{n+1}_{iqJ}\omega^J;$$
$$\nabla H^{n+1}_{\alpha q} - \Lambda^{n+1}_{pq}\omega^P_\alpha - M^{n+1}_{iq}\omega^i_\alpha + H^{n+1}_{\alpha q}\omega^{n+1}_{n+1} = H^{n+1}_{\alpha qK}\omega^K,$$

дійдемо висновку про те, що для розподілу $H(M(\Lambda))$ відповідно до леми Н.М. Остіана можлива часткова канонізація репера нульового порядку R^0, при якій $M^{n+1}_{iq} = 0, H^{n+1}_{\alpha q} = 0$. Отриманий репер назвемо репером першого порядку R^1.

В обраному репері R^1 різноманіття $H(M(\Lambda))$ задається системою диференціальних рівнянь:

$$
\begin{aligned}
&\omega^{\hat{u}}_p = \Lambda^{\hat{u}}_{pK}\,\omega^K; \quad \omega^{n+1}_i = M^{n+1}_{i\hat{u}}\,\omega^{\hat{u}};\\
&\omega^\alpha_i = M^\alpha_{iK}\,\omega^K; \quad \omega^{n+1}_\alpha = H^{n+1}_{\alpha\hat{u}}\,\omega^{\hat{u}};\\
&\omega^p_u = A^p_{uK}\,\omega^K.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Продовжуючи диференціальні рівняння (7), одержимо

