Данная проблема касается и Украины, несмотря на то, что интенсивность воздушного движения на воздушных трассах Украины в настоящее время мала, но в будущем Украине все же предстоит столкнуться с этой проблемой.

Список литературы

1. *Методика* определения минимумов эшелонирования, применяемых для разделения параллельных линий пути в структурах маршрутов ОВД. Циркуляр 120-AN/89/2. – ICAO. – Монреаль, 1976. – 238 с.

Стаття надійшла до редакції 11 липня 2000 року.

УДК 533.607.13/G21.31

В.В. Панин, И.Ф. Кинащук, В.И. Орланов, А.Д. Донец

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В ИОННОМ АНЕМОМЕТРЕ

Приведено математическое описание явления скоса потока ионов коронного разряда при взаимодействии с газодинамическим потоком в разрядном промежутке «игла–плоскость», которое положено в основу создания ионного анемометра.

Ионная анемометрия используется для измерения скорости потоков воздуха в атмосфере и для измерения скорости полета летательных аппаратов вертикального взлета и посадки [1]. Для безынерционного измерения локальной скорости и ускорения высокотурбулентных и знакопеременных потоков в проточной части газотурбинного двигателя разрабатывается ионный анемометр. Предлагается интегрировать датчик в автоматизированную систему ранней диагностики состояний авиационного двигателя в масштабе реального времени на основе контроля быстропротекающих процессов с применением математических моделей авторегрессионного анализа динамического сигнала измерения локальной скорости потока. В основу создания датчика положено явление сноса потока ионов коронного разряда при взаимодействии с газодинамическим потоком в разрядном промежутке "игла–плоскость".

Электрогазодинамическое (ЭГД) течение в ионном анемометре описывается следующей системой уравнений [2]:

$$\mathrm{V} = \mathrm{V}_0 + \mathrm{V}_e;$$

$$\mathrm{V}_e = k\mathrm{E}; \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \mathrm{E} = \rho/\varepsilon_0;$$

$$\operatorname{div} \mathrm{j} = -\delta\rho/\delta t; \tag{2}$$

$$\mathrm{j} = \rho\mathrm{V} = qn\mathrm{V}, \tag{3}$$

где V – вектор средней скорости ионов; V_0 – вектор средней скорости потока воздуха; V_e – вектор средней скорости дрейфа ионов в электрическом поле; k – средняя подвижность ионов воздуха; E – вектор напряженности поля; ρ – пространственная плотность заряда; $\varepsilon_0 = 8.855 \cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м; j – вектор плотности тока; t – время; q – заряд одного иона; n – концентрация ионов.

Кроме того, на коронирующем электроде должно выполняться условие самостоятельности разряда [2; 3]:

$$\int_0^{l_{\text{кр}}} \alpha_{\text{эф}} dl = \ln N_{\text{кр}}, \tag{4}$$

где $l_{кр}$ – критическая длина лавины электронов; $\alpha_{эф}$ – эффективный коэффициент ионизации; l – расстояние от электрода до силовой трубки; $N_{кр}$ – критическое число электронов в лавине.

Задача расчета ЭГД течения (рис.1) относится к классу наиболее сложных самосогласованных задач, которые удается решать только приближенно, с определенными допущениями.

Современному состоянию исследований коронного разряда соответствуют следующие допущения [2;3].

1. Подвижность k в уравнении (1) принята не зависящей от E.

2. Коронный разряд рассматривается как униполярный, стационарный, т.е. содержащий ионы одного знака, концентрация которых в данной точке постоянна во времени (в уравнении (2) $\delta\rho/\delta t = 0$).

3. Зависимость $\alpha_{эф}(E)$ аппроксимируется эмпирической формулой вида

$$\alpha_{эф} = \alpha_0 \gamma (E/\gamma - E_{кр})^2,$$

где $\alpha_0 = \text{const}$; γ – относительная плотность воздуха; $E_{кр} = \text{const}$.

