УДК 681.322(045)

І.А. Жуков, Л.Я. Нагорний

ПАРАЛЕЛЬНО-ПОСЛІДОВНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ АЛГЕБРИЧНИХ РІВНЯНЬ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ МЕТОДОМ ВИЗНАЧАЛЬНИХ ВЕЛИЧИН

Розглянуто питання побудови паралельно-послідовного алгоритму розв'язання систем рівнянь великої розмірності методом визначальних величин. Для пояснення роботи алгоритму наведено приклад розв'язання системи лінійних алгебричних рівнянь одинадцятого порядку.

Поява високопродуктивних обчислювальних систем обумовила розробку нових паралельних високоефективних чисельних методів розв'язання лінійних і нелінійних алгебричних та диференціальних рівнянь. Побудова ефективних чисельних методів для багатопроцесорних систем є справою нелегкою і недостатньо вивченою. Труднощі визначаються головним чином різноманітністю архітектур багатопроцесорних систем та, як наслідок, різноманітністю способів організації обчислень. Різні способи організації обчислень призводять до різних способів організації даних та потребують створення різноманітних чисельних методів і алгоритмів, різного чисельного програмного забезпечення та мов спілкування з багатопроцесорною обчислювальною системою[1].

Незважаючи на те, що існує багато робіт, присвячених алгоритмам розпаралелювання програм, в даній області немає загальної методології.

Тому частіше для багатопроцесорних паралельних систем розробляються нові чисельні методи і створюються нові програми.

До теперішнього часу розвиток чисельних методів і алгоритмів переважно слідував за розвитком засобів обчислювальної техніки. Створення багатопроцесорних паралельних обчислювальних систем показало, що алгоритми і обчислювальні системи часто не узгоджені між собою, паралельні структури методів обробки інформації мало вивчені.

Сьогодні актуальним є питання спільного дослідження паралельних властивостей алгоритмів і багатопроцесорних обчислювальних структур. Як методологічні основи, пов'язані з розпаралелюванням алгоритмів моделювання складних електронних схем і систем, на кафедрі обчислювальної техніки Національного авіаційного університету розробляються багаторівневі методи розпаралелювання алгоритмів розв'язання систем лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР) великого розміру.

На першому рівні розпаралелювання використовується діакоптичний підхід до дослідження складних систем, а на другому – метод, що дозволяє організувати обчислювальний процес з метою одержання найбільшої ефективності розв'язання СЛАР.

Одним із таких методів є метод визначальних величин [2; 3], для якого розроблений алгоритм розпаралелювання рішень СЛАР великого розміру. Вихідну систему лінійних рівнянь із розрідженою матрицею подамо у вигляді матричної системи (1) з блочно-діагональною матрицею з облямівкою [4]:

$$\begin{bmatrix} H_1 & \cdots & & \Phi_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \cdots & H_N & \Phi_N \\ \Theta_1 & \cdots & \Theta_N & W_C \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_1 \\ \cdots \\ X_N \\ X_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \cdots \\ Q_N \\ Q_C \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

де H_i і X_i , Q_i – квадратна підматриця порядку $n(n_i<<n$, тут $n=\sum_{i=1}^{N} n_i + n_c$ – порядок вихідної системи рівнянь, n_i – підвектори шуканих і правих частин рівнянь і-ї підсистеми); Φ_i, Θ_i – прямокутні підматриці розміром $n_i \times n_c$ і $n_c \times n_i$ відповідно; W_C і X_C , Q_C – квадратна підматриця порядку n_c ($n_c<<n$) (n_c – підвектори змінних зв'язку і правих частин).

Розв'язання системи рівнянь (1) можна подати у вигляді:

$$H_i X_i = Q_i - \Phi_i X_i \quad (i=\overline{1,N}) ; \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Theta_i X_i + W_c X_c - Q_c = E_c , \tag{3}$$

де $E_c = \left[e_{c_1}, e_{c_2}, \cdots, e_{cn_C}\right]^t$ – підвектор нев'язок.