$$
\begin{aligned}
&\nabla\Lambda^i_{pq} + \Lambda^{\hat{\alpha}}_{pq}\omega^i_{\hat{\alpha}} = \Lambda^i_{pqK}\omega^K; \qquad \nabla\Lambda^\alpha_{pq} + \Lambda_{pq}\omega^\alpha_{n+1} = \Lambda^\alpha_{pqK}\omega^K;\\
&\nabla\Lambda^i_{p\alpha} - \Lambda^i_{pj}\omega^j_\alpha + \Lambda^{\hat{\beta}}_{p\alpha}\omega^i_{\hat{\beta}} = \Lambda^i_{p\alpha K}\omega^K; \qquad \nabla\Lambda^\alpha_{pj} + \Lambda_{pj}\omega^\alpha_{n+1} = \Lambda^\alpha_{pjK}\omega^K;\\
&\nabla\Lambda^i_{pj} + \Lambda^{\hat{\alpha}}_{pj}\omega^i_{\hat{\alpha}} = \Lambda^i_{pjK}\omega^K; \qquad \nabla\Lambda^\alpha_{p\beta} - \Lambda^\alpha_{pi}\omega^i_\beta + \Lambda_{p\beta}\omega^\alpha_{n+1} = \Lambda^\alpha_{p\beta K}\omega^K;\\
&\nabla\Lambda^i_{pn+1} - \Lambda^i_{pn+1}\omega^{n+1}_{n+1} - \Lambda^i_{p\sigma}\omega^\sigma_{n+1} + \Lambda^{\hat{\alpha}}_{pn+1}\omega^i_{\hat{\alpha}} = \\
&= \Lambda^i_{pn+1K}\omega^K; \qquad \nabla\Lambda^\alpha_{pn+1} - \Lambda^\alpha_{pn+1}\omega^{n+1}_{n+1} - \Lambda^\alpha_{p\sigma}\omega^\sigma_{n+1} + \Lambda_{pn+1}\omega^\alpha_{n+1} = \Lambda^\alpha_{pn+1K}\omega^K;\\
&\nabla\Lambda_{pq} + \Lambda_{pq}\omega^{n+1}_{n+1} = \Lambda_{pqK}\omega^K; \qquad \nabla M^\alpha_{iq} = M^\alpha_{iqK}\omega^K;\\
&\nabla\Lambda_{p\alpha} + \Lambda_{p\alpha}\omega^{n+1}_{n+1} - \Lambda_{pj}\omega^j_\alpha = \Lambda_{p\alpha\alpha K}\,\omega^K; \qquad \nabla M^\alpha_{ij} + M_{ij}\omega^\alpha_{n+1} = M^\alpha_{ijK}\omega^K;\\
&\nabla\Lambda_{pn+1} - \Lambda_{p\sigma}\omega^\sigma_{n+1} = \Lambda_{pn+1K}\omega^K; \qquad \nabla M^\alpha_{i\beta} - M^\alpha_{ij}\omega^j_\beta + M_{i\beta}\omega^\alpha_{n+1} = M^\alpha_{i\beta\beta}\,\omega^K;\\
&\nabla\Lambda_{pi} + \Lambda_{pi}\omega^{n+1}_{n+1} = \Lambda_{piK}\omega^K; \qquad \nabla M^\alpha_{in+1} - M^\alpha_{in+1}\omega^{n+1}_{n+1} - M^\alpha_{i\sigma}\omega^\sigma_{n+1} + M_{in+1}\omega^\alpha_{n+1} = M^\alpha_{in+1K}\omega^K,\\
&\nabla M_{ij} + M_{ij}\omega^{n+1}_{n+1} = M_{ijK}\omega^K; \qquad \nabla H_{\alpha j} + H_{\alpha j}\omega^{n+1}_{n+1} - M_{ij}\omega^i_\alpha = H_{\alpha jK}\omega^K;\\
&\nabla M_{i\alpha} + M_{i\alpha}\omega^{n+1}_{n+1} - M_{ij}\omega^j_\alpha = M_{i\alpha\alpha K}\,\omega^K; \qquad \nabla H_{\alpha\beta} + H_{\alpha\beta}\omega^{n+1}_{n+1} - H_{\alpha i}\omega^i_\beta - M_{i\beta}\omega^i_\alpha = H_{\alpha\beta K}\omega^K;\\
&\nabla M_{in+1} - M_{iu}\omega^u_{n+1} = M_{in+1K}\omega^K; \qquad \nabla H_{\alpha n+1} - H_{\alpha u}\omega^u_{n+1} - M_{in+1}\omega^i_\alpha = H_{\alpha n+1K}\omega^K;\\
&\nabla A^p_{\alpha q} - A^p_{iq}\omega^i_\alpha = A^p_{\alpha qK}\omega^K; \qquad \nabla A^p_{iq} = A^p_{iqK}\omega^K;\\
&\nabla A^p_{\alpha j} - A^p_{ij}\omega^i_\alpha + H_{\alpha j}\omega^p_{n+1} = A^p_{\alpha jK}\omega^K; \qquad \nabla A^p_{ij} + M_{ij}\omega^p_{n+1} = A^p_{ijK}\omega^K;\\
&\nabla A^p_{\alpha\beta} - A^p_{\alpha\beta}\omega^i_\alpha + H_{\alpha\beta}\omega^p_{n+1} - A^p_{\alpha j}\omega^j_\beta = A^p_{\alpha\beta K}\omega^K; \qquad \nabla A^p_{i\alpha} + M_{i\alpha}\omega^p_{n+1} - A^p_{ij}\omega^j_\alpha = A^p_{i\alpha\alpha}\,\omega^K;\\
&\nabla A^p_{\alpha n+1} - A^p_{\alpha n+1}\omega^{n+1}_{n+1} - A^p_{in+1}\omega^i_\alpha + H_{\alpha n+1}\omega^p_{n+1} - \\
&\qquad - A^p_{\alpha\sigma}\omega^\sigma_{n+1} = A^p_{\alpha n+1K}\omega^K; \qquad \nabla A^p_{in+1} + M_{in+1}\omega^p_{n+1} - A^p_{iK}\omega^K_{n+1} = A^p_{in+1K}\omega^K.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Система (8) являє собою систему диференціальних рівнянь фундаментального об'єкта другого порядку. З системи (8) випливає, що компоненти $\Lambda_{pq}, \Lambda_{pi}, M_{ij}, M^\alpha_{iq}, A^p_{iq}$ утворять самостійні об'єкти, що називаються фундаментальними підоб'єктами об'єкта другого порядку розподілу $H(M(\Lambda))$. У загальному випадку ці об'єкти несиметричні.