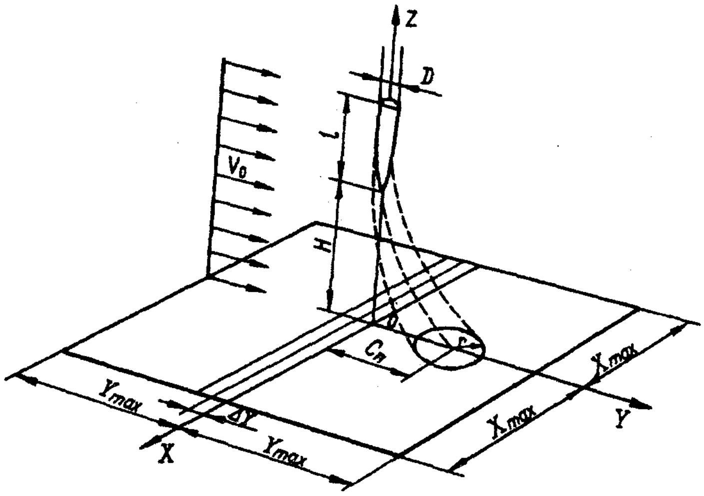

Рис. 1. Графическое представление ЭГД течения

4. Для расчета электрического поля коронного разряда применен метод Дейча-Попкова, основанный на допущении, что объемный заряд ионов не искажает конфигурацию силовых линий электрического поля.

5. Снос ионов по различным силовым линиям в общем случае различен. При этом распределение плотности тока по плоскости становится несимметричным. Однако, поскольку методика учета данного явления не разработана, в качестве первого приближения принято, что снос ионов по всем силовым линиям одинаков и не влияет на плотность тока по данной трубке. Это позволяет использовать эмпирическую формулу Верещагина [3], которая с учетом скоса ионов C_n принимает вид

$$j = \frac{j_m}{\left[1 + (0.85/K_j)\left(x^2 + (y - C_n)^2/H\right)^2\right]^3}, \tag{5}$$

где j_m – плотность тока на плоскости по центральной силовой линии, определяемая по методу Дейча-Попкова; $K_j = 1 \ldots 1{,}5 \cdot 10^2 r_з$ – поправочный коэффициент, учитывающий влияние радиуса закругления иглы $r_з$ и проявляющийся только при $r_з > 0{,}15$ мм; $C_n = V_0 H^2/0{,}9kU_0$; H – расстояние от иглы до плоскости; U_0 – напряжение коронирующего электрода.

6. Игла и заземленная плоскость аппроксимируются двумя гиперболоидами вращения, один из которых выродился в плоскость. Из этого допущения и допущения 4 вытекает, что электрическое поле обладает осевой симметрией. Следовательно, не учитывается искажение электрического поля в результате сноса ионов потоком воздуха.

Переход от системы уравнений в дифференциальной форме к расчетным формулам происходит следующим образом.

Обычно при использовании метода Дейча-Попкова распределение напряженности поля вдоль силовой трубки рассчитывают по формуле [3]:

$$E = E_1\sqrt{\left(\frac{E_э}{E_{1э}}\right)^2 + \frac{2j_n}{k\varepsilon_0 E_{1n}}\int_0^l \frac{dl}{E_1}}, \tag{6}$$

где E_1, $E_{1э}$, E_{1n} – напряженность электростатического поля без короны в промежутке у поверхности игольчатого электрода и у плоскости соответственно; $E_э$ – начальная напряженность электростатического поля на электроде, соответствующая условию самостоятельности разряда (6); j_n – плотность тока ионов у плоскости.

Формула (6) может быть упрощена и одновременно уточнена. Действительно, согласно рис.2, используя известную теорему Гаусса в интегральной форме

$$\oint E dS = Q/\varepsilon_0,$$

где S – площадь критического сечения трубки; Q – заряд внутри рассматриваемого объема, для элемента трубки длиной dl можно записать

$$(E + dl)(S + dS) - ES = \frac{qn(S + S + dS)/2dl}{\varepsilon_0} = \frac{dQ}{\varepsilon_0}.$$

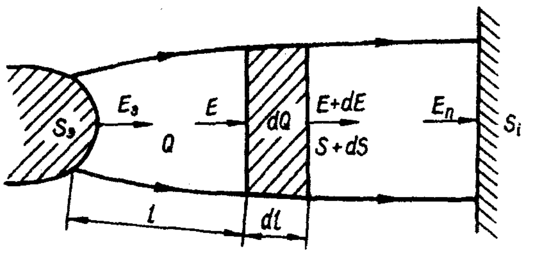

Рис. 2. Расчет поля объемного заряда

Пренебрегая слагаемыми второго порядка малости, с учетом уравнения (3) получаем:

$$SdE + EdS = \frac{qnSdl}{\varepsilon_0} = \frac{jSdl}{kE\varepsilon_0} = \frac{dQ}{\varepsilon_0}. \tag{7}$$

