

УДК 629.7.035.03–036.34

Л.Г. Волянська, канд. техн. наук

ДИНАМІКА ВТРАТИ ГАЗОДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ В ОСЬОВОМУ КОМПРЕСОРІ

Кафедра авіаційних двигунів, НАУ, e-mail: avsacoscsm@nau.edu.ua

Досліджено динаміку розвитку явищ зриву і помпажу в осьовому компресорі після втрати газодинамічної стійкості за допомогою математичної моделі Мура–Грейцера, яка враховує нелінійні особливості характеристик компресора і властивості приєднаної до нього мережі. Для визначення стабільності системи проведений біфуркаційний аналіз.

Вступ

Компресор призначений для підвищення тиску і проектується з умов сталого осесиметричного потоку.

Зменшення масової витрати повітря через компресор призведе до підвищення тиску за компресором і зміни характеристики компресора.

Якщо масова витрата повітря стає нижчою критичної, то потік повітря стає нестійким і виникають коливання, що класифікуються як обертовий зрив чи помпаж.

Це порушення стійкості осесиметричної течії може привести до порушення стійкої роботи компресора в цілому.

Порушення стійкості роботи компресора, пов'язане зі зривом потоку в ньому, – один з найнебезпечніших режимів роботи.

В експлуатації робота двигуна на режимах, за яких робоча точка розташована поблизу межі його газодинамічної стійкості, неприпустима.

Помпаж і зрив можна відрізнити за нестійкістю течії чи за повною масовою витратою. Помпаж призводить до осьового коливання повної масової витрати.

На відміну від поздовжніх коливань через помпаж у разі виникнення обертового зриву порушується осьова симетрія потоку.

Для обертового зриву характерно те, що витрата через проточну частину, просумована по всій площині, постійна у часі, ділянки зриву перерозподіляють витрату по кільцевій площині, тобто за наявності обертового зриву загальна масова витрата повітря (усереднене за часом його значення) залишається постійним, а локальна миттєва масова витрата змінюється у фіксованій точці спостереження під час проходження через неї обертових зон потоку.

У середині зривних зон осьова складова швидкості набагато менша, ніж у сталій течії, тоді як окружна її складова може бути великою. Можуть виникнути одна чи декілька зривних зон, до того ж зона може займати всю висоту кільцевого перерізу або лише його частину.

Аналіз досліджень і публікацій

Для визначення областей стійкої і нестійкої роботи з метою розробки рекомендацій із забезпечення стійкості необхідно визначити кількісні характеристики нестійких течій у компресорі.

Динаміка розвитку втрати статичної стійкості, помпажу, обертового зриву може бути проаналізована за допомогою математичної моделі, яка потребує великих обчислювальних ресурсів, тому були розроблені спрощені моделі, спрямовані на моделювання явищ сталої течії в окремих елементах двигуна.

Проблема помпажу й обертового зриву досліджувалася з використанням моделі Мура–Грейцера [1; 2], яка враховує нелінійні особливості характеристик компресора і властивості приєднаної до нього мережі. Модель дозволяє:

– пояснити явища, які відбуваються під час помпажу;

– знайти спосіб запобігання помпажу шляхом уведення системи регулювання зі зворотними зв'язками, які впливають на положення дроселя чи направляючого апарата;

– вказати причини розходжень у характері помпажних коливань;

– оцінити вплив різних факторів на область помпажних режимів.

Модель Мура–Грейцера (MG86) призвела до створення контролерів, які застосовують дросель як єдиний вхідний регулятор. Хоча це одновимірне регулювання впливає лише на осьовий компонент масової витрати, воно може використовуватися для запобігання помпажу і зниження ризику виникнення зриву потоку.

Математична модель

Нелінійний підхід ґрунтується на теорії біфуркації і дозволяє розробити закон керування (зі зворотним зв'язком) для запобігання помпажу і обертового зриву в осьовому компресорі. При розгляданні зриву і помпажу велике значення мають умови, за яких вони виникають. Відрив примежового шару є першопричиною зривної течії, що виникає [3].

У той самий час обертовий зрив це ще не втрата стійкості всієї течії в компресорі, а перехід системи до нового стійкого стану, що характеризується меншими значеннями запасу стійкості і схильністю до виникнення загального зриву потоку в компресорі (помпажу компресора).

Якщо робочому режиму компресора відповідає стійка стаціонарна течія, то важливого значення набуває аналіз поведінки компресора у випадках порушення стійкості цієї течії за можливих змін параметрів. Цей метод дозволяє розрізнити безпечні і небезпечні границі області стійкості. У першому випадку досить малі зміни призводять до малих відхилень нового режиму від режиму, який характеризується втратою стійкості. Найменше ж порушення небезпечної границі призводить до неконтрольованого зростання відхилень режиму від вихідного.

