

## АЕРОДИНАМІКА

УДК 532.526

Е.А. Шквар

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ  
ДЛЯ ТЕЧЕНИЙ ОДНОРОДНЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ  
В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ**

*Предложена полуэмпирическая модель турбулентной вязкости, учитывающая наличие в движущейся жидкости полимерных добавок постоянной концентрации. Проведен анализ влияния слабых растворов полимеров на развитие турбулентного пограничного слоя и распределение продольной составляющей осредненной скорости по толщине сдвигового течения. Сравнены результаты проведенных расчетов профилей скорости с данными экспериментов различных авторов. Полученные результаты смогут найти применение в качестве математического инструмента для обоснованного выбора режимных параметров оборудования, разрабатываемого с целью управления сдвиговым течением путем введения в поток добавок высокомолекулярных полимерных веществ.*

Снижение сопротивления трения при обтекании является одним из важных направлений улучшения аэрогидродинамических характеристик летательных аппаратов, подводных объектов, элементов оборудования транспортировки газа и нефтепродуктов. Поиск средств уменьшения трения между поверхностью и обтекающей ее сплошной средой требует проведения углубленных экспериментов по выяснению тонкой и сложной структуры формирования течений в непосредственной близости к обтекаемой поверхности и процессов воздействия на отдельные компоненты этой структуры, особенно при турбулентном режиме обтекания, и обобщения полученной информации в форме математических моделей. Одним из известных методов эффективного снижения сопротивления трения при обтекании жидкостью является введение в нее растворов высокомолекулярных полимеров в малых концентрациях. Этот метод нашел многократное экспериментальное подтверждение применительно к полимерным добавкам различного химического состава в широком диапазоне концентраций [1-10].

При обобщении накопленных эмпирических данных по влиянию на турбулентный пограничный слой жидкости добавок высокомолекулярных полимеров и учете данного воздействия в рамках полуэмпирической алгебраической модели турбулентной вязкости были приняты следующие допущения:

1) течение имеет четко выраженное преобладающее направление развития, наличие которого обосновывает применение теории пограничного слоя и уравнений, полученных на основе этой теории;

2) раствор полимера в движущейся жидкости предполагается однородным, и его концентрация не изменяется по мере развития течения;

3) концентрация полимера в растворе, выдуваемом из эжектора, является достаточно малой, что позволяет рассматривать движущуюся жидкость как ньютоновскую;

4) обтекаемая поверхность предполагается плоской, либо ее кривизной можно пренебречь.

Результаты анализа различных литературных источников по течениям растворов полимеров [1-10] можно обобщить в виде следующих положений.

1. Присутствие добавок незначительных концентраций ( $10^{-3}$ - $10^{-1}$  кг/м<sup>3</sup>) некоторых полимеров (гуаровой смолы, полиокса WSR-301, полиэтиленоксида, полиакриламида, глико-

протеинов, протеогликанов, коллагена, коллоидных кристаллов и др.) приводит к существенному снижению сопротивления трения [1-10] в сдвиговых течениях (эффект Томса).

2. Эффект снижения сопротивления трения не зависит от адсорбционных свойств обтекаемой поверхности и, как следствие, от количества осевших на стенку молекул примеси, а определяется свойствами молекул, находящихся в сдвиговом потоке [1].

3. Свойством снижения сопротивления обладают лишь те полимеры, молекулы которых имеют способность к разворачиванию и вытягиванию вдоль направления линий тока [1-4]. К такому же эффекту приводит наличие в потоке суспензий твердых частиц удлиненной формы, таких, как асбестовые и бумажные волокна, нейлоновые нити.

4. На эффективность воздействия полимерной добавки влияют ее химические и механические особенности, в связи с чем к факторам, характеризующим свойства полимера в сдвиговом течении, следует отнести молекулярную массу и температуру течения. Вместе с тем, молекулярные аспекты снижения турбулентного сопротивления заключаются в том, что величина гидродинамической эффективности полимера определяется, главным образом, не столько молекулярной массой полимера, сколько *состоянием макромолекулярного клубка, его размерами*, которые являются следствием конформации макромолекулярной цепи, зависящей от *внешних условий и состава среды* [6].