Если принять допущение $EdS = 0$, то с учетом соотношения $j/j_n = E_1/E_{1n}$, которое вытекает из сущности метода Дейча–Попкова, из формулы (7) следует

$$EdE = \frac{jSdl}{k\varepsilon_0} = \frac{j_{1n}E_1 dl}{kE_{1n}\varepsilon_0}.$$

Однако допущение $EdS = 0$ равносильно условию $S = \text{const}$, что в общем случае не соблюдается. Поэтому точнее использовать теорему Гаусса для элемента трубки длиной l (рис.2), что дает

$$ES - E_э S_э = Q/\varepsilon_0,$$

где согласно формуле (7)

$$Q = \int_0^l \frac{jSdl}{kE} = \frac{I}{k}\int_0^l \frac{dl}{E}, \tag{8}$$

где $I = jS = \text{const}$ – ток ионов в данной силовой трубке.

Учитывая вытекающие из теоремы Гаусса при отсутствии короны соотношения: $S/S_n = E_{1n}/E_1$ и $S_э/S_n = E_{1n}/E_{1э}$, получаем расчетную формулу

$$E = E_1\left(\frac{E_э}{E_{1э}} + \frac{Q}{S_n E_{1n}\varepsilon_0}\right), \tag{9}$$

где заряд Q определяется согласно уравнению (8).

Интеграл, входящий в формулу (8), учитывает распределение напряженности E_1, которое вследствие самосогласованности задачи итерационно уточняется. Потенциал гиперболоида с параметром λ равен [3]

$$U = U_0\frac{\ln[(b+\lambda)/(b-\lambda)]}{\ln[(b+H)/(b-H)]}, \tag{10}$$

где U_0 – потенциал коронирующего электрода; b – фокусное расстояние гиперболоида вращения:

$$b = H\sqrt{\frac{F(L/H)+(D/2H)^2}{F(L/H)}}, \tag{11}$$

где $F(L/H) = \left(\frac{L}{H}+1\right)^2 - 1$; D – диаметр иглы на расстоянии L от её конца.

Длина свободного пробега иона

$$\lambda = \sqrt{\frac{c^2 - c_k}{2}}, \tag{12}$$

где $c^2 = b^2 + x^2 + y^2$; $c_k = \sqrt{c^4 - 4b^2x^2}$; x, y – координаты точки на конце иглы.

При расчете подвижности ионов для различных давлений и температур использовано уравнение Ланжевена и на его основе выведена формула

$$k = k_0 (p_0/p)\sqrt{T/T_0}, \tag{13}$$

где $k_0 = 1{,}6\ldots2{,}1\cdot10^{-4}$ /м^2(В·с); $p_0 = 101{,}3$ кПа; p – давление, кПа; T – температура, К; $T_0 = 293{,}15$ К.

Расчетное значение полного тока определяется формулой

$$I' = \int_0^{Y\max} j2\pi r\mathrm{d}r = \sum_{r=0}^{Y\max} \frac{2\pi r j_m \Delta r}{\left[1+(0{,}85/K_j)(r/H)^2\right]^3}, \tag{14}$$

ток одной полоски плоского электрода шириной $\Delta y = 1$ (см. рис.1):

$$I_1 = \int_{-X\max} j\mathrm{d}x; \tag{15}$$

ток левой половины плоского электрода:

$$I_л = \int_{-Y\max}^{0} \int_{-X\max}^{X\max} j\mathrm{d}x\mathrm{d}y; \tag{16}$$

ток правой половины плоского электрода:

$$I_п = \int_{0}^{Y\max} \int_{-X\max}^{X\max} j\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \tag{17}$$

где $X_{\max}, Y_{\max}$ – максимальные координаты точки на конце иглы; r – расстояние от оси симметрии; $\Delta r = 0{,}1$ мм.

Уравнения (5), (8) – (17) составляют рабочую систему для программы igl3 на языке Q-BASIC, позволяющей моделировать процессы перераспределения ионного потока между заземленными электродами в ионном анемометре при различных скоростях, давлениях, температурах, конфигурации коронирующего электрода, линейных размерах разрядного промежутка.