Для обчислення підвекторів X_i $(i=\overline{1,N})$ необхідно спочатку визначити підвектор зв'язку $X_c = \left[x_{c_1}, x_{c_2}, \cdots, x_{cn_C}\right]^t$ вихідної матриці рівнянь (1). Оскільки при визначенні підвектора зв'язку змінюються праві частини підсистеми рівнянь, доцільно застосовувати LU-перетворення для кожної підматриці H_i системи рівнянь (2). Застосувавши LU-розкладання розв'язання, рівняння (2) запишемо у вигляді :

$$L_i Y_i = Q_i - \Phi_i X_c \quad (i=\overline{1,N}); \tag{4}$$

$$U_i X_i = Y_i \quad (i=\overline{1,N}). \tag{5}$$

Ідея методу визначальних величин полягає в тому, що для знаходження k-го стовпчика коефіцієнтів матриці зв'язку ($k=1,2,\ldots,n_c$) і правих частин цього рівняння необхідно виконати розрахунки при певних значеннях підвекторів Q_i, Q_c і X_c :

$$\begin{bmatrix} E_{11} & \cdots & E_{1n_C} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ E_{c1} & \cdots & E_{n_C n_C} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x_{c1} \\ \cdots \\ x_{cn_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{c1} \\ \cdots \\ E_{cn_C} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Для отримання стовпчиків коефіцієнтів матриці системи рівнянь (6) необхідно в рівняннях (3) – (6) прийняти $x_{c_1}=1, x_{c_2}=x_{c_3}=\cdots=x_{cn_c}=0$, $x_{c_1}=0, x_{c_2}=1, x_{c_3}=\cdots=x_{nc_c}=0,\cdots$, $x_{c_1}=x_{c(n_c-1)}, x_{n_c}=1$; $Q_c=0$, $Q_i=0$ $(i=\overline{1,N})$ за даних умов обчислити вектор $E_c=\left[e_{1k},\cdots,e_{n_C k}\right]^t$, $k=1, \ldots , n_c$.

Співвідношення (3) – (5) в даному випадку можна подати у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{N} \Theta_i X_i^{(j_1,\cdots,j_{n_c})} + W_c X_c^{(j_1,\cdots,j_{n_c})} = E_c^{(j_1,\cdots,j_{n_c})} \quad (i=\overline{1,N}); \tag{7}$$

$$L_i Y_i^{(j_1,\cdots,j_{n_c})} = -\Phi_i X_c^{(j_1,\cdots,j_{n_c})} \quad (i=\overline{1,N}); \tag{8}$$

$$U_i X_i^{(j_1,\cdots,j_{n_c})} = Y^{(j_1,\cdots,j_{n_c})^C} \quad (i=\overline{1,N}). \tag{9}$$

Індекси $\left(j_1,\cdots,j_{n_C}\right)$ набувають значень (1,0, … ,0), (0,1, … ,0), … , (0,0, … ,1) і вказують, при яких значеннях $x_{c_1}, x_{c_2}, \cdots, x_{cn_C}$ визначаються параметри, що входять у рівняння (7) – (9).

Для визначення вектора правих частин системи (6) необхідно в рівняннях (3) – (6) прийняти, що $x_{c_1} = \cdots = x_{cn_C} = 0$ і за даних умов обчислити вектор незв'язок. Співвідношення (3) – (5) набувають при цьому вигляду:

$$L_i Y_i^{(0,\cdots,0)} = Q_i \quad (i = \overline{1,N}); \tag{10}$$

$$U_i X_i^{(0,\cdots,0)} = Y_i^{(0,\cdots,0)} \quad (i = \overline{1,N}); \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Theta_i X_i^{(0,\cdots,0)} - Q_c = E_c^{(0,\cdots,0)} \quad (i = \overline{1,N}). \tag{12}$$

У результаті обчислень формул (7) – (12) паралельно на багатопроцесорній обчислювальній системі отримаємо підвектори $E_c^{(1,0,\cdots,0)}, E_c^{(0,1,\cdots,0)}, \cdots, E_c^{(0,0,\cdots,1)}, E_c^{(0,0,\cdots,0)}$, на основі яких сформулюємо підсистему зв'язку

(13)

Розв'язавши систему СЛАР (13), знайдемо значення підвектора зв'язку X_c, підставимо його у рівняння (4) та обчислимо. Підставивши Y_i $(i = \overline{1,N})$ у рівняння (5), паралельно визначимо невідомі підвектори $X_i\,(i = \overline{1,N})$.