5. Достижение максимальной эффективности проявления способности полимерных примесей к снижению сопротивления определяется в значительной степени свойствами самого сдвигового течения к растяжению клубков молекул полимера. Так, увеличение скоростей деформаций поперечного сдвига и продольного растяжения является благотворным фактором для вытягивания по потоку молекул [1; 6], что объясняет наибольшую эффективность проявления влияния полимерных добавок вблизи обтекаемой поверхности, т.е. в области интенсивных поперечных градиентов скорости. В работе [9] на основе анализа экспериментальной информации отмечается, что эффект снижения турбулентного трения начинается при достижении напряжением трения на стенке некоторого порогового значения, который по одним данным не зависит от концентрации полимера, тогда, как по другим [10] при малых концентрациях полиоэтилена ( $c < 5 \cdot 10^{-5}$  г/см<sup>3</sup>) такая зависимость была установлена.

6. Концентрация полимерной добавки является существенным фактором, влияющим на течение в турбулентном пограничном слое, причем усиление эффекта Томса с увеличением концентрации происходит лишь до некоторого ее порогового значения [1-10]. Влияние концентрации существенно зависит от вида полимера, т.е. эффект от введения в поток различных полимеров одинаковой концентрации будет различным.

7. В прикладном аспекте растворы полимеров обнаруживают свойства достаточно интенсивного старения при хранении, которое усугубляется воздействием внешних факторов, следствием чего является ухудшение их способности к снижению сопротивления [3]. Кроме того, в процессе использования полимеры обнаруживают свойство сдвиговой деградации, усиливающееся при возрастании сдвиговых напряжений [7]. Это обстоятельство приводит к тому, что эффект уменьшения трения проявляется лишь на ограниченном участке поверхности от места расположения эжектора раствора полимера.

8. С точки зрения влияния полимерных добавок на свойства турбулентного сдвигового потока с преобладающим направлением он приобретает такие реологические свойства, как вязкоупругость и анизотропия, обусловленные возникновением ориентированной вдоль течения системы вытянутых молекул полимера. Эта решетчатая структура движущейся среды влияет на процесс генерации турбулентности, интенсивно подавляя поперечные турбулентные пульсации и в значительно меньшей степени – пульсации продольной скорости. Следствием этого процесса и является анизотропия турбулентного переноса, характеризуемая повышением значения поперечной составляющей динамического коэффициента турбулентной вязкости  $\mu_y$ , по отношению к величине его продольной составляющей  $\mu_x$  [1; 4; 5]. Эти

эффекты являются доминирующими в механизме снижения трения посредством полимерных добавок.

Наличие в потоке полимерных добавок приводит к деформации профиля продольной составляющей скорости осредненного движения в пристенной области сдвигового слоя. В связи с общепринятым законом стенки удобно описать характер этой деформации, безразмерив продольную компоненту скорости  $u$  и поперечную координату  $y$  по динамической скорости  $v_*$  и пристенному масштабу длины  $\frac{y}{v_*}$  соответственно  $\left( u^+ = \frac{u}{v_*}; y^+ = \frac{yv_*}{\nu} \right)$ , представив распределение  $u^+ = f(y^+)$  в полулогарифмических координатах, где  $\nu = \mu/\rho$  – кинематический коэффициент молекулярной вязкости;  $\rho$  – плотность.

Толщина вязкого подслоя в координатах закона стенки  $\delta^+ = \frac{\delta v_*}{\nu}$  увеличивается пропорционально коэффициенту анизотропии турбулентной вязкости  $A = \frac{\mu_{tr}}{\mu_k}$  [4], который, в свою очередь, пропорционален (до определенного порогового значения) концентрации добавки полимера.