Розглянемо криві у вихідному афінному просторі A_{n+1}, які може описувати центр М розподілу $H(M(\Lambda))$. Рівняння кривих, що належать $H(M(\Lambda))$-розподілу, мають вигляд:

$$\omega^J = \mu^J \Theta , \tag{9}$$

де Θ – параметрична форма, причому $D\Theta = \Theta \wedge \Theta^0$.

Продовження системи (9) призводить до диференціальних рівнянь:

$$d\mu^I + \mu^K \omega_K^I - \mu^I \Theta^0 = \mu_1^I \Theta. \tag{10}$$

Більш докладно диференціальні рівняння (10) записують в такий спосіб:

$$d\mu^P + \mu^q \omega_q^P + \mu^{n+1} \omega_{n+1}^P - \mu^P \Theta^0 = \widetilde{\mu}_1^P \Theta;$$

$$d\mu^i + \mu^j \omega_j^i + \mu^{n+1} \omega_{n+1}^i - \mu^i \Theta^0 = \widetilde{\mu}_1^i \Theta;$$

$$d\mu^\alpha + \mu^\beta \omega_\beta^\alpha + \mu^{n+1} \omega_{n+1}^\alpha - \mu^\alpha \Theta^0 = \widetilde{\mu}_1^\alpha \Theta;$$

$$d\mu^{n+1} + \mu^{n+1} \omega_{n+1}^{n+1} - \mu^{n+1} \Theta^0 = \widetilde{\mu}_1^{n+1} \Theta.$$

З цих рівнянь випливає, що величини

$$\begin{cases} \dot{\mu}^P = \mu^P - \nu^P \mu^{n+1}, \; d\dot{\mu}^P + \dot{\mu}^q \omega_q^P - \dot{\mu}^P \Theta^0 = \dot{\mu}_1^P \Theta; \\ \dot{\mu}^\alpha = \mu^\alpha - \nu^\alpha \mu^{n+1}, \; d\dot{\mu}^\alpha + \dot{\mu}^\beta \omega_\beta^\alpha - \dot{\mu}^\alpha \Theta^0 = \dot{\mu}_1^\alpha \Theta; \\ \dot{\mu}^i = \mu^i - \nu^i \mu^{n+1}, \; d\dot{\mu}^i + \dot{\mu}^j \omega_j^i - \dot{\mu}^i \Theta^0 = \dot{\mu}_1^i \Theta, \end{cases}$$

де $\nu^\sigma = \{\nu^P, \nu^i, \nu^\alpha$ задовольняють диференціальним рівнянням

$$\nabla \nu^P + \omega_{n+1}^P - \nu^P \omega_{n+1}^{n+1} = \nu_K^P \omega^K;$$

$$\nabla \nu^i + \nu^\alpha \omega_\alpha^i + \omega_{n+1}^i - \nu^i \omega_{n+1}^{n+1} = \nu_K^i \omega^K;$$

$$\nabla \nu^\alpha + \omega_{n+1}^\alpha - \nu^\alpha \omega_{n+1}^{n+1} = \nu_K^\alpha \omega^K$$

і утворять самостійні тензори. Рівність нулю цих об'єктів є інваріантною ознакою, що виділяє з усієї сукупності кривих (8) підкласи кривих.

Розглянемо геометричну характеристику деяких підкласів.

А. Серед кривих, що проходять через центр М $H(M(\Lambda))$-розподілу, можна виділити клас кривих, що належать полю r-мірних площин $\Pi_r(M)$. Нехай $\mu^{n+1} = 0$, $\dot{\mu}^i = \dot{\mu}^\alpha = 0$. Тоді рівняння (8) будуть мати вигляд:

$$\omega^P = \mu^P \Theta, \quad \omega^{\hat{u}} = 0, \quad d\mu^P + \mu^q \omega_q^P - \mu^P \Theta^0 = \widetilde{\mu}_1^P \Theta .$$

Отже,

$$d\vec{M} = \mu^P \Theta \vec{e}_P ,$$

тобто дотична до кривої, яка описана точкою М, у кожній точці лежить у відповідній r-мірній площині $\Pi_r(M)$. Назвемо цю криву кривою, що належить базисному Λ-розподілу.