Розглянемо приклад розпаралелювання алгоритму розв'язання СЛАР, представленої у вигляді:

$$\begin{bmatrix} H_1 & & & \Phi_1 \\ & H_2 & & \Phi_2 \\ & & H_3 & \Phi_3 \\ \Theta_1 & \Theta_2 & \Theta_3 & W_C \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_C \end{bmatrix},$$

де

$$H_1 = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}; \quad H_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}; \quad H_3 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix};$$

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Theta_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Theta_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Phi_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 16 & 12 \end{bmatrix}^t; \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 11 & 10 & 5 \end{bmatrix}^t; \quad Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 16 & 12 \end{bmatrix}^t;$$

$$Q_c = \begin{bmatrix} 7 & 1 \end{bmatrix}^t; \quad W_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Виконаємо LU-розкладання підматриць H_1, H_2 і H_3 паралельно на трьох процесорах:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}; \quad L_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & -4 & 4 \end{bmatrix}; \quad L_3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & \frac{25}{6} \end{bmatrix};$$

$$U_1=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 0 & 1 & \frac{5}{8}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix};\quad U_2=\begin{bmatrix}1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2}\\ 0 & 1 & \frac{1}{2}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix};\quad U_3=\begin{bmatrix}1 & 0 & \frac{1}{3}\\ 0 & 1 & -\frac{5}{12}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

Обчислимо паралельно підвектори $\varphi_1^{(j_1,\dots,j_{n_c})}=-\Phi_i X_c^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$ і $M_c^{(j_1,\dots,j_{n_c})}=W_c X_c^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$:

$$\varphi_1^{(1,0)}=-\Phi_1 X_c^{(1,0)}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 1\\ 0\end{bmatrix};\qquad \varphi_2^{(1,0)}=-\Phi_2 X_c^{(1,0)}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ -1 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix};$$

$$\varphi_3^{(1,0)}=-\Phi_3 X_c^{(1,0)}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\end{bmatrix};\qquad M_c^{(1,0)}=-W_c X_c^{(1,0)}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 3 & -1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix};$$

$$\varphi_1^{(0,1)}=-\Phi_1 X_c^{(0,1)}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix};\qquad \varphi_2^{(0,1)}=-\Phi_2 X_c^{(0,1)}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ -1 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\end{bmatrix};$$

$$\varphi_3^{((1,1)}=-\Phi_3 X_c^{(0,1)}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 0\\ 0\end{bmatrix};\qquad M_c^{(0,1)}=-W_c X_c^{(0,1)}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}.$$

Визначимо підвектори $Y_i^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$ $(i=\overline{1,N})$, розв'язавши рівняння

$L_i Y^{(j_1,\dots,j_{n_c})}=\varphi_i^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$ $(i=\overline{1,N})$;

$$L_1 Y_1^{(1,0)}=\varphi_1^{(1,0)};\qquad L_2 Y_2^{(1,0)}=\varphi_2^{(1,0)};\qquad L_3 Y_3^{(1,0)}=\varphi_{13}^{(1,0)};$$

$$Y_1^{(1,0)}=\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{8} & 0\end{bmatrix}^t;\quad Y_2^{(1,0)}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}^t;\quad Y_3^{(1,0)}=\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{2}\end{bmatrix}^t;$$

$$L_1 Y_1^{(0,1)}=\varphi_1^{(0,1)};\qquad L_2 Y_2^{(0,1)}=\varphi_2^{(0,1)};\qquad L_3 Y_3^{(0,1)}=\varphi_3^{(0,1)};$$

$$Y_1^{(0,1)}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\end{bmatrix}^t;\quad Y_2^{(0,1)}=\begin{bmatrix}0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\end{bmatrix}^t;\quad Y_3^{(0,1)}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{3} & \frac{-1}{12} & -\frac{1}{25}\end{bmatrix}^t;$$

$$L_1 Y_1^{(0,0)}=Q_1;\qquad L_2 Y_2^{(0,0)}=Q_2;\qquad L_3 Y_3^{(0,0)}=Q_3;$$

$$Y_1^{(0,0)}=\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & \frac{33}{8} & 3\end{bmatrix}^t;\quad Y_2^{(0,0)}=\begin{bmatrix}\frac{11}{2} & \frac{5}{2} & 1\end{bmatrix}^t;\quad Y_3^{(0,0)}=\begin{bmatrix}-\frac{4}{3} & \frac{11}{12} & -\frac{79}{25}\end{bmatrix}^t.$$