Логарифмический участок профиля сдвигается по мере увеличения концентрации полимера в сторону больших значений скорости, т.е. увеличивается значение константы  $C$  логарифмического закона  $u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + C$  ( $C=4,9-5,5$ ;  $k=0,4$  – для гладкой плоской поверхности, обтекаемой безградиентным потоком, в котором отсутствуют полимерные добавки) на некоторую величину  $\Delta u^+ > 0$ , которая является функцией характеристик и концентрации полимера, а также сдвиговых свойств потока [1; 4; 6; 9]. Примеры эмпирических функций, моделирующих сдвиг логарифмического участка скорости  $\Delta u^+$  как функцию характеристик сдвигового потока и свойств полимера, приведены в работах [4; 9]. Таким образом, влияние добавки полимера проявляется через увеличение наполненности профиля продольной составляющей скорости. Что касается постоянной Кармана  $k$ , то здесь нет общей точки зрения, поскольку в некоторых экспериментах обнаруживается неизменность общепринятого значения  $k=0,4$ , тогда как в других случаях обнаруживается увеличение наклона логарифмического участка, свидетельствующее об уменьшении значения  $k$  по мере роста концентрации полимера в потоке [1; 4; 6; 9]. Тем не менее для предельных значений концентрации, при которых достигается режим насыщения, установлено существование предельного логарифмического распределения скорости, который характеризуется следующими парами значений «постоянных», предложенными различными исследователями ( $[C=17, k=0,0855]$ ;  $[C=18,2, k=0,0885]$ ;  $[C=20,2, k=0,077]$ ). Эти весьма малые значения коэффициента Кармана свидетельствуют в пользу утверждения о непостоянстве коэффициента Кармана как функции концентрации полимера в широком диапазоне ее значений.

В расчетах описанный эффект утолщения вязкого подслоя и сдвиг логарифмического участка профиля скорости учитывается посредством модификации демпфирующего множителя Ван-Дрифта, в результате чего формула для длины пути смешения  $l$  принимает следующий вид:

$$l = ky \left[ 1 - \exp(-y^+ F / 26) \right],$$

где  $F$  – параметр, являющийся функцией величин, характеризующих свойства и концентрацию полимерной добавки, а также локальные характеристики сдвигового течения.

Примеры подобных эмпирических соотношений можно найти в работах [7–9].

Представленные данные о структуре и особенностях развития течения в пограничном слое с полимерными добавками позволяют перейти к построению полуэмпирической модели данного течения.

При моделировании турбулентности была использована алгебраическая модель турбулентности, предложенная В.Т. Мовчаном и модифицированная автором на случай моделирования ряда особенностей пристенных течений, таких, как шероховатость обтекаемой поверхности и пристенное струйное течение [11; 12]. Выбор именно алгебраической модели обусловлен тем, что при своей относительной простоте данный класс моделей турбулентности хорошо аппроксимирует особенности формирования турбулентного осредненного течения в непосредственной близости к обтекаемой поверхности. Что касается более сложных дифференциальных моделей, то при больших возможностях описания переноса компонент тензора напряжений Рейнольдса и других составляющих турбулентного движения вблизи обтекаемой поверхности соответствующие моделируемым характеристикам дифференциальные уравнения имеют недостаточную физическую обоснованность. Изучаемый физический эффект воздействия на турбулентный поток полимерных добавок проявляется наиболее сильно вблизи обтекаемой поверхности, что обуславливает необходимость проведения значительного объема исследований с целью поиска физически обоснованных и математически корректных аппроксимаций правых частей соответствующих дифференциальных уравнений.

В связи с актуальностью и дальнейшей разработкой данного направления исследований на данном этапе выбор остановлен на более простых и апробированных алгебраических подходах к моделированию турбулентности.

Предлагаемая модель турбулентной вязкости применительно к рассмотрению течения в пограничном слое однородного раствора полимера имеет следующий вид:

$$\mu_t = \chi \rho \delta^+ u_H \gamma \tanh\left(\frac{l\sqrt{\bar{\tau}}}{\chi \Delta}\right); \quad (1)$$

$$l = ky_1 \tanh\left(\frac{\sinh^2[\chi_1 y_1^+] \tanh[\sinh^2(\chi_2 y_1^+)]}{ky_1^+ \sqrt{\bar{\tau}}}\right), \quad (2)$$