Б. Серед кривих, що проходять через центр М $H(M(\Lambda))$-розподілу, можна виділити клас кривих, що належать полю m-мірних площин $\Pi_m(M)$. Нехай $\mu^{n+1} = 0$, $\dot{\mu}^\alpha = 0$. Тоді рівняння (8) набудуть вигляду:

$$\omega^P = \mu^P \Theta, \quad \omega^i = \mu^i \Theta, \quad \omega^\alpha = 0, \quad \omega^{n+1} = 0;$$

$$d\mu^P + \mu^q \omega_q^P - \mu^P \Theta^0 = \widetilde{\mu}_1^P \Theta, \quad d\mu^i + \mu^j \omega_j^i - \mu^i \Theta^0 = \widetilde{\mu}_1^i \Theta.$$

Отже,

$$d\vec{M} = \omega^P \vec{e}_P + \omega^i \vec{e}_i = \mu^P \Theta \vec{e}_P + \mu^i \Theta \vec{e}_i ,$$

тобто дотична до кривої, яка описана точкою М, у кожній точці лежить у відповідній m-мірній площині $\Pi_m(M)$. Назвемо цю криву кривою, яка належить М-розподілу, що оснащує.

В. Усяка (n-m)-мірна площина Π_{n-m}, що лежить у гіперплощині Π_n і перетинає М-площину лише в точці М, визначається об'єктом $\{\nu^a_\alpha\}$, компоненти якого (за умови, що $H(M(\Lambda))$-розподіл віднесений до репера R^0) задовольняють диференціальним рівнянням:

$$\nabla\nu^a_\alpha + \omega^a_\alpha = \nu^a_{\alpha K}\omega^K.$$

Якщо на $H(M(\Lambda))$-розподілі задане поле площин Π_{n-m}, то ми можемо виділити клас кривих, що належать розподілу площин Π_{n-m}. Інваріантні умови такого виділення мають вигляд:

$$\mu^{n+1} = 0, \quad \overline{\mu}^q \overset{def}{=} \mu^a - \nu^a_\alpha\mu^\alpha = 0,$$

причому

$$d\overline{\mu}^a + \overline{\mu}^b\omega^a_b - \overline{\mu}^a\Theta^0 = \overline{\mu}^a_1\Theta.$$

Диференціальні рівняння, що визначають криві, які належать полю площин Π_{n-m}, такі:

$$\omega^{n+1} = 0; \quad \omega^\alpha = \mu^\alpha\Theta; \quad \omega^a = \nu^a_\alpha\mu^\alpha\Theta.$$

Г. Усяка (m-r)-мірна площина Π_{m-r}, що лежить у М-площині і перетинає Λ-площину лише в точці М, визначається об'єктом $\{\nu^P_i\}$, компоненти якого (за умови, що $H(M(\Lambda))$-розподіл віднесений до репера R^0) задовольняють наступним диференціальним рівнянням вигляду:

$$\nabla\nu^P_i + \omega^P_i = \nu^P_{iK}\omega^K.$$

Якщо на $H(M(\Lambda))$-розподілі задане поле площин Π_{m-r}, то ми можемо виділити клас кривих, що належать розподілу площин Π_{m-r}. Інваріантні умови такого виділення мають вигляд:

$$\mu^{n+1} = 0; \quad \mu^\alpha = 0; \quad \overline{\mu}^P \overset{def}{=} \mu^P - \nu^P_i\mu^i = 0,$$

причому

$$d\overline{\mu}^P + \overline{\mu}^q\omega^P_q - \overline{\mu}^P\Theta^0 = \overline{\mu}^P_1\Theta.$$

Диференціальні рівняння кривих, що належать полю площин Π_{m-r}, такі:

$$\omega^{n+1} = 0; \quad \omega^\alpha = 0; \quad \omega^i = \mu^i\Theta; \quad \omega^P = \nu^P_i\mu^i\Theta.$$

При цьому дотична до кривої, яка описана точкою М, лежить у відповідній (m-r)-мірній площині Π_{m-r}.

