УДК 629.7.048.7:681.14; 621.1.016

М.Ю. Федоров

ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ МЕТОДА ГАУССОВОЙ СВЕРТКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Описан алгоритм метода гауссовой свертки моделирования широкого класса систем, имеющих в своем составе многоходовые теплообменные аппараты, образующие произвольную топологию обвязки ходов и связей между отдельными теплообменными аппаратами. Алгоритм позволяет выражать решение в явном виде – выходные (неизвестные) параметры через входные (известные) – и сокращать размерность исходной задачи.

Путь решения задачи анализа систем теплообменных аппаратов (СТА) следует искать в направлении параметрической декомпозиции и сокращении размерности исходной многопараметрической модели. С этой целью предложен метод гауссовой свертки [1]. Показано также, что зависимости для расчета граничных температур двухпоточных теплообменных аппаратов (ТА) методом эффективностей [2] инвариантны относительно ветвей привязки его ходов

$$t_{e,s} = \left(1 - \varepsilon \frac{\min(W_e, W_v)}{W_e}\right) t_{e,s-1} + \varepsilon \frac{\min(W_e, W_v)}{W_e} t_{v,r-1}, \qquad (1)$$

где e, v – номера ветвей графа системы; s, r – номера входных сечений, рассчитываемых ТА (рис.1); W_e, W_v – водяные эквиваленты; t – температура в соответствующих сечениях; ε – эффективность ТА.

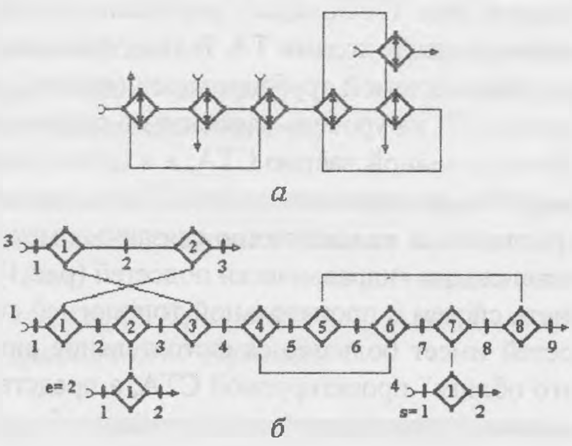

Рис.1. Система теплообменных аппаратов:
а – схема СТА; *б* – приведение матрицы системы к расчетной схеме

Для систем со сжимаемым теплоносителем теплоемкость при постоянном давлении зависит от температуры (например, в системах кондиционирования воздуха самолетов, где возможны звуковые скорости). Учитывая этот факт, можно обобщить уравнение (1) следующим образом:

$$t_{e,s} = \tilde{a}_{e,s,1}\, t_{e,s-1} + \tilde{a}_{e,s,2}\, t_{v,r-1}, \qquad (2)$$

где $\tilde{a}_{e,s,1(2)}$ – средние коэффициенты в уравнении хода ТА.

В практике инженерных расчетов осреднению подлежат параметры рабочего тела, в частности, теплоемкости при постоянных давлениях по параметру температуры на входах и выходах ходов ТА.

В работе [1] приводятся математическая (матричная) интерпретация и рекуррентные формулы предназначенного для получения зависимостей (2) метода, выражающие выходные температуры в соответствующих ветвях системы через входные и граничные параметры, что позволяет сократить размерность исходной задачи до величины меньшей, чем число внутренних узлов системы, а также снять ограничения на топологию моделируемых СТА. Так, для системы (рис. 1, *а*), осуществляя декомпозицию по параметру (эффективности), матрица системы, соответствующая расчетной схеме (рис. 1,*б*), имеет блочно-разреженный вид:

$$\begin{pmatrix}
a_{1,1,1} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,1,3} & 0 & 0 & 0 \\
0 & a_{1,2,1} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & a_{1,3,1} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,3,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{1,4,1} & -1 & a_{1,4,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,5,1} & -1 & 0 & a_{1,5,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{1,6,1} & 0 & a_{1,6,2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,7,1} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,7,2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,8,1} & 0 & 0 & a_{1,2,2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & a_{1,9,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,9,2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & a_{1,10,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,10,2} & -1 & 0 & 0 & 0 \\
a_{1,10,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,10,2} & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,11,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,11,2} & -1
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
t_{11} \\ t_{12} \\ t_{13} \\ t_{14} \\ t_{15} \\ t_{16} \\ t_{17} \\ t_{18} \\ t_{19} \\ t_{21} \\ t_{22} \\ t_{31} \\ t_{32} \\ t_{33} \\ t_{41} \\ t_{42}
\end{pmatrix} = 0 \qquad (3)$$

Для решения задачи анализа рассмотрим СТА с системных позиций. Закладываем следующий принцип: структуризация модели (приведение принципиальной схемы системы к расчетной) осуществляется по базовым параметрам (параметрическая декомпозиция), входящих в систему балансовых уравнений, а не по типам элементов, как в постадийных методах анализа СТА [3-7]. В самом деле ТА обладает внутренней сетевой топологией, если его представить как топологию связей между ходами ТА. В этом она ничем не отличается от СТА, в которой ТА связаны между собой системой трубопроводов (труба – это упрощенный ТА). Следовательно, “прятать” топологию ТА на уровень элемента не совсем верно. При структуризации ТА его топология должна быть составной частью СТА, а в случае моделирования СТА, состоящую из одного многоходового ТА, представлять собой СТА, состоящую из ходов и крышек ТА. В этом случае СТА может распадаться на множество связанных между собой тепловыми потоками (связями) тепловых независимых гидравлически подсетей (рис.1).

Задача теплового расчета систем с произвольной топологией тепловых связей при заданных значениях эффективностей имеет большое самостоятельное значение при формировании предварительного “теплового облика” проектируемой СТА, а представленный алгоритм является программным ядром для анализа теплоэнергетических систем более широкого класса. Результатом алгоритма метода гауссовой свертки является преобразование модели из вида (3) в модель, состоящую из $e = 4$ уравнений вида (2), т.е. гауссова свертка является методом преобразования (в общем случае число таких уравнений равно числу ветвей СТА).

Для разработки сложных программных систем в настоящее время существует объектно-ориентированная декомпозиция, дающая возможность проектировать архитектуры систем [8], удовлетворяющих требованиям целостности и расширяемости. Одной из первых ее задач является выделение абстракций при анализе предметной области. Именно они после установления типов связей между ними образуют иерархию (диаграмму) классов, являющуюся частью архитектуры системы.

В результате объектного анализа теплоэнергетических систем выделены следующие классы: граф (несвязный, неполный), узел, ветвь, сечение между которыми устанавливаются связи типа “has a” (композиция) и элемент (абстрактный класс), теплообменник, труба, турбина, компрессор, связанные с абстракцией “элемент” наследованием (связь типа “is a”). В

7. Исключим из *Equation* пару *(en, sn)* и индексируемое ей подмножество *EquationPart*. Переходим к п. 1.

8. Конец алгоритма.

Для примера схемы (рис. 1,*а)* система уравнений в соответствии с принятой архитектурой данных имеет вид:

{*edge*:1,*section*:2}={*edge*:1,*section*:1,*coeff*:0.2},{*edge*:3,*section*:2,*coeff*:0.8},
{*edge*:1,*section*:3}={*edge*:1,*section*:2,*coeff*:0.2},{*edge*:2,*section*:1,*coeff*:0.8},
{*edge*:1,*section*:4}={*edge*:1,*section*:3,*coeff*:0.2},{*edge*:3,*section*:1,*coeff*:0.8},
{*edge*:1,*section*:5}={*edge*:1,*section*:4,*coeff*:0.2},{*edge*:1,*section*:6,*coeff*:0.8},
{*edge*:1,*section*:6}={*edge*:1,*section*:5,*coeff*:0.2},{*edge*:1,*section*:8,*coeff*:0.8},
{*edge*:1,*section*:7}={*edge*:1,*section*:4,*coeff*:0.8},{*edge*:1,*section*:6,*coeff*:0.2},
{*edge*:1,*section*:8}={*edge*:1,*section*:7,*coeff*:0.2},{*edge*:4,*section*:1,*coeff*:0.8},
{*edge*:1,*section*:9}={*edge*:1,*section*:5,*coeff*:0.8},{*edge*:1,*section*:8,*coeff*:0.2},
{*edge*:2,*section*:2}={*edge*:1,*section*:2,*coeff*:0.8},{*edge*:2,*section*:1,*coeff*:0.2},
{*edge*:3,*section*:2}={*edge*:1,*section*:3,*coeff*:0.8},{*edge*:3,*section*:1,*coeff*:0.2},
{*edge*:3,*section*:3}={*edge*:1,*section*:1,*coeff*:0.8},{*edge*:3,*section*:2,*coeff*:0.2},
{*edge*:4,*section*:2}={*edge*:1,*section*:7,*coeff*:0.8},{*edge*:4,*section*:1,*coeff*:0.2}.

В результате же сворачивания вместо модели (3) программа генерирует четыре уравнения:

{*edge*:1,*section*:9}={*edge*:1,*section*:1,*coeff*:0,00299755},{*edge*:2,*section*:1, *coeff*: 0,0599509},{*edge*:3,*section*:1,*coeff*:0,263784},{*edge*:4,*section*:1,*coeff*: 0.673267}
{*edge*:2,*section*:2}={*edge*:1,*section*:1,*coeff*:0.183486},{*edge*:2,*section*:1, *coeff*: 0,669725},{*edge*:3,*section*:1,*coeff*:0,146789}
{*edge*:3,*section*:3}={*edge*:1,*section*:1,*coeff*:0.807339},{edge:2,*section*:1, *coeff*: 0,146789},{*edge*:3,*section*:1,*coeff*:0,0458716}
{*edge*:4,*section*:2}={*edge*:1,*section*:1,*coeff*:0,00617676},{*edge*:2,*section*:1, *coeff*: 0,123535},{*edge*:3,*section*:1,*coeff*:0,543555},{*edge*:4,*section*:1,*coeff*: 0,326733}

При расчете выходных значений температур в ветвях было принято, что эффективности всех ТА равны 0.8, а входные температуры на входе в ветви 700 К, 400 К, 400 К, 400 К, соответственно для первой и последующих номеров ветвей (температура приводится в градусах Кельвина). В результате расчета получены следующие выходные температуры в ветвях 400.899 К, 455.046 К, 642.202 К, 401.853 К.

Задачей алгоритма обратного хода (разворачивания свертки) является определение температур во всех сечениях схемы по известным граничным условиям и найденным температурам из системы, полученной в результате свертки.

Для приведенной архитектуры данных опишем алгоритм обратного хода.

1. Множество элементов *known* исходной системы *equations* с индексами (*,1) соответствуют известным граничным температурам. Дополняем его множеством индексов преобразованной системы (для данного примера (1,9), (2,2), (3,3) и (4,2)), соответствующих найденным температурам в результате свертки.

2. Осуществляем обход всех уравнений из *equations,* если это множество пусто, то температуры во всех сечениях определены. Переходим к п.12.

3. Организуем цикл по ветвям системы, по множеству объектов типа *Edge*. Пусть текущая ветвь имеет номер *en.*

4. Определяем количество сечений *ns* в объекте типа *Edge* с текущим номером *en.*

5. Организуем обход всех сечений *ns* ветви *en.* Пусть текущее сечение имеет идентификатор *sn.*

6. Определяем счетчик *count* = 0 количества известных параметров и флаг принадлежности известного параметра левой части системы уравнений *flag* = 0.