Знайдемо підвектори $X_i^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$ $(i=\overline{1,N})$, розв'язавши рівняння $U_i X^{(j_1,\dots,j_{n_c})} = Y_i^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$ $(i=\overline{1,N})$:

$$U_1X_1^{(1,0)} = Y_1^{(1,0)};\qquad U_2X_2^{(1,0)} = Y_2^{(1,0)};\qquad U_3X_3^{(1,0)} = Y_3^{(1,0)};$$

$$X_1^{(1,0)} = \begin{bmatrix}\frac{3}{16} & -\frac{1}{8} & 0\end{bmatrix}^t;\quad X_2^{(1,0)} = \begin{bmatrix}\frac{3}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}^t;\quad X_3^{(1,0)} = \begin{bmatrix}-\frac{1}{25} & \frac{3}{10} & \frac{3}{25}\end{bmatrix}^t;$$

$$U_1X_1^{(0,1)} = Y_1^{(0,10)};\qquad U_2X_2^{(0,1)} = Y_2^{(0,10)};\qquad U_3X_3^{(0,1)} = Y_3^{(0,10)};$$

$$X_1^{(0,1)} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\end{bmatrix}^t;\quad X_2^{(0,1)} = \begin{bmatrix}\frac{5}{16} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{4}\end{bmatrix}^t;\quad X_3^{(0,1)} = \begin{bmatrix}-\frac{24}{75} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{25}\end{bmatrix}^t,$$

$$U_1X_1^{(0,0)} = Y_1^{(0,0)};\qquad U_2X_2^{(0,0)} = Y_2^{(0,0)};\qquad U_3X_3^{(0,0)} = Y_3^{(0,0)};$$

$$X_1^{(0,0)} = \begin{bmatrix}\frac{5}{8} & \frac{9}{4} & 3\end{bmatrix}^t;\quad X_2^{(0,0)} = \begin{bmatrix}2 & 2 & 1\end{bmatrix}^t;\quad X_3^{(0,0)} = \begin{bmatrix}-\frac{63}{225} & -\frac{2}{5} & -\frac{79}{25}\end{bmatrix}^t.$$

Обчислимо підвектори $\theta^{(j_1,\dots,j_{n_c})} = \Theta_i X_i^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$ $(i=\overline{1,N})$:

$$\theta_1^{(1,0)} = \Theta_1X_1^{(1,0)} = \begin{bmatrix}\frac{5}{16}\\ 0\end{bmatrix};\quad \theta_2^{(1,0)} = \Theta_2X_2^{(1,0)} = \begin{bmatrix}\frac{9}{16}\\ -\frac{1}{8}\end{bmatrix};\quad \theta_3^{(1,0)} = \Theta_3X_3^{(1,0)} = \begin{bmatrix}\frac{3}{10}\\ \frac{1}{25}\end{bmatrix};$$

$$\theta = \Theta_1X_1^{(0,1)} = \begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix};\quad \theta_2^{(0,1)} = \Theta_2X_2^{(0,1)} = \begin{bmatrix}-\frac{1}{6}\\ \frac{1}{8}\end{bmatrix};\quad \theta_3^{(0,1)} = \Theta_3X_3^{(0,1)} = \begin{bmatrix}\frac{1}{10}\\ \frac{1}{25}\end{bmatrix};$$

$$\theta_1^{(0,0)} = \Theta_1X_1^{(0,0)} = \begin{bmatrix}-\frac{13}{8}\\ 0\end{bmatrix};\quad \theta_2^{(0,0)} = \Theta_2X_2^{(0,0)} = \begin{bmatrix}5\\ -2\end{bmatrix};\quad \theta_3^{(0,0)} = \Theta_3X_3^{(0,0)} = \begin{bmatrix}-\frac{2}{5}\\ \frac{7}{25}\end{bmatrix}.$$