Список літератури

1. *Гребенюк М.Ф.* Поля геометрических объектов трехсоставного распределения аффинного пространства A_{n+1} // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. тематический сб. науч. тр. – Калининград: Калинингр. ун-т, 1987. – Вып. 18. – С.21-24.

Стаття надійшла до редакції 10.04.01.

УДК 681.5.042:681.5.017:519.711.3(045)

Аль-Хедр Абдульрахман

СТРУКТУРНЫЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрены структурные модели двухполюсных и четырехполюсных компонент. Разработан алгоритм моделирования схемных функций электронной системы на основе метода структурного анализа с целью распараллеливания вычислительного процесса.

Для моделирования электронных систем, содержащих индуктивности и емкости, актуальным является применение неоднородного координатного базиса. В таком базисе можно сформировать математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений.

При формировании математической модели электронной системы по классическим законам и правилам электротехники используются элементарные двухполюсные компоненты, которые в теории структур отождествляют с понятием ветви $v_j \in V$ системы. Понятие полюса (вывода) отождествляется с узлом $x_i \in X$. Для разработки методики формирования математических моделей в соответствии с классическими методами теории электрических цепей рассмотрим формальное определение электронной системы и ее двухполюсной компоненты на основе теоретико-множественных понятий.

Построим декартово произведение $X_x = X \times X$ на множестве узлов X двухполюсной компоненты (рис. 1, *а*).

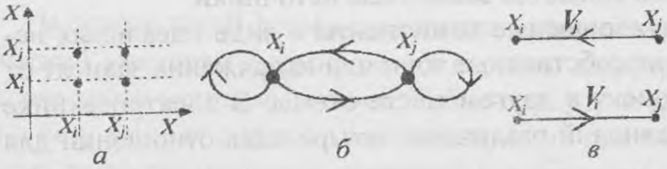

Рис. 1

Декартово произведение X_x представляет множество пар узлов $\{x_i, x_j\}$. Взаимно однозначное отображение множества X_x на множество ветвей V дает полную структуру (рис. 1, *б*), в которой каждой паре узлов соответствует только один элемент множества V. Для функционального отображения двухполюсной компоненты исключаем элементы $\{x_i , x_j \}$ декартова произведения, для которых $i = j$. В бинарном отношении $S \subset X_x \times V$ на множествах X_x и V фиксируются отношения S, для которых $S (x_i, x_j) = v_i \in V$. Это означает, что каждой паре узлов $\{x_i , x_j \}$ и $\{x_j , x_i \}$ как элементу декартова произведения ставится в соответствие только один элемент v_i, v_j из множества V (рис. 1, *в*). Направление двухполюсной компоненты отображается отношением порядка в паре узлов. Такое определение двухполюсной компоненты позволяет записать ее в виде функции $v_i = S (x_i, x_j)$, представляющей отношение S на множествах узлов и ветвей.

Функциональное отношение S является нечетким в том смысле, что фиксирует не все множество элементов декартова произведения X^*_x. В рассмотренном определении это множество X_x является базовым по отношению к некоторому подмножеству X^*_x. Для формирования подмножества X_x , элементам которого взаимно однозначно соответствуют ветви $v_i \in V$, вводится функция принадлежности

$$\mu_{X^*_x}(x_i, x_j) = \begin{cases} 1, \text{ если } (x_i, x_j) \leftrightarrow v_i \in V; \\ 0, \text{ если } (x_j, x_i) \text{ не соответствует } v_i \in V. \end{cases}$$

Далее необходимо зафиксировать отношение ветви с параметром $q_i \in Q$. Будем считать, что элемент $q_i \in Q$ формально определяет тип двухполюсной компоненты. Отображе-