З'ясувати причини основних явищ, що спостерігаються під час помпажу, можна, розглядаючи систему, яка включає компресор з мережею, як розподілену систему (рис. 1).

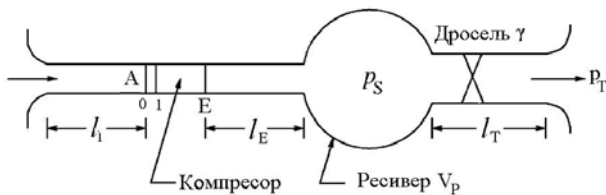


Рис. 1. Схема системи

У розглянуту систему входять компресор із приєднаними до нього трубопроводами, ресивер, дросель. Трубопроводи являють собою розподілені системи, а ресивер і дросель – зосереджені опори. Компресор змінюється еквівалентним активним опором, властивості якого визначаються характеристикою компресора. Для газотурбінного двигуна дроселюючим елементом є сопловий апарат першого ступеня турбіни, пропускна здатність якого залежить від величини площі критичного перерізу і термодинамічних параметрів газового потоку (температури і тиску газу перед турбіною). Для газотурбінного двигуна із нерегульованим сопловим апаратом пропускна здатність дроселюючого елемента системи залежить, таким чином, від термодинамічних параметрів потоку за компресором і фазовими співвідношеннями нестационарних процесів течії газу і тепловиділення в камері згоряння.

Модель MG86 являє собою систему трьох нелінійних диференціально-різницевих рівнянь першого порядку з трьома змінними (підвищенням тиску в компресорі, витратою повітря, амплітудою коливань обертового зриву) і двома параметрами (частотою обертання ротора компресора і площею прохідного перерізу дроселя).

Компресор має нелінійну статичну характеристику $\psi_c(\phi)$ – підвищення тиску (ψ) як функція масової витрати через компресор (ϕ). Зміна стану динамічної системи в часі описується диференціальними рівняннями, які визначають умови самозбудження коливань і умови статичної стійкості системи (під стійкістю системи розуміємо характер реакції динамічної системи на як зазвичай малі зміни її стану):

$$\dot{\phi} = -\psi + \psi_c(\phi) - 3\phi R; \quad (1)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{4B^2L}(\phi - \phi_T(\psi)); \quad (2)$$

$$\dot{R} = \sigma R(1 - \phi^2 - R), \quad (3)$$

де точка вказує на диференціювання за часом; ϕ – безрозмірний коефіцієнт масової витрати (відношення осьової складової швидкості потоку до швидкості обертання робочого колеса); ψ – безрозмірний параметр, що характеризує підвищення тиску в компресорі; R – квадрат амплітуди коливань обертового зриву ($R=0$ вказує на осесиметричну течію, $R>0$ – на присутність зривних зон); B – критерій, запропонований Грейцером [4], який враховує частоту обертання ротора компресора; L – довжина трубопроводу.

Передбачається, що компресор зі рівномірною у окружному напрямку течією має характеристику ψ_c у вигляді такої кубічної залежності:

$$\psi_c(\phi) = \psi_{c0} + 1 + \frac{3}{2}\phi - \frac{1}{2}\phi^3, \quad (4)$$

ψ_{c0} , σ – константи: $\psi_{c0} = 1,67$, $\sigma = 7$.

Характеристика мережі ϕ_T моделюється в такий спосіб:

$$\phi_T(\psi) = \sqrt{\gamma\psi} - 1, \quad (5)$$

де γ – параметр дроселювання, що характеризує пропускну здатність дроселюючого елемента системи.

Спочатку Мур і Грейцер вважали, що частота обертання ротора компресора постійна. Пізніше ними було встановлено, що малі значення параметра B ведуть до виникнення обертового зриву, у той час як великі значення призводять до виникнення помпажу. Малі і великі значення в даному випадку залежать від параметрів компресора [5]. Існує критичне значення параметра B . Якщо $B > B_{кр}$, виникає помпаж, якщо $B < B_{кр}$ – обертаючі зриви. Значення $B_{кр}$ для кожного компресора власне. Параметр B визначається з виразу

$$B = U/2L\omega_T,$$

де U – швидкість обертання робочого колеса; ω_T – частота власних коливань осцилятора Гельмгольца.

Оскільки параметр B пропорційний швидкості обертання, він є основним під час розробки контролера.

Параметр B дозволяє прогнозувати виникнення в двигуні помпажу чи обертового зриву, визначити час існування помпажу на різних ділянках, проникнути в суть розглянутих явищ.

Параметр B можна розглядати як відношення напірної здатності компресора до величини підвищення тиску, необхідної для порушення коливань у системі.