7. Если известный параметр температуры в сечении *(en, sn)* принадлежит левой части, тогда *flag* = 1, *count* - *count*+\.

8. Рассматриваем множество параметров правой части индексированной парой (*en, sn)*. Проверяем, есть ли в данном множестве переменные из *known*; если есть, тогда фиксируем адрес этой переменной и увеличиваем счетчик *count* = *count* + 1.

9. Если *flag* = 1 и *count* = 2, тогда известные находятся в левой и правой частях текущего уравнения. Выполняем преобразование и вычисляем температуру в новом сечении, индекс которого заносим во множество *known*, а температуру в контейнер *sections* текущего объекта типа *Edge*. Исключаем текущее уравнение из *equations*. Переходим к п.2.

10. Если *flag*=0 и *count*=2, тогда все известные находятся в правой части текущего уравнения. Вычисляем температуру в новом сечении, индекс которого заносим во множество *known*, а температуру в контейнер *sections* текущего объекта типа *Edge*. Исключаем текущее уравнение из *equations*. Переходим к п.2.

11. Переход к п.2.

12. Конец алгоритма обратного хода.

В результате расчета получены следующие температуры (рис. 1,*б*):

– в сечениях ветви 1: 700.0, 468.807, 413.761, 402.752, 401.008, 400.572, 402.316, 400.463, 400.899;

– в сечениях ветви 2: 400.0, 455.046;

– в сечениях ветви 3: 400.0, 411.009, 642.202;

– в сечениях ветви 4: 400.0, 401.853.

В результате проведенного системного анализа разработан обобщенный алгоритм метода гауссовой свертки, позволяющий решать задачу анализа СТА произвольных топологий в произвольной постановке. Постановка задачи формируется путем определения множества *known* известных температур. Предложенный алгоритм метода гауссовой свертки может служить альтернативой методам моделирования тепловых схем теплоэнергетических установок большой размерности благодаря линейности множественного представления данных в отличие от матричного. Размерность задачи при матричном представлении равна $s\times\sum_{1}^{e}(1+s_e)$, где s – суммарное количество элементов; s_e – количество элементов в каждой ветви тепловой схемы; при множественном – $s\times 3$. Реализация алгоритма на основе такого представления будет сохранять высокую эффективность благодаря существующему механизму непосредственной адресации к объектам контейнеров. Однако, ее скорость, по сравнению с адресацией на матрице будет меньше, так как адресация объектов контейнера является более сложной процедурой.

Список литературы

1. *Федоров М.Ю.* Автоматизация построения математической модели анализа тепловых режимов систем теплообменных аппаратов методом гауссовой свертки // Электронное моделирование. – 2000. – № 6.

2. *Кейс В.М., Лондон А.Л.* Компактные теплообменники. – М.: Энергия, 1967.

3. *Каневец Г.Е.* Теплообменники и теплообменные системы. – К.: Наук. думка, 1982.

4. *Кондращенко В.Я., Самойлов В.Д.* Автоматизация моделирования сложных теплоэнергетических установок. – К.: Наук. думка, 1989.

5. *Кондращенко В.Я.* Структурно-декомпозиционный метод моделирования газожидкостных систем. 1. Основы метода // Электронное моделирование. –1986. – № 5. – С. 66–72.

6. *Кондращенко В.Я, Винничук С.Д., Федоров М.Ю.* Моделирование газовых и жидкостных распределительных систем. – К.: Наук. думка, 1990.

7. *Попырин Л.С.* Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок. – М.: Энергия, 1978.

8. *Буч Г.* Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на С++. – М.: Невский диалект; Бином, 1998.

9. *Страуструп Б.* Язык программирования С++. – М.: Невский диалект; Бином, 1999.

Стаття надійшла до редакції 11 липня 2000 року.