где  $\chi = 0,0168 - 0,0215$ ;  $\chi_1 = 0,068 - 0,072$ ;  $\chi_2 = 0,223$ ;  $k = f(c \dots)$  – коэффициенты модели;  $l$  – масштаб длины пристенного турбулентного движения, имеющий смысл «длины пути перемешивания»;  $\bar{\tau} = \tau(y)/\tau_w$  – безразмерное напряжение трения в окрестности обтекаемой поверхности, которое определяется в зависимости от знака градиента давления  $\frac{dp}{dx}$  соотношениями:  $\bar{\tau} = 1 + \frac{dp}{dx} y$  при  $\frac{dp}{dx} \geq 0$ ,  $\bar{\tau} = \frac{1}{1 - \frac{dp}{dx} y}$  при  $\frac{dp}{dx} < 0$ ;  $\Delta = \delta^+ u_H^+$  – параметр

длины Ротта-Клаузера;  $y_1$  – координата  $y$ , смещенная относительно стенки с целью учета влияний шероховатости обтекаемой поверхности и добавок полимеров и определяемая по формуле  $y_1 = y_1^+ v/v_*$ . Величину приведенного к масштабу стенки значения  $y_1^+$  находят из соотношения

$$y_1^+ = \begin{cases} 0 & \text{при } s \leq 0; \\ s & \text{при } s > 0, \end{cases}$$

где  $s = y^+ + \Delta y_{thn}^+ - \Delta y_{pol}^+$ ;  $\Delta y_{thn}^+$  – параметр, учитывающий влияние шероховатости обтекаемой поверхности;  $\Delta y_{pol}^+$  – параметр, введенный с целью моделирования влияния полимерных добавок.

Введение функции сдвига  $\Delta u_{rhn}^+ > 0$  позволяет отразить в рамках модели турбулентности известный из экспериментальных исследований эффект влияния шероховатости обтекаемой поверхности. Этот эффект заключается в смещении логарифмического участка скорости профиля скорости, представленного в полулогарифмических координатах, вниз относительно положения для случая обтекания гладкой поверхности на некоторую величину  $\Delta u^+$ . Величина  $\Delta u^+$  является некоторой функцией параметров шероховатости обтекаемой поверхности. Структура этой функции и ее связь с  $\Delta u_{rhn}^+$  описаны в работах [11; 12]. Аналогично функция сдвига  $\Delta u_{pol}^+ > 0$  учитывает смещение логарифмического участка профиля скорости в противоположном направлении, которое возникает под влиянием добавок полимеров. Подобно функции влияния шероховатости в рамках данной модели между  $\Delta u_{pol}^+$  и  $\Delta u^+$  существует однозначная и универсальная зависимость  $\Delta u_{pol}^+ = f(\Delta u^+)$ . Однако анализ и обобщение экспериментальных данных обнаруживают невозможность установления универсальной и однозначной зависимости между  $\Delta u^+$  и параметрами полимерной добавки. Поэтому в каждом отдельном случае необходимо пользоваться известной экспериментальной информацией по влиянию на  $\Delta u^+$  концентрации и других характеристик конкретного полимера. Эмпирические зависимости такого типа предложены в работах [4; 9] и в других работах для различных полимеров. Эта информация и была использована в качестве первого приближения в рамках данной модели турбулентности.