Величина B залежить від робочих характеристик і конструктивних параметрів компресора. Якщо величина параметра B мала, то це означає, що здатність компресора до підвищення тиску достатня лише для виникнення помпажу.

Стійкість системи

Кількість і значення коренів системи рівнянь (1)–(3) визначають кількість станів рівноваги. Стани рівноваги (особливі точки) моделі MG86 одержують, прирівнюючи до нуля похідні в рівняннях (1)–(3) і розв'язуючи отриману систему нелінійних алгебричних рівнянь.

Аналіз рівняння (3) показує, що можливі два розв'язки:

- осесиметрична рівновага при $R = 0$;
- асиметрична рівновага з обертовим зривом при $R = 1 - \phi^2$.

З рівняння (1) випливає, що для розв'язків, які визначають осесиметричну рівновагу, підвищення тиску ψ дорівнює величині ψ_c , яка визначається із кубічної характеристики компресора (4). Підвищення тиску $\psi_r(\phi)$ для стаціонарних асиметричних рівноваг, які називають характеристикою обертового зриву, записується у вигляді:

$$\psi_r = \psi_c(\phi) - 3\phi(1 - \phi^2) = \psi_{co} + 1 + \frac{3}{2}\phi + \frac{5}{2}\phi^3.$$

З рівняння (2) видно, що рівноважні розв'язки не залежать від B , але B впливає на їхню стійкість.

Для аналізу типу особливих точок (стійка чи хитка рівновага) звичайно використовують лінеаризацію рівнянь динаміки в особливій точці і розглядають поведінку лінеаризованої системи в малому наближенні до особливої точки.

У динамічній системі рівнянь (1)–(3) якісна картина фазового портрета визначається станами рівноваги й особливих траєкторій [3; 6; 7].

До особливих траєкторій відносяться стійкі і нестійкі межові цикли, що являють собою замкнуті траєкторії. Для їхнього визначення вводяться до розгляду одновимірні відображення деяких відрізків на самих себе і знаходять нерухомі точки таких відображень.

Особливі точки і цикли являють собою стаціонарні розв'язки. Якщо початкові умови збігаються з особливою точкою чи розташовані на межовому циклі, то система (теоретично) буде як загодно довго там залишатися. Так відбувається, коли за початкових умов з малої зони розв'язків система повертається до вихідного стаціонарного режиму. Тому фазовий портрет дає наочне уявлення про можливі стійкі стаціонарні розв'язки та область їхнього існування, якщо таких розв'язків декілька [7]. Проаналізуємо поведінку системи після втрати компресором газодинамічної стійкості. Припустимо, що компресор має незмінну характеристику і розглянемо вплив параметрів γ, γ_0 і B на поведінку динамічної системи біля точок (Ψ_e, ϕ_e) , що є коренями кубічного поліноміального рівняння

$$\Psi = \Psi_c(\phi) = \gamma_0 + \frac{1}{\gamma^2}\phi^2.$$

Уведемо нову змінну $x = \text{col}(\Psi - \Psi_e, \phi - \phi_e)$ і перепишемо систему рівнянь (1) – (3) у вигляді залежності

$$\dot{x} = Ax + F(x);$$

$$A = \begin{pmatrix} B\alpha_1 & -B \\ \frac{1}{B} & -\frac{1}{B\beta_1} \end{pmatrix};$$

$$F(x) = \begin{pmatrix} B\alpha_2 x_1^2 + B\alpha_3 x_1^3 \\ -\frac{\beta_2}{B} x_2^2 - \frac{\beta_3}{B} x_2^3 + \psi_{co} \end{pmatrix},$$

де α_1, β_1 – нахил характеристики компресора і дроселя відповідно, визначені для робочої точки:

$$\alpha_1 = \frac{3H}{2W} \left[1 - \left(\frac{\phi_e - \phi_0}{W} - 1 \right)^2 \right];$$

$$\alpha_2 = \frac{3H}{2W^2} \left(\frac{\phi_e - \phi_0}{W} \right); \quad \alpha_3 = -\frac{3H}{2W^3};$$

$$\beta_1 = \frac{2}{\gamma} (\Psi_e - \gamma_0)^{\frac{1}{2}};$$

$$\beta_2 = -\frac{\gamma}{8} (\Psi_e - \gamma_0)^{-\frac{3}{2}}; \quad \beta_3 = \frac{\gamma}{16} (\Psi_e - \gamma_0)^{-\frac{5}{2}}.$$

Поведінка системи поблизу особливої точки визначається характеристичними коренями. Фазовий портрет системи якісно змінюється щораз, коли дійсна частина характеристичного кореня набуває нульового значення. Прості обчислення показують, що під час перетинання лінії $\beta_1 = \alpha_1$ дійсна частина одного з характеристичних коренів набуває нульового значення, тобто відбувається зародження чи зникнення пари зі стійкої і нестійкої особливих точок (біфуркація складки або сідло – вузол).