Визначимо вектори підсистеми зв'язку $E_{ck}^{(j_1,\dots,j_{n_c})}$ $(k=\overline{1,n_c})$:

$$\theta_1^{(1,0)} + \theta_2^{(1,0)} + \theta_3^{(1,0)} + M_c^{(1,0)} = E_c^{(1,0)} = \begin{bmatrix}\frac{87}{40}\\ -\frac{17}{200}\end{bmatrix};$$

$$\theta_1^{(0,1)} + \theta_2^{(0,1)} + \theta_3^{(0,1)} + M_c^{(0,1)} = E_c^{(0,1)} = \begin{bmatrix}-\frac{13}{80}\\ \frac{867}{600}\end{bmatrix};$$

$$\theta_1^{(0,0)} + \theta_2^{(0,0)} + \theta_3^{(0,0)} - Q_c = E_c^{(0,0)} = \begin{bmatrix} -\frac{161}{40} \\ -\frac{68}{25} \end{bmatrix}.$$

Знайдемо підвектор зв'язку X_c, розв'язавши підсистему рівнянь зв'язку:

$$[E_c^{(1,0)}\ E_c^{(0,1)}] \bullet X_c = E_c^{(0,0)} \quad \begin{bmatrix} \frac{87}{40} & -\frac{13}{80} \\ -\frac{17}{200} & \frac{867}{600} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_{c_1} \\ X_{c_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{161}{40} \\ -\frac{68}{25} \end{bmatrix};$$

$$X_c = \begin{bmatrix} X_{c_1} \\ X_{c_2} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Обчислимо підвектори $\Phi_i X_c \quad (i = \overline{1, N})$:

$$-\Phi_1 X_c = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad -\Phi_2 X_c = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad -\Phi_3 X_c = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Визначимо праву частину підсистеми рівнянь $B_i = Q_i - \Phi_i X_c \quad (i = \overline{1, N})$:

$$Q_1 - \Phi_1 X_c = B_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 14 \\ 12 \end{bmatrix}; Q_2 - \Phi_2 X_c = B_2 = \begin{bmatrix} 13 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix}; Q_3 - \Phi_3 X_c = B_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ 7 \\ -15 \end{bmatrix}.$$

Розв'язавши рівняння $L_i Y_i = B_i$, знайдемо підвектори $Y_i \quad (i = \overline{1, N})$:

$$L_1 Y_1 = B_1; \quad L_2 Y_2 = B_2; \quad L_3 Y_3 = B_3;$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{31}{8} & 3 \end{bmatrix}^t; \quad Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{13}{2} & \frac{5}{2} & 1 \end{bmatrix}^t; \quad Y_3 = \begin{bmatrix} -2 & \frac{5}{4} & -3 \end{bmatrix}^t.$$

Розв'язавши рівняння $U_i X_i = Y_i$, визначимо підвектори невідомих $X_i \quad (i = \overline{1, N})$:

$$U_1 X_1 = Y_1; \quad U_2 X_2 = Y_2; \quad U_3 X_3 = Y_3;$$

$$X_1 = [1 \quad 2 \quad 3]^t; \quad X_2 = [3 \quad 2 \quad 1]^t; \quad X_3 = [-1 \quad 0 \quad -3]^t.$$

З приклада видно, що при розділенні СЛАР великої розмірності на N підсистем необхідно її розв'язувати на N-процесорній ЕОМ.

Список літератури

1. *Воеводин В. В.* Математические модели и методы в параллельных процессах.– М.: Наука, 1986. – 296 с.

2. *Максимович Н.Г.* Линейные электрические цепи и их преобразования. – М.: Госэнергоиздат, 1961. – 264 с.

3. *Пухов Г.Е.* Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. – К.: Наук. думка, 1967. – 568 с.

4. *Нагорный Л.Я.* Декомпозиция и распараллеливание алгоритмов решения систем линейных уравнений большой размерности. – К.: Знание, 1980. – 28 с.

Стаття надійшла до редакції 10 жовтня 2000 року.