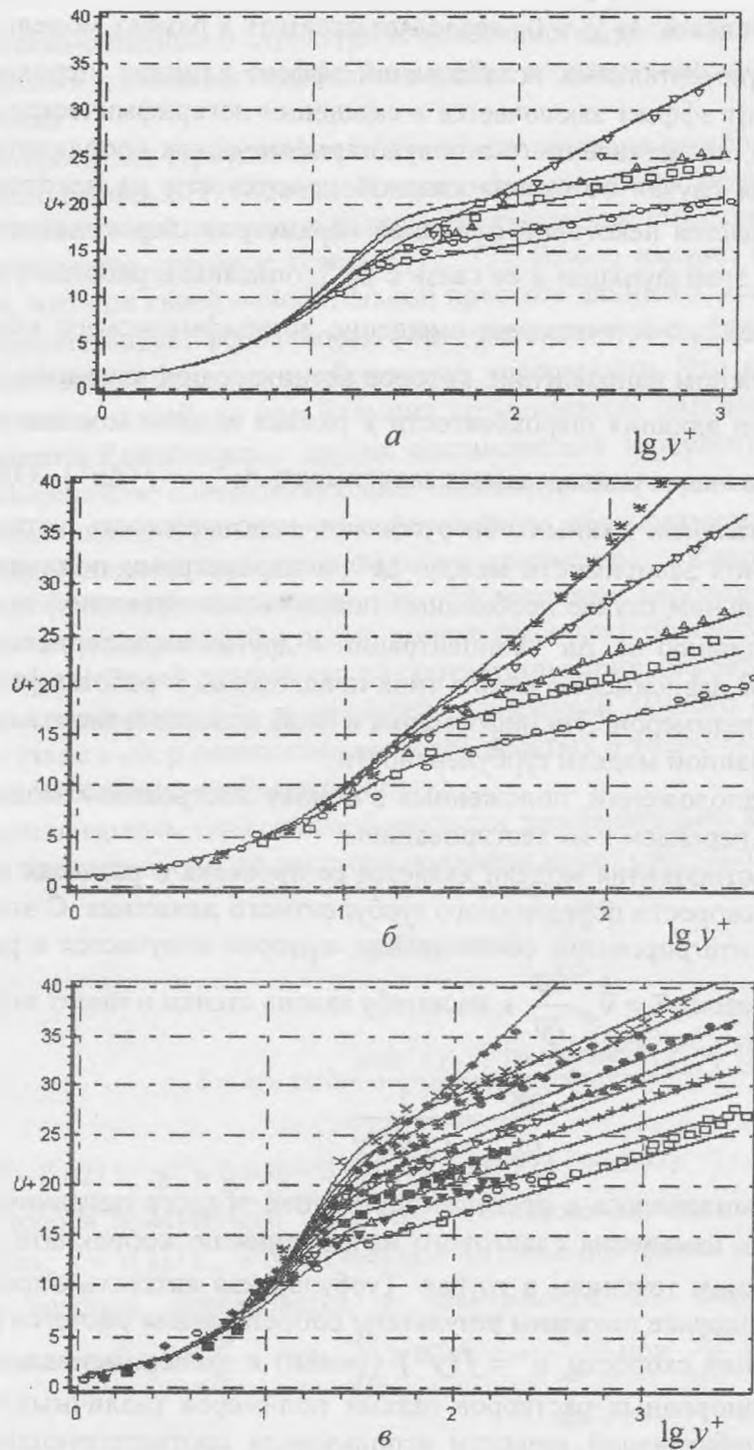
Для проверки предположений, положенных в основу построенной модели турбулентности и метода расчета, перейдем к их тестированию.

Первым этапом тестирования модели является ее проверка в расчетах профилей продольной составляющей скорости осредненного турбулентного движения. С этой целью было выполнено численное интегрирование соотношения, которое получается в результате при-

ведения формулы Буссинеска  $\bar{\tau} = \bar{v}_{eff} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$  к масштабу закона стенки и имеет вид

$$\frac{\partial u^+}{\partial y^+} = \frac{1}{1 + v_t/v}$$

Интегрирование выполнялось в пределах внутренней области пограничного слоя, что позволило не учитывать изменения сдвигового напряжения по координате  $y$ , свойственные, например, внутренним течениям в трубах. Турбулентная вязкость определяется соотношениями (1), (2). На рисунке показаны результаты сопоставления расчетов распределения продольной составляющей скорости  $u^+ = f(y^+)$  (линии) с экспериментальными данными (точки) для течений однородных растворов разных полимеров различных концентраций. При моделировании турбулентной вязкости использовали соответствующие экспериментальным условиям вид полимера и значения его концентрации. Все профили скорости построены в полулогарифмических координатах. Расчетные распределения скорости с удовлетворительной точностью соответствуют данным экспериментов различных авторов. Из рисунка видно, что в расчетах корректно моделируется эффект увеличения толщины вязкого подслоя при увеличении концентрации полимера в растворе, а также переход от линейной зависимости в вязком подслое  $u^+ = y^+$  к логарифмическому закону  $u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + C$ . Кроме того, проведенный численный эксперимент показал, что зависимость коэффициента Кармана от концентрации полимера  $k = f(c)$  не является универсальной и так же, как и зависимость  $\Delta u_{pol}^+ = f(c)$ , определяется видом конкретного полимера.