Уздовж гіперболи $\beta_1 = (B^2 \alpha_1)^{-1}$ пара комплексних сполучених характеристичних коренів перетинає уявну осі (біфуркація Хопфа, народження межового циклу). У точці $\tilde{\alpha}_1 = \tilde{\beta}_1 = B^{-1}$ гіпербола є нормаллю до лінії відповідної біфуркації складки. Отже, обидва характеристичних кореня дорівнюють нулю (біфуркація Богданова–Такенса). У цій точці з'являється біфуркація гомоклінічної траєкторії сідла – вузла. Результат аналізу стійкості системи зображений на рис. 2.

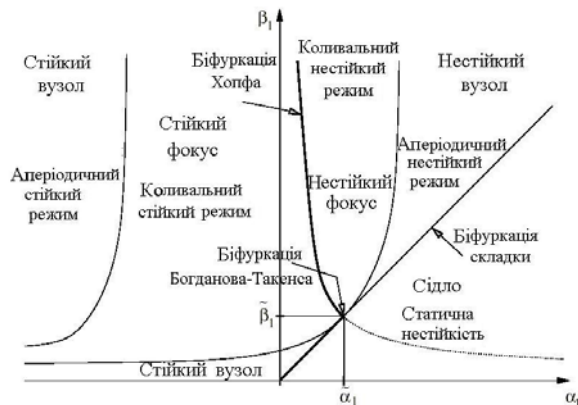


Рис. 2. Біфуркаційна діаграма

Гіпербола є межею області динамічної стійкості. З умови динамічної стійкості випливає, що в областях поширення вузлів і фокусів, розташованих ліворуч гіперболи, режим буде стійким і в цих областях неможливе самозбудження. Області, розташовані праворуч гіперболи, відповідають самозбудженню помпажних коливань. Межею області статичної стійкості є лінія $\beta_1 = \alpha_1$. Праворуч цієї лінії розташована область поширення сідел, що відповідає статично нестійким точкам перетинання характеристик компресора і мережі.

Висновок

Динаміка розвитку явищ у компресорі після втрати газодинамічної стійкості проаналізована за допомогою математичної моделі Мура–Грейцера, що враховує нелінійні особливості

характеристик компресора і властивості приєднаної до нього мережі. Для визначення стабільності системи проведений біфуркаційний аналіз.

Біфуркаційна діаграма дозволяє визначити характер можливих рухів у розглянутій системі, тобто який з типів явищ буде виникати – обертовий зрив чи помпаж, установити розходження в характері помпажних коливань і оцінити вплив різних факторів на область помпажних режимів, визначити область стійких режимів.

Нелінійний підхід, що ґрунтується на теорії біфуркації, може бути використаний під час розробки законів керування зі зворотним зв'язком щодо запобігання обертовому зриву і помпажу.

Література

1. Moor F.K. A theory of rotating stall of multistage compressors // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. – 1984. – 106. – P. 313–349.
2. Moor F.K., Greitzer E.M. A theory of post-stall transients in axial flow compressors: P. I. Development of equations // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. – 1986. – 108(1). – P. 68–76.
3. Холщевников К.В. Теория и расчет авиационных лопаточных машин. – М.: Машиностроение, 1970. – 603 с.
4. Greitzer E.M. Surge and rotating stall in axial flow compressors: P. I. Theoretical compression System model // J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME. – 1976. – 98. – P. 190–198.
5. Day I.J. Active suppression of rotating stall and surge in axial compressors // J. Turbomachinery Trans ASME. – 1993. – 115(1). – P. 40–47.
6. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. – М.: Наука, 1966. – 568 с.
7. Champneys A.R., Kuznetsov Yu.A., Sandstede B. A numerical toolbox for homoclinic bifurcation analysis // Intern. Journal of Bifurcation and Chaos. – 1996. – 6. – P. 867–887.

Стаття надійшла до редакції 09.09.05.

Л.Г. Волянская

Динамика потери газодинамической устойчивости в осевом компрессоре

Исследована динамика развития явлений срыва и помпажа в осевом компрессоре после потери газодинамической устойчивости с помощью математической модели Мура – Грейцера, учитывающей нелинейные особенности характеристик компрессора и свойства подсоединенной к нему сети. Для определения стабильности системы проведен бифуркационный анализ.

L.G. Volyanska

Dynamic of gas turbine engine gasdynamic stability loss

Dynamic of rotating stall and surge development in axial compressor after loss of gasdynamic stability is considered in the article. The Moore – Greitzer model is used for research. The model takes into account non-linear features of compressor characteristics and property of the compressor system. To determine system stable state bifurcation analyze is carried out.