Моделирование рабочего процесса в ионном анемометре идет по следующему алгоритму:

– ввод данных для расчета: P – давление, T – температура, U_0 – напряжение коронирующего электрода, h – расстояние от иглы до плоскости, L – длина иглы, D – максимальный диаметр иглы;

– расчет фокусного расстояния гиперболоида вращения и построение на экране компьютера расчетного профиля электрода;

– построение эквипотенциалей с шагом $0{,}1U_0$ по известной методике [4];

– расчет распределения напряженности поля по центральной силовой линии без учета объемного заряда с использованием формулы

$$E = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{2b}{b^2 - \lambda^2} \frac{U_0}{\ln\left[(b+H)/(b-H)\right]},$$

где параметр $\lambda = z$ (см. рис.1);

– расчет критической напряженности поля путем повышения значения $E_э$ от значения $E_{кр}$ с шагом $\Delta E = 1$ кВ/мм до выполнения условия (4), причем интеграл в уравнении (4) вычисляется до $\alpha_{эф} = 0$, т.е. до $E = E_{прб}$ и тока ионов коронного разряда с использованием уравнений (8),(9) и условия

$$U = \int_l E\mathrm{d}l; \qquad (18)$$

– определение интеграла (18) по всей силовой линии, причем ток I, входящий в формулу (8), повышается от нуля до значения, при котором соблюдается равенство (18), с шагом $\Delta I = 0{,}1$ мкА;

– ввод значения V_0 и расчет траектории ионов с учетом действительного распределения поля по центральной силовой линии при наличии объемного заряда, полученного на предыдущем шаге;

– определение сноса ионов $C_п$ (как текущей координаты Y при $Z = 0$);

– расчет токов $I_1, I_л, I_п$ по формулам (15), (16), (17).

На рис. 3 показан пример моделирования по программе igl3.

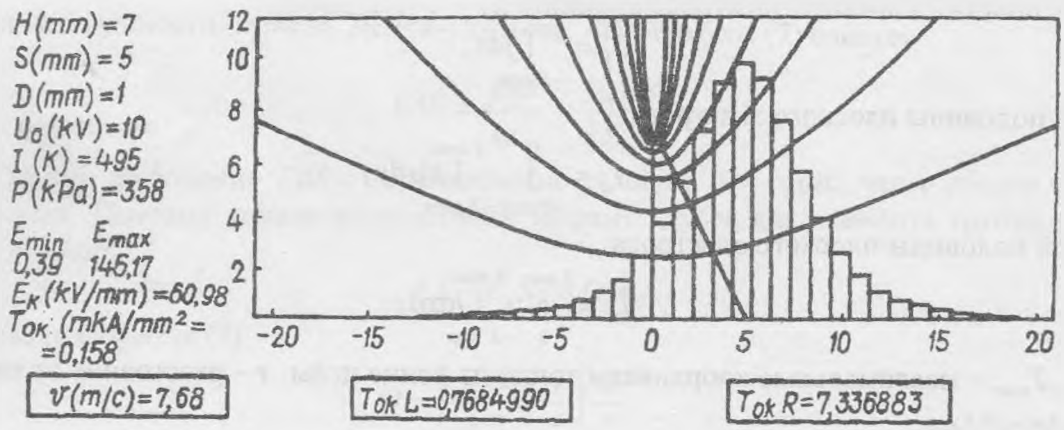

Рис. 3. Моделирование рабочего процесса

Моделирование рабочего процесса ионного анемометра подтвердило возможность использования ионной анемометрии для измерения скорости потока воздуха в проточной части газотурбинного двигателя. Использование данной программы позволяет ускорить процесс создания ионных анемометров.

Список литературы

1. *Ионный* анемометр. Патент. США N35647, 1984.

2. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. Физические основы электрогидродинамики. – М.: Наука,1979. – 320 с.

3. *Верещагин И.П.* Коронный разряд в аппаратах электронно-ионной технологии. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 160 с.

4. *Расчеты* электростатических полей на персональном компьютере / О.С. Ильенко, В.И. Шеховцов. – К.: УМК ВО, 1991. – 124 с.

Стаття надійшла до редакції 11 липня 2000 року.