Сравнение рассчитанных профилей скорости  $u^+ = f(y^+)$

с данными экспериментов:

*а* – экспериментальные данные Е.М. Хабахпашевой;

*б* – экспериментальные данные Ю.Ф. Иванюты и Л.А. Чекаловой  
(полиэтиленоксид, WSR-301,  $c = 2 \cdot 10^{-6} - 50 \cdot 10^{-6} \text{ г/см}^3$ );

*в* – экспериментальные данные других авторов  
( $c = 0 - 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$ )

На основании представленных сопоставлений можно сделать вывод о пригодности предложенной модификации алгебраической модели турбулентной вязкости к описанию течений однородных растворов высокомолекулярных полимеров в широком диапазоне практически интересных значений концентрации  $c=0-7,4 \cdot 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup>.

### Список литературы

1. Седов Л.И., Иселевич В.А., Пилипенко В.Н. Механизм снижения трения полимерными добавками // Проблемы турбулентных течений: Сб. науч. тр. – М.: Наука, 1987. – С. 9–14.
2. Повх И.Л., Стутин А.Б., Асланов П.В. Особенности турбулентной структуры потоков с добавками поверхностно-активных веществ и полимеров // Проблемы турбулентных течений: Сб. науч. тр. – М.: Наука, 1987. – С. 152–162.
3. Пилипенко В.Н. Влияние добавок на пристенные, турбулентные течения // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. – М. – 1980. – С. 156–257.
4. Повх И.Л., Никулин В.А. Турбулентное течение вязкой жидкости и слабых растворов полимеров в трубах // Физическая гидродинамика. – К.;-Донецк: Вища шк., 1990. – С. 25–34.
5. Никулин В.А. Модель пристеночной турбулентности в слабых растворах полимеров // Физическая гидродинамика. – К.; Донецк: Вища шк., 1990. – С. 34–46.
6. Торяник А.И. Молекулярные аспекты снижения гидродинамического сопротивления добавками полимеров // Физическая гидродинамика. – К.; Донецк: Вища шк. 1990. – С. 26–32.
7. Вовк В.Н., Калион В.А., Цыганюк А.И. Расчет сопротивления безградиентного пограничного слоя в потоке полимера постоянной концентрации // Гидромеханика. –К.: Ин-т гидродинамики АН УССР, 1984. – С. 44–47.
8. Корнев А.Л., Ларин С.Л. Численное исследование турбулентного пограничного слоя на пластине с вдувом полимерного раствора // Физическая гидродинамика. – К.; Донецк: Вища шк., 1990. – С. 47–53.
9. Матвиевский С.А. Некоторые эмпирические зависимости турбулентного течения разбавленного раствора полимера // Гидромеханика. Вып. 43. – К.: Ин-т гидродинамики АН УССР, 1984. – С. 162–170.
10. Хабахнашева Е.М., Перепелица Б.В. Об особенностях пристенной турбулентности в потоках воды с молекулярными добавками // Инженерно-физический журнал. –1970. – Т. 18. – № 6.
11. Movchan V.T., Shkvar E.A. Modelling of Dynamics and Heat Transfer Processes in Turbulent Near-Wall Shear Flows // Proceedings of the 2nd European Thermal-Sciences and 14th UIT National Heat Transfer Conference (Rome, Italy, 29–31 May, 1996). – Edizioni ETS, Pisa. – 1996. – Vol. 1. – P. 535–540.
12. Movchan V.T., Shkvar E.A. Modeling of Turbulent Near-Wall Shear Flows Properties // AGARD Report 827 «High Speed Body Motion in Water». –1997. – P. 10-1 – 10-7.

Стаття надійшла до редакції 11 липня 2000 року.